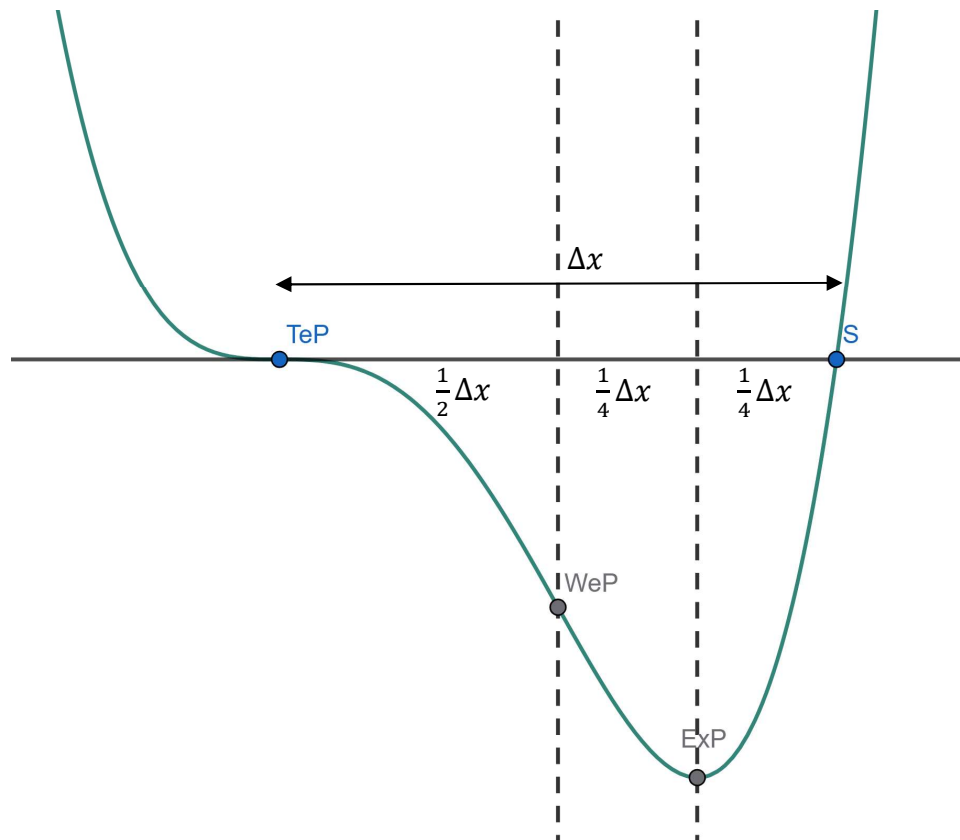


Extrem- und Wendepunkte bei quartischen Funktionen mit einem Terrassenpunkt

Bei solchen Funktionen gilt immer: Wenn man die Tangente im Terrassenpunkt einzeichnet, dann wird die Strecke von diesem Terrassenpunkt zum Schnittpunkt dieser Tangente mit dem Graphen halbiert von einer zweiten Wendestelle; die Strecke von der zweiten Wendestelle zu dieser Schnittstelle wird wiederum von einer Extremstelle halbiert (siehe Skizze unten).



Da es hier um Verhältnisse von Streckenlängen geht und solche Verhältnisse sich nicht ändern, wenn man einen Graphen verschiebt, streckt/staucht bzw. spiegelt, genügt es, den Beweis für einen besonders einfachen Graphen zu führen – da man jeden anderen Graphen einer quartischen Funktion mit Terrassenpunkt eben erhält, indem man diesen Graphen verschiebt, streckt/staucht bzw. spiegelt, gilt die Aussage damit dann automatisch für alle kubischen Funktionen.

Wir betrachten hier die quartische Funktion $f(x) = x^4 - 4x^3$; dann ist $f'(x) = 4x^3 - 12x^2$, $f''(x) = 12x - 24x$, und für die Terrassenstelle, die Schnittstelle, die zweite Wendestelle und die Extremstelle erhält man dann schnell $x_{Te} = 0$, $x_S = 4$, $x_W = 2$ und $x_E = 3$.

Damit ist die Behauptung schon gezeigt: Die Strecke vom Terrassenpunkt (bei $x = 0$) zum Schnittpunkt (bei $x = 4$) wird tatsächlich von der zweiten Wendestelle (bei $x = 2$) halbiert, und die Strecke von der zweiten Wendestelle (bei $x = 2$) zur Schnittstelle (bei $x = 4$) wird tatsächlich von der Extremstelle (bei $x = 3$) wiederum halbiert.