<u>Sinus, Kosinus und Tangens im Dreieck</u>

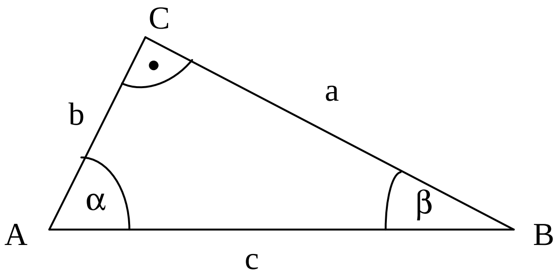
a) Rechtwinklige Dreiecke

In jedem rechtwinkligen Dreieck mit vorgegebenem Winkel α ist das Verhältnis der entsprechenden Seitenlängen jeweils gleich groß. Zur Abkürzung schreibt man:

$$\sin\alpha = \frac{\text{Länge der Gegenkathete}}{\text{Länge der Hypothenuse}}$$

$$\cos\alpha = \frac{\text{Länge der Ankathete}}{\text{Länge der Hypothenuse}}$$

$$\tan\alpha = \frac{\text{Länge der Gegenkathete}}{\text{Länge der Ankathete}}$$



In diesem Dreieck gilt also:

$$\sin\alpha = \frac{a}{c};\quad \cos\alpha = \frac{b}{c};\quad \tan\alpha = \frac{a}{b}$$

$$\sin\beta = \frac{b}{c};\quad \cos\beta = \frac{a}{c};\quad \tan\beta = \frac{b}{a}$$

(Merkhilfe: S. 2)

b) Allgemeine Dreiecke

In allgemeinen (auch nicht-rechtwinkligen) Dreiecken gelten der <u>Sinus-</u> und <u>Kosinus-Satz</u>:

$$a : b : c = \sin\alpha : \sin\beta : \sin\gamma$$ *(S. 2)*

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2\,b\,c\cos\alpha$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2\,a\,c\cos\beta$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2\,a\,b\cos\gamma$$
(S. 2)

c) Zusammenhänge

Aus den Definitionen oben folgt sofort:

1) $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ *(S. 2)*

2) $(\sin\alpha)^2 + (\cos\alpha)^2 = 1$; dafür schreibt man kurz auch $\boxed{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1}$ *(S. 3)*

3) $\sin(90° - \alpha) = \cos\alpha$; $\cos(90° - \alpha) = \sin\alpha$; ($\tan(90° - \alpha) = \dfrac{1}{\tan\alpha}$) *(S. 3)*

Außerdem gelten die sog. <u>Additionstheoreme</u>:

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$$
(S. 3)

$$\left(\ \tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{1 \mp \tan\alpha \cdot \tan\beta}\ \right)$$