Terminologie: Ein System von m linearen Gleichungen mit n Unbekannten wird als <u>lineares Gleichungssystem</u>, kurz: $(m \times n)\mathrm{LGS}$, bezeichnet.

(1x1) LGS: $2x = 6$	(1x2) LGS: $2x + 3y = 6$	(3x2) LGS: $\begin{aligned} 2x + y &= 3 \\ 4x + 2y &= 6 \\ 6x + 3y &= 9 \end{aligned}$ usw.
(2x2) LGS: $\begin{aligned} 2x - y &= 3 \\ x - 2y &= 0 \end{aligned}$	(2x1) LGS: $\begin{aligned} 2x &= 6 \\ 4x &= 12 \end{aligned}$	
(3x3) LGS: $\begin{aligned} 9x + 3y + z &= 20 \\ 4x + 2y + z &= 19 \\ x + y - z &= 0 \end{aligned}$	(2x3) LGS: $\begin{aligned} 9x + 3y + z &= 20 \\ 4x + 2y + z &= 19 \end{aligned}$	(3x2) LGS: $\begin{aligned} 2x + y &= 3 \\ 4x + 2y &= 6 \\ 6x + 3y &= 9 \end{aligned}$

Ein lineares Gleichungssystem, bei dem die Anzahl der Gleichungen und die Anzahl der Unbekannten gleich ist ($m = n$), nennt man ein quadratisches LGS (siehe erste Spalte). Im folgenden kümmern wir uns nur um quadratische lineare Gleichungssysteme.

Lösungsverfahren: Lineare Gleichungssysteme können auf 3 Arten gelöst werden:

- <u>Einsetzungsverfahren:</u>

  Beim Einsetzungsverfahren wird eine Gleichung nach einer Variablen aufgelöst und das Ergebnis in die andere Gleichung eingesetzt.

$$\begin{aligned} 2x - y &= 3 \\ x - 2y &= 0 \end{aligned} \;\Leftrightarrow\; \begin{aligned} 2x - y &= 3 \\ x &= 2y \end{aligned} \;\Leftrightarrow\; \begin{aligned} 2\cdot 2y - y = 3 \;\Leftrightarrow\; 3y = 3 \;&\Leftrightarrow\; \underline{y = 1} \\ \Rightarrow\; x = 2y = 2\cdot 1 = 2 \;&\Leftrightarrow\; \underline{x = 2} \end{aligned} \qquad \mathbb{L} = \{2;1\}$$

- <u>Gleichsetzungsverfahren:</u>

  Beim Gleichsetzungsverfahren löst man beide Gleichungen nach einer Variablen auf und setzt die Gleichungen dann gleich. Letztendlich ist das Gleichsetzungsverfahren nur ein Spezialfall des Einsetzungsverfahrens.

$$\begin{aligned} 2x - y &= 3 \\ x - 2y &= 0 \end{aligned} \;\Leftrightarrow\; \begin{aligned} x &= 1{,}5 + 0{,}5y \\ x &= 2y \end{aligned} \;\Leftrightarrow\; \begin{aligned} 2y = 1{,}5 + 0{,}5y \;\Leftrightarrow\; 1{,}5y = 1{,}5 \;&\Leftrightarrow\; \underline{y = 1} \\ \Rightarrow\; x = 2y = 2\cdot 1 = 2 \;&\Leftrightarrow\; \underline{x = 2} \end{aligned} \qquad \mathbb{L} = \{2;1\}$$

- <u>Additionsverfahren:</u>

  Beim Additionsverfahren addiert oder subtrahiert man zu der einen Gleichung ein Vielfaches der anderen Gleichung, so dass eine der Variablen aus der neu entstehenden Gleichung heraus fällt.

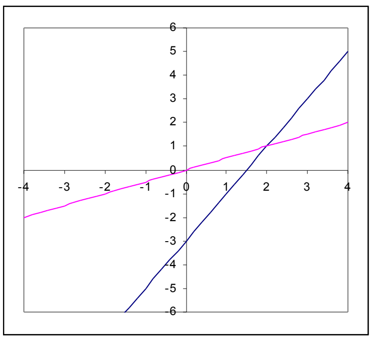
$$\begin{aligned} 2x - y &= 3 \\ x - 2y &= 0 \end{aligned} \;\Leftrightarrow\; \begin{aligned} 2x - y &= 3 \\ \underline{-2x + 4y} &\underline{= 0} \\ 3y &= 3 \end{aligned} \;\Leftrightarrow\; \underline{y = 1} \;\Rightarrow\; \ldots \;\Rightarrow\; \underline{x = 2} \qquad \mathbb{L} = \{2;1\}$$

Lösbarkeit: Es gibt 3 mögliche Lösungen linearer Gleichungssysteme.

Es gibt <u>genau eine</u> Lösung.

$$\begin{aligned} 2x - y &= 3 \\ x - 2y &= 0 \end{aligned} \qquad \mathbb{L} = \{2;1\}$$

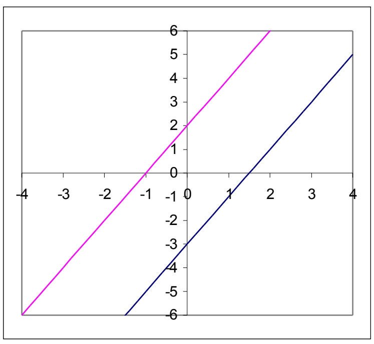
(Rechnung: s.o.)



Es gibt <u>keine</u> Lösung.

$$\begin{aligned} 2x - y &= 3 \\ 2x - y &= -2 \end{aligned} \qquad \mathbb{L} = \{\ \}$$

$3 = -2$ Widerspruch!



Es gibt <u>unendlich viele</u> Lösungen.

$$\begin{aligned} 2x - y &= 3 \\ -2x + y &= -3 \end{aligned} \qquad \mathbb{L} = \mathbb{R}$$

$3 = 3$ Wahre Aussage!