<u>Wichtiges zur Stochastik</u>

<u>Grundbegriffe und Bezeichnungen:</u>

- Ergebnisse werden mit ω (kleines omega, nicht w!) bezeichnet; wenn man mehrere angibt, so wird einfach durchnummeriert: ω_1, ω_2, ...
- Der Ergebnisraum Ω (großes Omega) ist eine Menge; ist dieser gefragt, so schreibt man also Ω = {...}; zwischen die geschweiften Klammern kommen die einzelnen Ergebnisse, am günstigsten mit Strichpunkt (;) voneinander abgetrennt (Komma geht auch – aber da besteht dann Verwechslungsgefahr, falls die Ergebnisse z. B. selbst Kommazahlen sind).
- Die Mächtigkeit des Ergebnisraums ist dagegen die Anzahl der Elemente des Ergebnisraums, also eine Zahl, keine Menge! Man schreibt dafür $|\Omega|$, ***nicht*** Ω! Eine Schreibweise der Art Ω = {KK; KZ; ZK; ZZ} = 4 ist also nicht nur falsch, sondern schlichtweg ***BLÖDSINN*** – eine Menge kann unmöglich gleich einer Zahl sein! Richtig wäre hier: Ω = {KK; KZ; ZK; ZZ} und $|\Omega| = 4$.
- Eine Vergröberung einer Ergebnisraums bedeutet, dass man dasselbe Zufallsexperiment beschreibt, aber ungenauer, also weniger Informationen angibt. Beispielsweise wäre Ω = {2K; 1K; 0K} eine Vergröberung von Ω = {KK; KZ; ZK; ZZ}, weil man nicht mehr genau angibt, wann Kopf bzw. Zahl gefallen ist, sondern nur noch, wie oft Kopf gefallen ist. Wichtig ist dabei:
    - eine Vergröberung enthält immer weniger Elemente als der ursprüngliche Ergebnisraum
    - trotzdem werden immer noch alle möglichen Ergebnisse beschrieben (also wäre z. B. {KK, ZZ} ***keine*** Vergröberung von {KK; KZ; ZK; ZZ}!)
    - abstrakter kann man dafür auch sagen: es muss eine eindeutige Zuordnung von den Elementen in Ω zu denen in Ω' geben

  Umgedreht bedeutet eine Verfeinerung des Ergebnisraums, dass man dasselbe Zufallsexperiment beschreibt, aber genauer, also mehr Informationen angibt. Ist beispielsweise beim Wurf eines Reißnagels Ω = {Spitze, Fläche}, so wäre eine mögliche Verfeinerung, genau anzugeben, in welchem Winkel der Reißnagel gelandet ist.
- Ereignisse sind Mengen von Ergebnissen, also Teilmengen des Ergebnisraums. Für Ereignisse schreibt man meist A, B, C, ... oder E_1, E_2, ...; insbesondere bezeichnet man Ereignisse ***nicht*** mit Ω oder Ω_A oder ähnlichem! Es gibt folgende Möglichkeiten, um Ereignisse anzugeben:
    - beschreibend: Man schreibt die Bezeichnung des Ereignisses hin, dann einen Doppelpunkt, dann die Beschreibung in Anführungszeichen – also z. B. A: „einmal Kopf und einmal Zahl geworfen“. Spezialfall: man benutzt Zufallsgrößen für die Beschreibung. Gibt z. B. die Zufallsgröße X an, wie oft Kopf gefallen ist, so kann man A: X = 1 schreiben
    - aufzählend: Man schreibt die Bezeichnung des Ereignisses hin, dann ein Gleichzeichen, und gibt dann alle zugehörigen Ergebnisse als Menge an – also z. B. A = {KZ, ZK}.
    - Verknüpfung aus anderen Ereignissen: z. B. $A = B \cap \overline{C}$
- Das Gegenereignis $\overline{E}$ (gesprochen: „nicht E“ oder „E quer“) zu einem Ereignis E enthält alle Ergebnisse, die E nicht enthält; mathematisch geschrieben: $\overline{E} = \Omega \backslash E$.
- Das sichere Ereignis enthält alle Ergebnisse, ist also gleich Ω, das unmögliche Ereignis enthält kein Ergebnis, ist also gleich der leeren Menge {} bzw. $\emptyset$.
- Ein Elementarereignis enthält genau ein Ergebnis, also $\{\omega\}$ (man sieht da zwar bis auf die Schreibweise mit Mengenklammern keinen Unterschied zu einem Ergebnis, mathematisch ist das aber trotzdem etwas anderes...).
- Für die Mächtigkeit von Ereignissen gilt dasselbe wie oben gesagt; eine Schreibweise der Art E = {KK; ZZ} = 2 wäre also wieder nicht nur falsch, sondern schlichtweg ***BLÖDSINN*** – eine Menge kann unmöglich gleich einer Zahl sein! Richtig wäre hier: E = {KK; ZZ} und $|E| = 2$.
- Die absolute Häufigkeit eines Ereignisses gibt an, wie oft ein Ereignis (bei mehrfacher Durchführung eines Zufallsexperiments) aufgetreten ist; es ist also ein Anzahl, also eine natürliche Zahl. Man schreibt dafür k(E), wobei für das angeben von E das oben gesagte gilt. Besteht das Zufallsexperiment beispielsweise im Werfen einer Münze, führt man dieses Experiment 10mal durch und fällt dabei der Reihe nach Z, K, Z, Z, Z, Z, K, K, K, Z, so kann man schreiben:
    - k(E) = 4 (wenn man vorher festgelegt hat, dass E für „Kopf gefallen“ steht)

- oder $k(\{K\}) = 4$
- oder k(„Kopf gefallen") = 4
- oder $k(X=1) = 4$ (wenn die Zufallsgröße X angibt, wie oft Kopf gefallen ist)

- Die relative Häufigkeit eines Ereignisses gibt an, wie häufig ein Ereignis (bei mehrfacher Durchführung eines Zufallsexperiments) aufgetreten ist; es ist also ein Anteil, also eine rationale Zahl zwischen 0 und 1 (kann man als Bruch oder als Kommazahl angeben) bzw. eine Prozentzahl zwischen 0% und 100%. Man schreibt dafür $h_n(E)$, wobei für das angeben von E das oben gesagte gilt und n angibt, wie oft das Zufallsexperiment durchgeführt wurde. Besteht das Zufallsexperiment beispielsweise im Werfen einer Münze, führt man dieses Experiment 10mal durch und fällt dabei der Reihe nach Z, K, Z, Z, Z, Z, K, K, K, Z, so kann man schreiben:
  - $h_{10}(E) = 0{,}4$ oder $h_{10}(E) = \frac{2}{5}$ oder $h_{10}(E) = 40\%$ (wenn man vorher festgelegt hat, dass E für „Kopf gefallen" steht)
  - oder $h_{10}(\{K\}) = 0{,}4$ oder $h_{10}(\{K\}) = \frac{2}{5}$ oder $h_{10}(\{K\}) = 40\%$
  - oder h_{10} („Kopf gefallen") = 0,4 oder ...
  - oder $h_{10}(X=1) = 0{,}4$ oder .... (wenn die Zufallsgröße X angibt, wie oft Kopf gefallen ist).
- Der allgemeine Zusammenhang zwischen absoluter und relativer Häufigkeit ist offensichtlich

$$h_n(E) = \frac{k(E)}{n}$$

- Rechenregeln für relative Häufigkeiten:
  - Wie oben schon gesagt, gilt immer $0 \leq h_n(E) \leq 1$ für alle $E \subset \Omega$. Spezialfälle: $h_n(\Omega) = 1$ und $h_n(\{\}) = h_n(\varnothing) = 0$.
  - Die relative Häufigkeit eines Ereignisses ist gleich der Summe der relativen Häufigkeiten der zugehörigen Elementarereignisse: $h_n(\{\omega_1, \omega_2, ...\}) = h_n(\{\omega_1\}) + h_n(\{\omega_2\}) + ...$
  - Gegenereignis: $h_n(\overline{E}) = 1 - h_n(E)$
- Das („empirische") Gesetz der großen Zahl besagt: Führt man ein Zufallsexperiment sehr häufig durch (im Idealfall unendlich häufig...), so werden die Schwankungen der relativen Häufigkeit eines Ereignisses immer kleiner, sprich: diese relative Häufigkeit wird immer mehr gleich einer festen Zahl.
- Damit definiert man die (statistische / frequentistische / aleatorische) Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses: diese ist gleich dieser festen Zahl. Man schreibt P(E) für die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses E. (Nach dem Gesetz der großen Zahlen könnte man nun versuchen, kurz zu definieren: $P(E) = \lim_{n\to\infty} h_n(E)$; es gibt aber gute mathematische Gründe, die dagegen sprechen. Wer's genauer wissen will: siehe Schulbuch...) Für das angeben von E gilt das oben gesagte. Besteht das Zufallsexperiment beispielsweise im Werfen einer Münze, so kann man schreiben:
  - $P(E) = 0{,}5$ oder $P(E) = \frac{1}{2}$ oder $P(E) = 50\%$ (wenn man vorher festgelegt hat, dass E für „Kopf gefallen" steht)
  - oder $P(\{K\}) = 0{,}5$ oder $P(\{K\}) = \frac{1}{2}$ oder $P(\{K\}) = 50\%$
  - oder P(„Kopf gefallen") = 0,5 oder ...
  - oder $P(X=1) = 0{,}5$ oder ... (wenn die Zufallsgröße X angibt, wie oft Kopf gefallen ist)
- Da eine Wahrscheinlichkeit letztlich nichts anderes als eine relative Häufigkeit ist, gelten dieselben Rechenregeln:
  - $0 \leq P(E) \leq 1$ für alle $E \subset \Omega$. Spezialfälle: $P(\Omega) = 1$ und $P(\{\}) = P(\varnothing) = 0$.
  - Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses ist gleich der Summe der Wahrscheinlichkeiten der zugehörigen Elementarereignisse: $P(\{\omega_1, \omega_2, ...\}) = P(\{\omega_1\}) + P(\{\omega_2\}) + ...$
  - Gegenereignis: $P(\overline{E}) = 1 - P(E)$
- Besonders zu beachten ist: eine Wahrscheinlichkeit ist immer eine (reelle) Zahl (zwischen 0 und 1), keine Menge! Eine Schreibweise der Art E = {KK; ZZ} = 0,5 wäre also wieder nicht nur falsch, sondern schlichtweg ***BLÖDSINN*** – eine Menge kann unmöglich gleich einer Zahl sein! Richtig wäre hier: E = {KK; ZZ} und P(E) = 0,5! *(so, hab' ich's jetzt endlich oft genug gesagt, damit ich für diesen Fehler nicht wieder bei mehreren Leuten eine BE abziehen muss...?)*

Kombinatorik / allgemeines Zählprinzip:

Gibt es bei einem mehrstufigen Zufallsexperiment (mit Berücksichtigung der Reihenfolge) auf der ersten Stufe k_1 Möglichkeiten, auf der zweiten Stufe k_2 Möglichkeiten ..., auf der n. Stufe k_n, so gibt es insgesamt $k_1 \cdot k_2 \cdot ... \cdot k_n$ Ergebnisse. Beachte dabei:

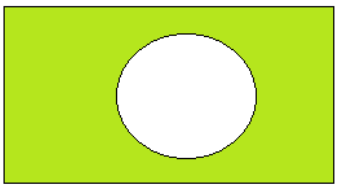
- Wenn die Reihenfolge unwichtig ist, gibt es weniger Möglichkeiten. (siehe z. B. unten bei „k verschiedene Dinge aus n auswählen“!)
- Stimmt nur, wenn es auf jeder Stufe in jedem „Ast“ jeweils gleich viele Möglichkeiten gibt!

Spezialfälle davon sind:

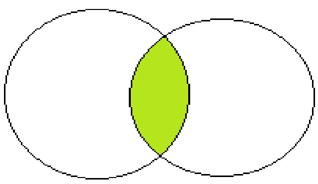
- Die Anzahl der Möglichkeiten, n verschiedene Dinge in unterschiedlicher Reihenfolge anzuordnen, ist $n! = n\cdot(n-1)\cdot...\cdot 1$ (gesprochen: „n Fakultät“); speziell definiert man: $0! = 1$. Der Taschenrechner schafft Fakultäten bis 69!; für höhere Zahlen schaut man im Tafelwerk nach.
- Die Anzahl der Möglichkeiten, k verschiedene Dinge aus n auszuwählen (mit Beachtung der Reihenfolge), ist $n!/(n-k)!$.
- Die Anzahl der Möglichkeiten, k verschiedene Dinge aus n auszuwählen (ohne Beachtung der Reihenfolge), ist $\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!\cdot k!}$.
  - Man nennt dies einen Binomialkoeffizienten (weil diese Zahlen als Vorfaktoren in binomischen Formeln $(a + b)^n$ auftauchen).
  - Mit dem Taschenrechner rechnet man das so: erst n eintippen, dann die Taste nCr, dann k eintippen.
  - Außerdem gibt es im Tafelwerk auch eine Tabelle dazu. Findet man einen Wert dort nicht, so kann man versuchen, erst mal die Formel $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$ zu benutzen (siehe dazu auch das Beispiel unter der Tabelle!).
  - Spezialfälle: $\binom{n}{0} = 1 = \binom{n}{n}$ und $\binom{n}{1} = n = \binom{n}{n-1}$

Mengenverknüpfungen / Mengenalgebra / Ereignisalgebra:

- Tritt das Gegenereignis $\overline{A}$ ein, so tritt A nicht ein und umgekehrt.

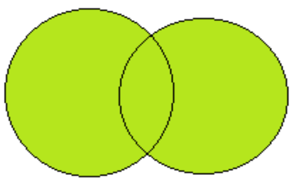


- Tritt $A \cap B$ (Schnittmenge) ein, so tritt A ***und*** B ein (beide gleichzeitig).



	A	$\overline{A}$
B		
$\overline{B}$		

- Tritt $A \cup B$ (Vereinigungsmenge) ein, so tritt A ***oder*** B ein (oder beide, das „oder“ ist einschließend!)



	A	$\overline{A}$
B		
$\overline{B}$		

- einige öfters benötigte Gesetze zur Mengenalgebra findet man in der Merkhilfe, unter anderem auch die Gesetze von de Morgan

wichtige Zusammenhänge bei Verknüpfungen von Ereignissen:

- Zwei Ereignisse heißen unvereinbar, wenn sie keine Ergebnisse gemeinsam haben, wenn also ihre Schnittmenge gleich der leeren Menge ist (Merkhilfe!). Ist zu überprüfen, ob zwei Ereignisse (un)vereinbar ist, so schreibt man also ihre Schnittmenge hin und schaut, ob diese leer ist. Beachte: Unvereinbarkeit hat erst mal nichts mit Wahrscheinlichkeiten zu tun – es genügt, wenn man die Ereignisse (Mengen) selbst anschaut!
- Zwei Ereignisse heißen unabhängig, wenn das Eintreten des einen Ereignisses keinen Einfluss auf die Wahrscheinlichkeit des Eintretens des anderen Ereignisses hat. Das klingt kompliziert, die Überprüfung ist aber einfach: man berechnet die Wahrscheinlichkeiten P(A) und P(B) der einzelnen Ereignisse und die Wahrscheinlichkeit der Schnittmenge $P(A \cap B)$. Ist dann $P(A) \cdot P(B) = P(A \cap B)$, so sind die Ereignisse unabhängig.

wichtige Zusammenhänge und Formeln:

Verknüpfung	Mengen-schreibweise	Wahrscheinlichkeit allgemein	... wenn un-vereinbar	... wenn unabhängig
A oder B	$A \cup B$	**$P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ (*)**	$P(A) + P(B)$	$P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$
A und B	$A \cap B$	keine Formel (***)	0	**$P(A) \cdot P(B)$ (**)**

(*) ist der Satz von Sylvester (siehe Merkhilfe!), (**) ist die Definition der Unabhängigkeit (siehe oben und Merkhilfe!); die restlichen angegebene Ergebnisse für die Wahrscheinlichkeiten folgen direkt aus diesen beiden Grundformeln! Bei (***) gibt es eine Formel für die sogenannte „bedingte Wahrscheinlichkeit“, das steht aber nicht im Lehrplan.

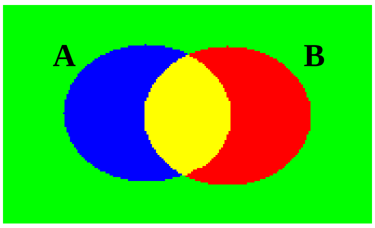
Der Satz von Sylvester gilt übrigens entsprechend auch für relative / absolute Häufigkeiten und für Mächtigkeiten (das wird man aber wohl in der Prüfung kaum jemals brauchen...):

- $h_n(A \cup B) = h_n(A) + h_n(B) - h_n(A \cap B)$
- $k(A \cup B) = k(A) + k(B) - k(A \cap B)$
- $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$

Vierfeldertafel:

- Bei einer Vierfeldertafel für Wahrscheinlichkeiten oder relative Häufigkeiten muss rechts unten immer 1 bzw. 100% stehen, bei einer Vierfeldertafel für absolute Häufigkeiten der Anzahl n der Durchführungen des Zufallsexperiments.
- Man darf die Wahrscheinlichkeiten (bzw. relativen / absoluten Häufigkeiten) der einzelnen Ereignisse in der Vierfeldertafel addieren, weil sie alle unvereinbar sind; dies sieht man besonders schön, wenn man die Felder der Vierfeldertafel mit dem Venn-Diagramm vergleicht:

	A	$\overline{A}$
B		
$\overline{B}$		



- Sind A und B unabhängig, so ergeben sich die Einträge in der Vierfeldertafel jeweils durch Multiplikation.
- Sind A und B unvereinbar, so steht links oben eine 0; entsprechendes gilt, wenn zwei andere der vier Ereignisse unvereinbar sind.
- Ist A eine Teilmenge von B, so ist $P(A \cap B) = P(A)$ und $P(A \cap \overline{B}) = 0$; entsprechendes gilt, wenn B eine Teilmenge von A ist.

Baumdiagramme und Pfadregeln:

- Jedem Pfad (Weg von Wurzel zu Blatt) im Baumdiagramm entspricht genau ein Ergebnis.
- Die von jedem Punkt ausgehenden Zweige tragen Wahrscheinlichkeiten, deren Summe gleich 1 ist (Verzweigungsregel).
- Die Wahrscheinlichkeit jeden Pfades (also jedes Elementarereignisses) ist jeweils gleich dem Produkt der Wahrscheinlichkeiten längs des Pfades (1. Pfadregel). *(Anmerkung: das folgt daraus, dass die einzelnen Ereignisse i. A. unabhängig sind!)*
- Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses ist gleich der Summe der Wahrscheinlichkeiten aller Pfade, die zu den zugehörigen Ergebnissen führen (2. Pfadregel). *(Anmerkung: das ist einfach die übliche Regel von oben: die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses ist gleich der Summe der Wahrscheinlichkeiten der zugehörigen Elementarereignisse!)*

Laplace-Experiment: Definition und Formel siehe Merkhilfe
Die Formel nur dann anwenden, wenn wirklich alle Elementarereignisse gleich wahrscheinlich – also im Allgemeinen ***nicht*** bei Ereignissen, die man mittels eines Baumdiagramms erhält!

Bernoulli-Experiment und -Kette: Definition und Formel siehe Merkhilfe

- für spezielle Ereignisse kann man abkürzende Formeln benutzen:
  - nur Treffer: $P = p^n$
  - nur Nieten: $P = q^n = (1 - p)^n$
  - mindestens ein Treffer: Gegenereignis zu „nur Nieten“, also $P = 1 - q^n$
  - mindestens eine Niete: Gegenereignis zu „nur Treffer“, also $P = 1 - p^n$
- die linke Spalte im Tafelwerk gibt die Wahrscheinlichkeit für ***genau*** k Treffer an
- die rechte Spalte gibt die Wahrscheinlichkeit für ***höchstens*** k Treffer
- die Wahrscheinlichkeit für ***weniger als*** k Treffer ist natürlich gleich der Wahrscheinlichkeit für höchstens k–1 (Beispiel: „weniger als 7“ ist dasselbe wie „höchstens 6“)
- die Wahrscheinlichkeit für ***mindestens*** k Treffer erhält man mit Hilfe der Wahrscheinlichkeit des Gegenereignisses, also höchstens k–1 Treffer (Beispiel: das Gegenereignis zu „mindestens 15“ ist „höchstens 14“)
- die Wahrscheinlichkeit für ***mehr als*** k Treffer erhält man mit Hilfe der Wahrscheinlichkeit des Gegenereignisses, also höchstens k Treffer (Beispiel: das Gegenereignis zu „mehr als 23“ ist „höchstens 23“)
- soll die Wahrscheinlichkeit zwischen zwei Zahlen liegen (z. B. „mehr als 12, aber höchstens 25“), so kann man entweder die Wahrscheinlichkeiten für alle möglichen Zahlen heraus suchen und addieren (also die Wahrscheinlichkeit für genau 13 plus die Wahrscheinlichkeit für genau 14 plus ... plus die Wahrscheinlichkeit für genau 25) oder (*schwieriger, aber* ***deutlich!!!*** *schneller*) entsprechende Werte der rechten Spalte voneinander abziehen (im Beispiel: die Wahrscheinlichkeit für höchstens 25 minus die Wahrscheinlichkeit für höchstens 12).
- ***Vorsicht:*** Lautet die Formulierung nicht „nur k Treffer“, sondern „Treffer an der ..., ..., ... Stelle“, so ist (im Gegensatz zu sonst) die Reihenfolge wichtig! Deswegen lässt man dann in der Formel den Binomialkoeffizienten weg (der zählt ja gerade die Anzahl der möglichen Anordnungen – wenn man nur eine Anordnung will, dann braucht man den also nicht!). Beispiel: Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass man bei 5 Würfen eines Würfels beim 2. und beim 4. Mal eine 6 würfelt? Hier rechnet man ***nicht*** $P = B(5;1/6;2) = \binom{5}{2}\cdot(1/6)^2\cdot(5/6)^3$, sondern nur $P = (1/6)^2\cdot(5/6)^3$.

  (sprich: dafür benutzt man ***nicht*** das Tafelwerk!)

zur Summenschreibweise:

$\sum_{i=j}^{k} a_i$ ist eine abkürzende Schreibweise für die Summe $a_j + a_{j+1} + ... + a_k$ Diese Schreibweise ist also eine Kurzform für: „Setze im Term a_i für i der Reihe nach die Zahlen j, j+1, ..., k ein und zähle alle Ergebnisse

zusammen“. (Die obere Zahl k muss also hier immer größer oder gleich die untere Zahl j sein, und beides müssen natürliche Zahlen sein.) i wird als „Summationsindex“ bezeichnet.
Beispiele:

- $\sum_{i=3}^{6} i$ = 3 + 4 + 5 + 6 (für i wird der Reihe nach 3, 4, 5, 6 eingesetzt, und alles wird zusammen gezählt)
- $\sum_{i=1}^{4} x_i \cdot W(x_i)$ = $x_1 \cdot W(x_1) + x_2 \cdot W(x_2) + x_3 \cdot W(x_1) + x_3 \cdot W(x_3)$ (für i wird der Reihe nach 1, 2, 3, 4 eingesetzt, und alles wird zusammen gezählt)
- $\sum_{i=0}^{3} f(x_i) \cdot \Delta x$ = $f(x_0) \cdot \Delta x + f(x_1) \cdot \Delta x + f(x_2) \cdot \Delta x + f(x_3) \cdot \Delta x$ (für i wird der Reihe nach 0, 1, 2, 3 eingesetzt, und alles wird zusammen gezählt)
- $\sum_{i=7}^{13} B(20;0{,}25;i)$ = B(20;0,25;7) + B(20;0,25;8) + B(20;0,25;9) + B(20;0,25;10) + B(20;0,25;11) + B(20;0,25;12) + B(20;0,25;13) (für i wird der Reihe nach 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 eingesetzt, und alles wird zusammen gezählt)

Wie üblich bei Summen kann man einen gemeinsamen Faktor ausklammern, z. B.:
$f(x_0) \cdot \Delta x + f(x_1) \cdot \Delta x + f(x_2) \cdot \Delta x + f(x_3) \cdot \Delta x = \Delta x \cdot (f(x_0) \cdot \Delta x + f(x_1) \cdot \Delta x + f(x_2) \cdot \Delta x + f(x_3) \cdot \Delta x)$, also
$\sum_{i=0}^{3} f(x_i) \cdot \Delta x = \Delta x \cdot \sum_{i=0}^{3} f(x_i)$ *(das benutzt man z. B. bei der Herleitung der Verschiebungsformel)*

Außerdem kann man alle Summen von j von k letztlich durch Differenzen von Summen von 0 bis k ausdrücken, z. B.:
$\sum_{i=3}^{6} i = 3 + 4 + 5 + 6 = (0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) - (0 + 1 + 2) = \sum_{i=0}^{6} i - \sum_{i=0}^{2} i$, also allgemein:
$\sum_{i=j}^{k} a_i = \sum_{i=0}^{k} a_i - \sum_{i=0}^{j-1} a_i$ ***(beachte die –1 oben im zweiten Summensymbol!)***
Diese Regel benutzt man bei Bernoulli-Ketten für Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen der Art „zwischen ... und ... Treffern“ (siehe oben!)

<u>Beschreibende Statistik:</u> siehe entsprechendes Blatt
beim Histogramm beachten: der Flächeninhalt eines Balkens gibt letztlich die Wahrscheinlichkeit an; da man für die Breite der Balken aber meist 1 wählt, gibt normalerweise einfach die Höhe eines Balkens die Wahrscheinlichkeit an

<u>Hypothesentest:</u> siehe entsprechendes Blatt