Wiederholung: Logarithmus

Definition: Die reelle Zahl x, mit der man eine reelle Zahl $a \in \mathbb{R}^+\backslash\{1\}$ potenzieren muss, um die reelle Zahl $u > 0$ zu erhalten, heißt der <u>Logarithmus von u zur Basis a</u>, geschrieben:

$x = \log_a u$ (manchmal auch: ${}_a\log u$)

u heißt der <u>Numerus</u>.
speziell: $\log_{10} = \lg$; $\log_e = \ln$

Dabei ist e die <u>Euler'sche Zahl</u>, $\boxed{e = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n \approx 2{,}72}$.

nach der Definition gilt: $\boxed{x = \log_a u \Leftrightarrow a^x = u}$

daraus folgen die Spezialfälle:

1) $a^0 = 1 \Rightarrow \log_a 1 = 0$
2) $a^1 = a \Rightarrow \log_a a = 1$
3) $a^{-1} = \frac{1}{a} \Rightarrow \log_a \frac{1}{a} = -1$
4) $\log_a a^x = x$ und $a^{\log_a x} = x$, „logarithmieren" ist also die Umkehroperation zum „exponieren" (*genauso wie z. B. Wurzel ziehen die Umkehroperation zum Quadrieren ist*).

Anschaulich: Der Logarithmus liefert mir immer den Exponenten.

Rechengesetze: *(im Folgenden sind $a, b \in \mathbb{R}^+\backslash\{1\}, u.v \in \mathbb{R}^+$ und $x.y \in \mathbb{R}$)*

1) $a^x \cdot a^y = a^{x+y} \Rightarrow \ldots \Rightarrow \boxed{\log_a(u \cdot v) = \log_a u + \log_a v}$
2) $a^x : a^y = a^{x-y} \Rightarrow \ldots \Rightarrow \boxed{\log_a\left(\frac{u}{v}\right) = \log_a u - \log_a v}$
3) $(a^x)^y = a^{x \cdot y} \Rightarrow \ldots \Rightarrow \boxed{\log_a(u^y) = y \cdot \log_a u}$
4) $a^x = u \Rightarrow \ldots \Rightarrow \boxed{\log_a u = \frac{\log_b u}{\log_b a}}$ „Basisumrechnung"