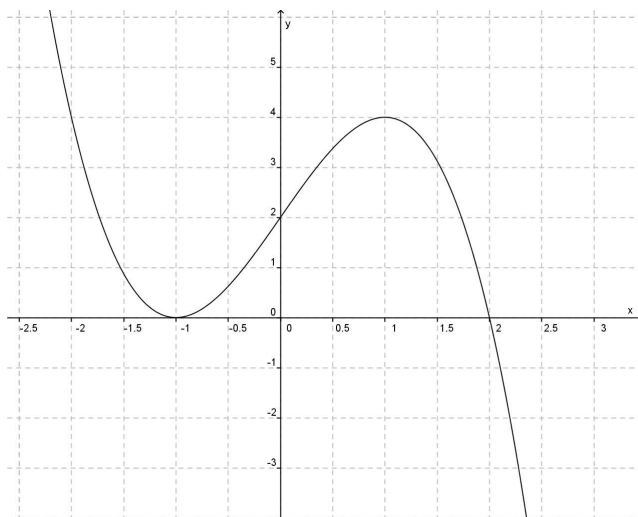


## Wie überprüft man den VZW einer Funktion $g$ bei einer Nullstelle?

(nötig z. B. bei Extremstellen:  $g = f'$ ; oder bei Wendestellen:  $g = f''$ )

- lineare Funktionen: wenn die Gerade steigt, liegt bei der Nullstelle ein VZW von  $-$  nach  $+$  vor; wenn sie fällt, ein VZW von  $+$  nach  $-$ 
  - Beispiel:  $g(x) = -3x + 6$ ;  $g$  hat die Nullstelle  $x_1 = 2$ ; da  $g$  eine fallende Gerade beschreibt, liegt bei  $x_1 = 2$  also ein VZW von  $+$  zu  $-$  vor.
- quadratische Funktionen der Form  $a(x + b)^2$  haben keinen VZW bei ihrer Nullstelle
- allgemein: Vielfachheit der Nullstelle von  $g$  überprüfen
  - ist die Vielfachheit ungerade bzw. gerade, so liegt ein bzw. kein VZW vor
  - damit bekommt man aber nur heraus, **ob** es einen VZW gibt, aber nicht, was für einen!
  - Beispiel:  $g(x) = -x^3 + 3x + 2$ .  $g$  hat die Nullstellen  $x_{1,2} = -1$  (doppelt) und  $x_3 = 2$  (einfach); bei  $-1$  hat man also keinen VZW, bei  $2$  hat man einen VZW
- **nur dann**, wenn die Nullstelle von  $g$  einfach ist, kann man die nächsthöhere Ableitung verwenden
  - ist  $g' \neq 0$  bzw.  $= 0$ , so liegt ein bzw. kein VZW vor; genauer: ist  $g' > 0$  bzw.  $< 0$ , so liegt ein VZW von  $-$  nach  $+$  bzw. von  $+$  nach  $-$  vor
  - ist die Nullstelle von  $g$  dagegen mehr als einfach, so ist **immer**  $g' = 0$ , egal, ob ein VZW vorliegt oder nicht –  $g'$  hilft einem dann also überhaupt nichts!
  - Beispiel:  $g(x) = -x^3 + 3x + 2$ ;  $g'(x) = -3x^2 + 3$ .  $g$  hat die Nullstellen  $x_{1,2} = -1$  (doppelt) und  $x_3 = 2$  (einfach).  $g'(-1) = 0$ , da  $-1$  eine doppelte Nullstelle von  $g$  ist, hier macht  $g'$  also keine Aussage darüber, ob  $g$  das VZ wechselt.  $g'(2) = -9 < 0$ , also wechselt  $g$  bei  $2$  das VZ von  $+$  zu  $-$
- Graph skizzieren (mit Hilfe der Nullstellen, ihrer Vielfachheiten und dem Verhalten für  $x \rightarrow \pm\infty$ )
  - Beispiel:  $g(x) = -x^3 + 3x + 2$ .  $g$  hat die Nullstellen  $x_{1,2} = -1$  (doppelt) und  $x_3 = 2$  (einfach). Der Graph verläuft von links oben nach rechts unten. Skizze:



Offensichtlich wechselt bei  $-1$  das VZ nicht, bei  $2$  wechselt das VZ von  $+$  zu  $-$

- Werte links und rechts der Nullstelle (aber noch „vor“ der nächsten Nullstelle!) einsetzen und Funktionswerte berechnen
  - Beispiel:  $g(x) = -x^3 + 3x + 2$ .  $g$  hat die Nullstellen  $x_{1,2} = -1$  und  $x_3 = 2$ . Es ist  $g(-1,1) = 0,031 > 0$  und  $g(-0,9) = 0,029 > 0$ , also wechselt bei  $-1$  das VZ nicht;  $g(1,9) = 0,841 > 0$  und  $g(2,1) = -0,961 < 0$ , also wechselt bei  $2$  das VZ von  $+$  zu  $-$