

Vorsicht bei WaP, wenn auch die zweite Ableitung gleich 0 ist!

Ist $f'(x_0) = 0$ und $f''(x_0) = 0$, so ist keine Entscheidung möglich! Bei x_0 kann trotzdem ein ExP sein, kann aber auch ein TeP sein!

Anmerkungen:

1. Das passiert übrigens genau dann, wenn x_0 eine mehr als einfache Nullstelle von f' ist.
2. Man sagt, dass $f'(x_0) = 0$ (waagrechte Tangente) eine „notwendige, aber nicht hinreichende Bedingung“ für einen ExP ist; dass zusätzlich $f''(x_0) \neq 0$ gilt, ist eine „hinreichende, aber nicht notwendige Bedingung“ für einen ExP.)

Beispiele:

$$f(x) = x^3$$

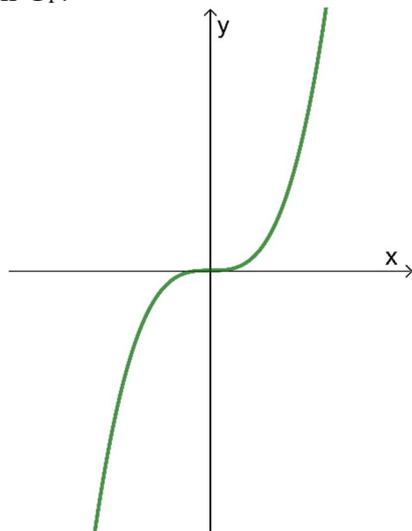
$$f'(x) = 3x^2$$

$$f''(x) = 6x$$

$$\text{WaP: } 3x^2 = 0 \rightarrow x_{1,2} = 0$$

$$f''(0) = 6 \cdot 0 = 0 \rightarrow \text{keine Entscheidung möglich!}$$

Skizze von G_f :



$$f(x) = x^4$$

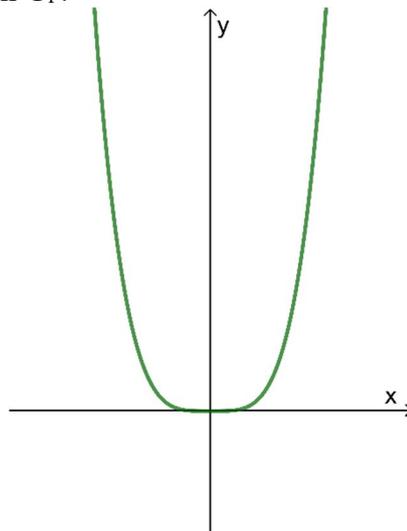
$$f'(x) = 4x^3$$

$$f''(x) = 12x^2$$

$$\text{WaP: } 4x^3 = 0 \rightarrow x_{1,2,3} = 0$$

$$f''(0) = 12 \cdot 0^2 = 0 \rightarrow \text{keine Entscheidung möglich!}$$

Skizze von G_f :



Vorsicht bei FlaP, wenn auch die dritte Ableitung gleich 0 ist!

Ist $f''(x_0) = 0$ und $f'''(x_0) = 0$, so ist keine Entscheidung möglich! Bei x_0 kann trotzdem ein WeP sein, muss aber nicht!

Anmerkungen:

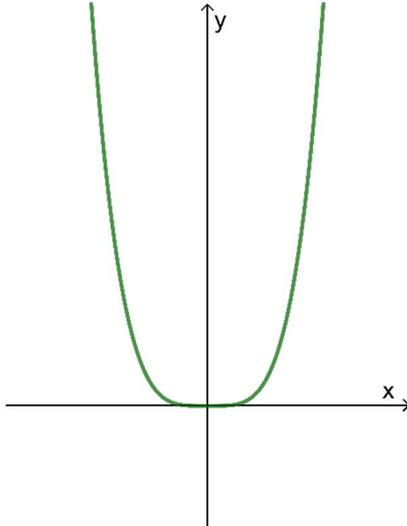
1. Das passiert übrigens genau dann, wenn x_0 eine mehr als einfache Nullstelle von f' ist.
2. Man sagt, dass $f'(x_0) = 0$ (keine Krümmung) eine „notwendige, aber nicht hinreichende Bedingung“ für einen WeP ist; dass zusätzlich $f''(x_0) \neq 0$ gilt, ist eine „hinreichende, aber nicht notwendige Bedingung“ für einen WeP.)

Beispiele:

$$\begin{aligned}f(x) &= x^4 \\f'(x) &= 4x^3 \\f''(x) &= 12x^2 \\f'''(x) &= 24x \\ \text{FlaP: } 12x^2 = 0 &\rightarrow x_{1,2} = 0\end{aligned}$$

$$f'''(0) = 24 \cdot 0 = 0 \rightarrow \text{keine Entscheidung möglich!}$$

Skizze von Gr:



$$\begin{aligned}f(x) &= x^5 \\f'(x) &= 5x^4 \\f''(x) &= 20x^3 \\f'''(x) &= 60x^2 \\ \text{FlaP: } 20x^3 = 0 &\rightarrow x_{1,2,3} = 0\end{aligned}$$

$$f'''(0) = 60 \cdot 0^2 = 0 \rightarrow \text{keine Entscheidung möglich!}$$

Skizze von Gr:

