

Terminologie: Ein System von m linearen Gleichungen mit n Unbekannten wird als lineares Gleichungssystem, kurz: $(m \times n)$ LGS, bezeichnet.

(1x1)LGS: $2x = 6$	(1x2)LGS: $2x + 3y = 6$	(3x2)LGS: $2x + y = 3$ usw.
(2x2)LGS: $2x - y = 3$ $x - 2y = 0$	(2x1)LGS: $2x = 6$ $4x = 12$	$4x + 2y = 6$ $6x + 3y = 9$
(3x3)LGS: $9x + 3y + z = 20$ $4x + 2y + z = 19$ $x + y - z = 0$	(2x3)LGS: $9x + 3y + z = 20$ $4x + 2y + z = 19$	(3x2)LGS: $2x + y = 3$ $4x + 2y = 6$ $6x + 3y = 9$

Ein lineares Gleichungssystem, bei dem die Anzahl der Gleichungen und die Anzahl der Unbekannten gleich ist ($m = n$), nennt man ein quadratisches LGS (siehe erste Spalte). Im folgenden kümmern wir uns nur um quadratische lineare Gleichungssysteme.

Lösungsverfahren: Lineare Gleichungssysteme können auf 3 Arten gelöst werden:

• Einsetzungsverfahren:

Beim Einsetzungsverfahren wird eine Gleichung nach einer Variablen aufgelöst und das Ergebnis in die andere Gleichung eingesetzt.

$$\begin{array}{l} 2x - y = 3 \\ x - 2y = 0 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l} 2x - y = 3 \\ x = 2y \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l} 2 \cdot 2y - y = 3 \\ \Rightarrow x = 2y = 2 \cdot 1 = 2 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l} 3y = 3 \Leftrightarrow \underline{y = 1} \\ \underline{x = 2} \end{array}$$

• Gleichsetzungsverfahren:

Beim Gleichsetzungsverfahren löst man beide Gleichungen nach einer Variablen auf und setzt die Gleichungen dann gleich. Letztendlich ist das Gleichsetzungsverfahren nur ein Spezialfall des Einsetzungsverfahrens.

$$\begin{array}{l} 2x - y = 3 \\ x - 2y = 0 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l} x = 1,5 + 0,5y \\ x = 2y \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l} 2y = 1,5 + 0,5y \\ \Rightarrow x = 2y = 2 \cdot 1 = 2 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l} 1,5y = 1,5 \Leftrightarrow \underline{y = 1} \\ \underline{x = 2} \end{array}$$

• Additionsverfahren:

Beim Additionsverfahren addiert oder subtrahiert man zu der einen Gleichung ein Vielfaches der anderen Gleichung, so dass eine der Variablen aus der neu entstehenden Gleichung heraus fällt.

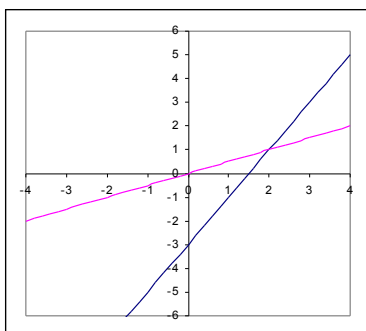
$$\begin{array}{l} 2x - y = 3 \\ x - 2y = 0 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l} 2x - y = 3 \\ -2x + 4y = 0 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l} 3y = 3 \\ \underline{y = 1} \Rightarrow \dots \Rightarrow \underline{x = 2} \end{array}$$

Lösbarkeit: Es gibt 3 mögliche Lösungen linearer Gleichungssysteme.

Es gibt genau eine Lösung.

$$\begin{array}{l} 2x - y = 3 \\ x - 2y = 0 \end{array} \quad \mathbf{L = \{(2; 1)\}}$$

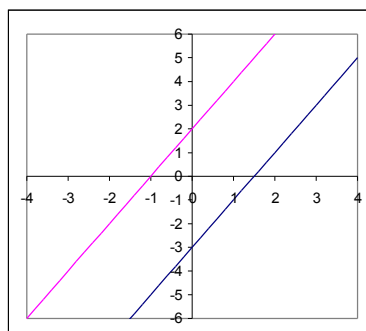
(Rechnung: s.o.)



Es gibt keine Lösung.

$$\begin{array}{l} 2x - y = 3 \\ 2x - y = -2 \end{array} \quad \mathbf{L = \{ \}}$$

$3 = -2$ Widerspruch!



Es gibt unendlich viele Lösungen.

$$\begin{array}{l} 2x - y = 3 \\ -2x + y = -3 \end{array}$$

$3 = 3$ Wahre Aussage!

