

Wiederholung: Umkehrfunktionen

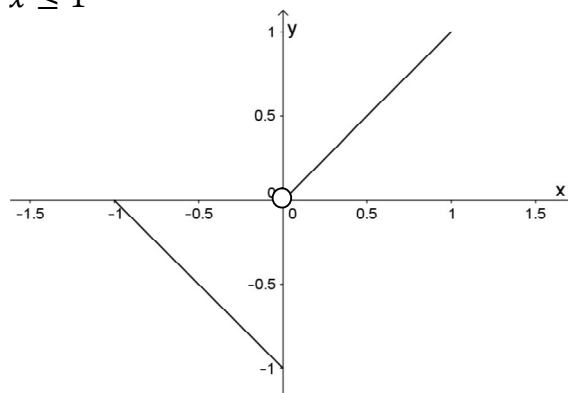
Definition: Ist für eine Funktion $f: x \mapsto y$ die umgekehrte Zuordnung $y \mapsto x$ ebenfalls eindeutig, also eine Funktion, so nennt man sie die Umkehrfunktion zu f und bezeichnet sie mit f^{-1} .

Eine Funktion ist also genau dann umkehrbar, wenn ihr Graph mit jeder Parallelen zur x -Achse höchstens einen Schnittpunkt hat.

Ist eine Funktion in ganz D smf oder in ganz D sms, so ist sie umkehrbar.

(Beachte: Diese Bedingung ist hinreichend, aber nicht notwendig! Z. B. ist die Funktion

$f: x \mapsto \begin{cases} -x - 1 & \text{für } -1 \leq x \leq 0 \\ x & \text{für } 0 < x \leq 1 \end{cases}$ mit dem folgenden Graph



smf in $[-1; 0]$ und sms in $[0; 1]$, also **nicht** in ganz D smf oder in ganz D sms, aber trotzdem in ganz $D = [-1; 1]$ umkehrbar!

Sätze:

- 1) $D(f^{-1}) = W(f)$ und $D(f) = W(f^{-1})$.
- 2) Man erhält $G_{f^{-1}}$ durch Spiegeln von G_f an der Winkelhalbierenden des I. und III. Quadranten.
- 3) Es gilt immer: $f^{-1}(f(x)) = f(f^{-1}(x)) = x$.

Berechnen der Umkehrfunktion:

- 1) Funktionsgleichung $y = f(x)$ hinschreiben.
- 2) Nach x auflösen, dabei D beachten!
- 3) wenn Ergebnis eindeutig: x und y vertauschen; dann hat man $f^{-1}(x)$

Speziell: Lineare Funktionen

Ist f eine lineare Funktion mit $m \neq 0$, so gibt es immer eine Umkehrfunktion, und diese ist

ebenfalls linear. Ihre Steigung ist $\frac{1}{m} = m^{-1}$.