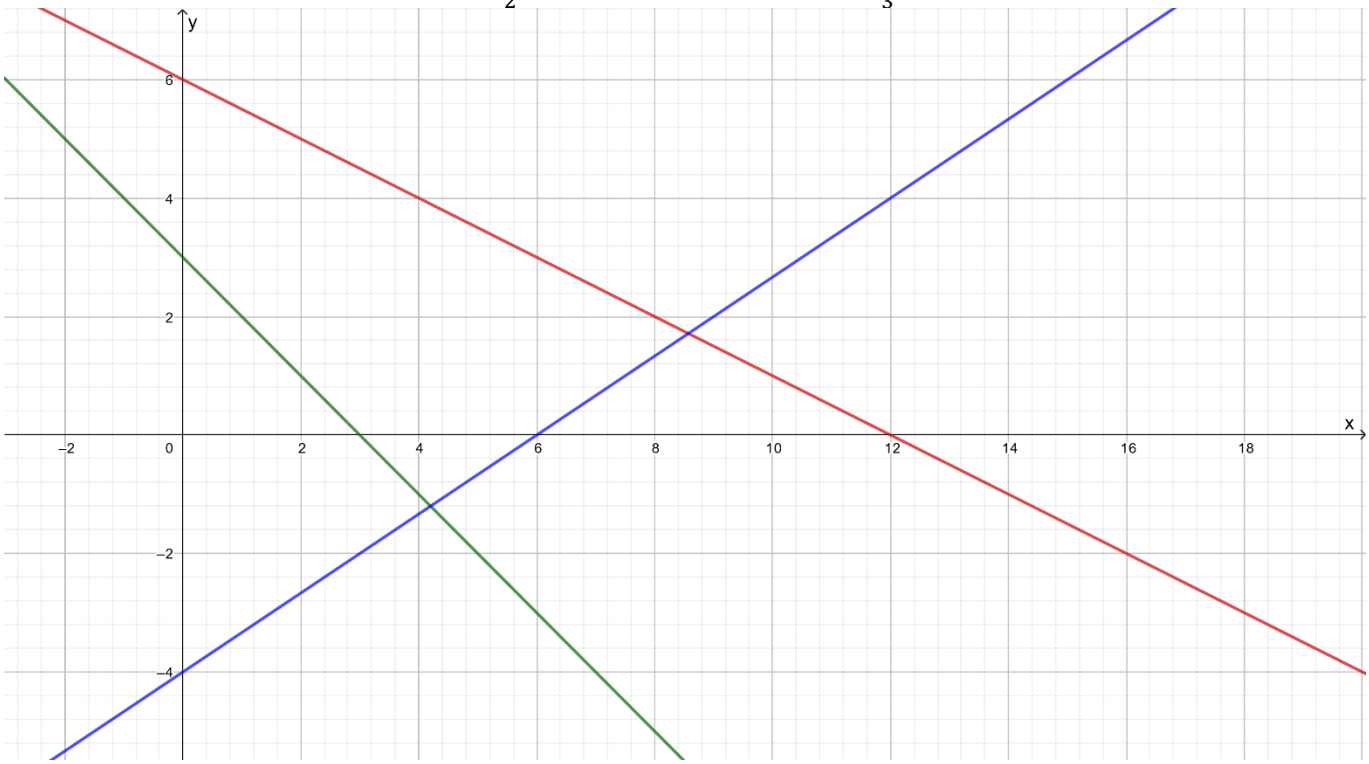
V.1 Lineare Gleichungen mit zwei Unbekannten

209/1 *a: grün; b: rot; c: blau*

a) $y = -x + 3$ b) $y = -\frac{1}{2}x + 6$ c) $y = \frac{2}{3}x - 4$

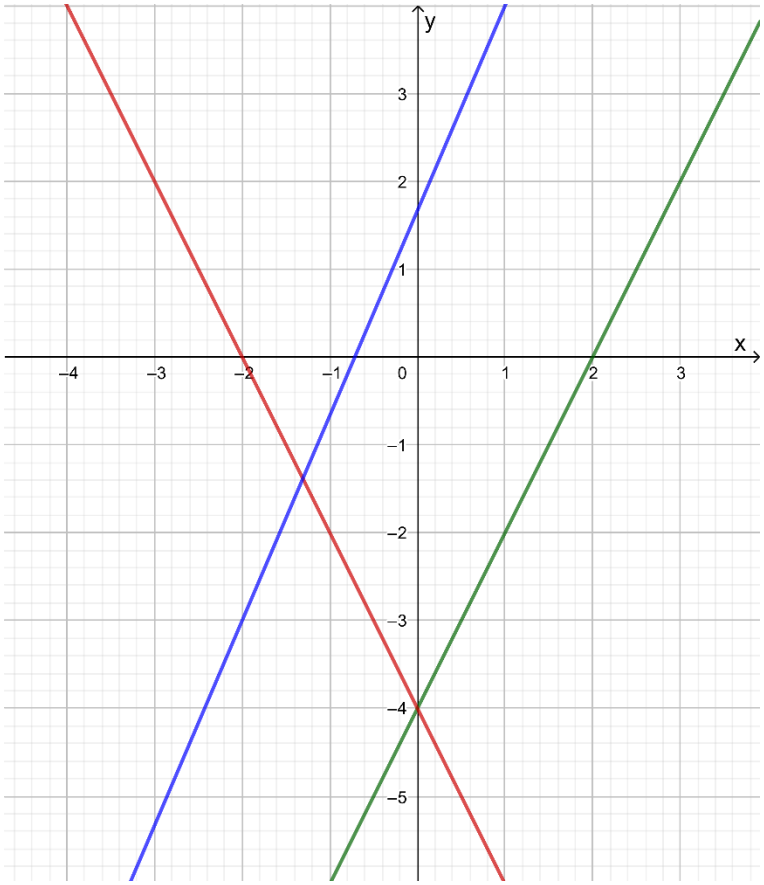


209/2 *d: grün; e: rot; f: blau*

a) $S_y(0|3); N(3|0)$ b) $S_y(0|6); N(12|0)$ c) $S_y(0|-4); N(6|0)$

Graphen siehe 209/1

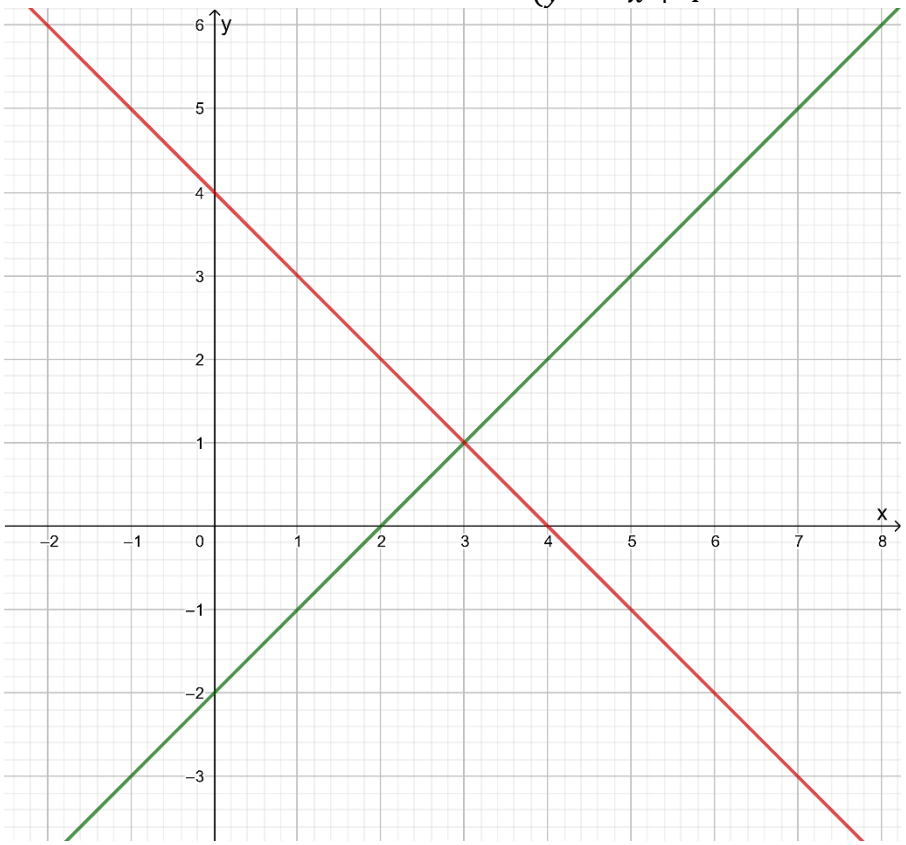
d) $S_y(0|-4); N(2|0)$ e) $S_y(0|-4); N(-2|0)$ f) $S_y\left(0\left|\frac{5}{3}\right.\right); N\left(-\frac{5}{7}\right|0)$



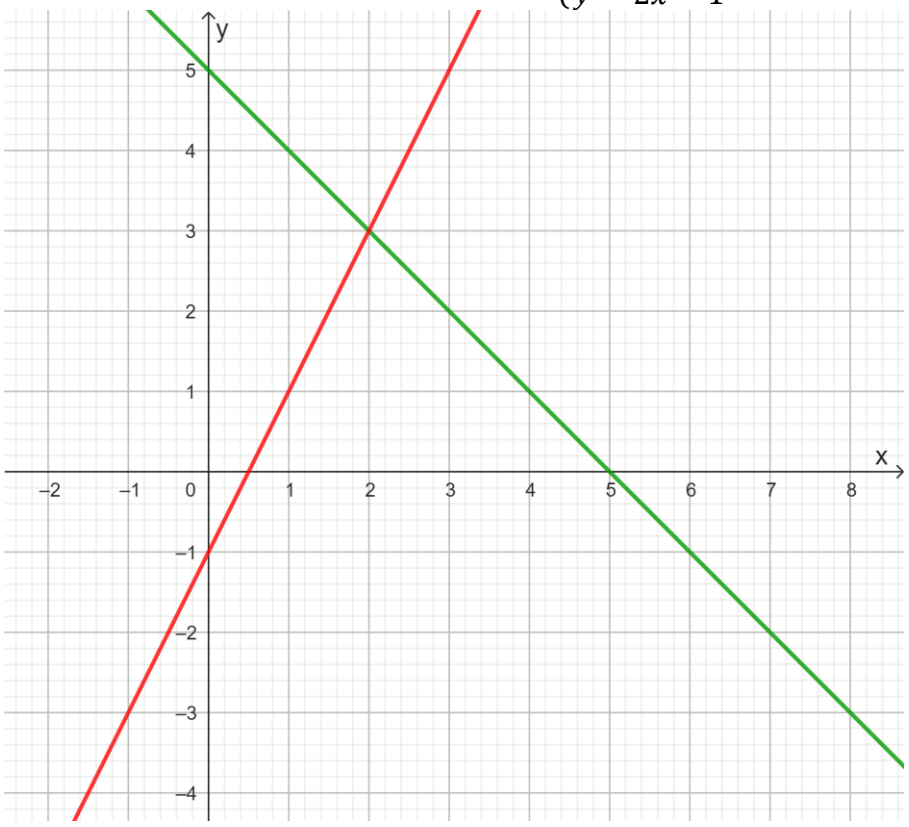
V.2 Graphisches Lösen und das Gleichsetzungsverfahren

211/3

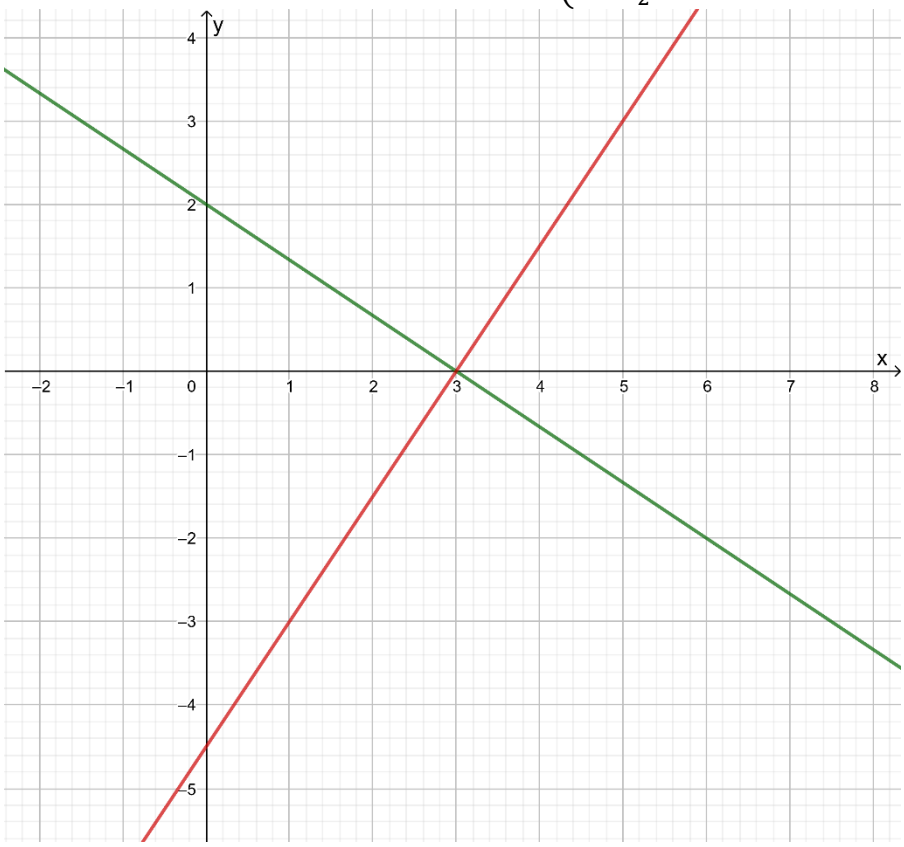
a) $S_y(0|-2); N(2|0);\ S_y(0|4); N(4|0);$ $\begin{cases} y = x - 2 \\ y = -x + 4 \end{cases}$; S(3|1)



b) $S_y(0|5); N(5|0);\ S_y(0|-1); N(0{,}5|0);$ $\begin{cases} y = -x + 5 \\ y = 2x - 1 \end{cases}$; S(2|3)



c) $S_y(0|2); N(3|0);\ S_y(0|-4{,}5); N(3|0);\ \begin{cases} y = -\frac{2}{3}x + 2 \\ y = \frac{3}{2}x - 4{,}5 \end{cases};$ S(3|0)



211/4

a) $\begin{cases} y = 0{,}5x - 1{,}5 \\ y = -2x + 1 \end{cases};\ S(1|-1);\ \begin{cases} 0{,}5x - y = 1{,}5 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} y = 1{,}5x - 2 \\ y = -0{,}25x + 1{,}5 \end{cases};\ S(2|1);\ \begin{cases} 1{,}5x - y = 2 \\ 0{,}25x + y = 1{,}5 \end{cases}$

213/5

a) $L = \{(5|16)\}$ b) $L = \{(3|8)\}$ c) $L = \{(14|4)\}$

V.3 Das Einsetzungsverfahren

213/6

a) $L = \{(3|-1)\}$ b) $L = \left\{\left(-\frac{3}{4}\middle|\frac{7}{2}\right)\right\}$ c) $L = \{(2|-6)\}$

V.4 Das Additionsverfahren

213/7

a) $L = \{(1|3)\}$ b) $L = \{(4|-3)\}$ c) $L = \{(-3|-13)\}$

d) $L = \left\{\left(-\frac{3}{5}\middle|2\right)\right\}$ e) $L = \left\{\left(-1\middle|\frac{5}{4}\right)\right\}$ f) $L = \{(-3|5)\}$

214/8

a) $L = \{(8|9)\}$ b) $L = \left\{\left(-\frac{5}{4}\middle|-\frac{9}{2}\right)\right\}$ c) $L = \{(4|0{,}5)\}$

214/9 G: Gleichsetzverfahren; E: Einsetzverfahren; A: Additionsverfahren

a) E; $L = \{(0{,}5|-3)\}$ b) A; $L = \{(-3|-5)\}$ c) A; $L = \left\{\left(\frac{6}{7}\middle|-\frac{19}{7}\right)\right\}$

d) G; $L = \{(1|-1)\}$ e) A; $L = \{(3|1)\}$ f) E; $L = \{(2|5)\}$

g) E; $L = \{(3|-1)\}$ h) A; $L = \{(-19|-8)\}$ i) G; $L = \{(16{,}5|4{,}5)\}$

214/10

a) $L = \{(1{,}6|4{,}2)\}$ b) $L = \left\{\left(\frac{5}{6}\middle|\frac{3}{5}\right)\right\}$ c) $L = \{(280|-212)\}$

d) $L = \{(-2|4)\}$ e) $L = \{(-2|3)\}$ f) $L = \{(0{,}8|-3{,}2)\}$

214/11

Gleichsetzverfahren: $\begin{cases} y = 3x - 1 \\ y = 2x + 3 \end{cases}$

Einsetzverfahren: $\begin{cases} -2x + y = 3 \\ y = 3x - 1 \end{cases}$

Additionsverfahren: $\begin{cases} -2x + y = 3 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$

214/12

a) $L = \{(16,\overline{3}|-44)\}$

b) $L = \{(98|-269{,}4)\}$; eigentlich hätte man ein sehr ähnliches Ergebnis wie in (a) erwartet…

c) Die beiden Geraden sind fast parallel zueinander (und sogar fast identisch). Die kleine Änderung im Vorfaktor von x macht die Geraden noch stärker parallel, deshalb schneiden sie sich erst bei deutlich größeren x-Werten.

215/13

2·I – II: 0 = –8; offensichtlich falsche Aussage ➔ Das LGS ist unlösbar.

$\begin{cases} y = x - 1 \\ y = x + 3 \end{cases}$ ➔ Die Geraden sind echt parallel.

215/14

5·I – II: 0 = 0; wahre Aussage für alle Werte von x, y ➔ Das LGS ist „allgemeingültig".

$\begin{cases} y = -x + 1 \\ y = -x + 1 \end{cases}$ ➔ Die Geraden sind identisch.

215/15

a) „allgemeingültig"; $L = \{(-2 + 1{,}5\lambda|\lambda)|\lambda \in \mathbb{R}\}$

b) unlösbar; $L = \{\}$

c) „allgemeingültig"; $L = \{(-1{,}5\lambda|\lambda)|\lambda \in \mathbb{R}\}$

V.5 Das Gauß-Verfahren

224/1

a) ja b) nein c) nein

224/2

a) $L = \{(-1|-1|3)\}$ b) $L = \{(2|-7|4)\}$ c) $L = \{(-10/3 \mid 3 \mid 2)\}$

224/3

a) $L = \{(1|0|0)\}$ b) $L = \{(0|0|0)\}$ c) $L = \{(-5|-1|-1)\}$

d) $L = \{(1|2|-2)\}$ e) $L = \{(2|3|-5)\}$ f) $L = \{(3,\overline{6}|-5,\overline{3}|-7)\}$

V.6 Anwendungen

216/17

a) A2, B1

b) $K_A(t) = 0{,}05t + 15$; $K_B(t) = 0{,}25t + 10$ (jeweils K in €, t in min)

c) Bei einer Gesprächsdauer von 25 min sind die Kosten identisch.

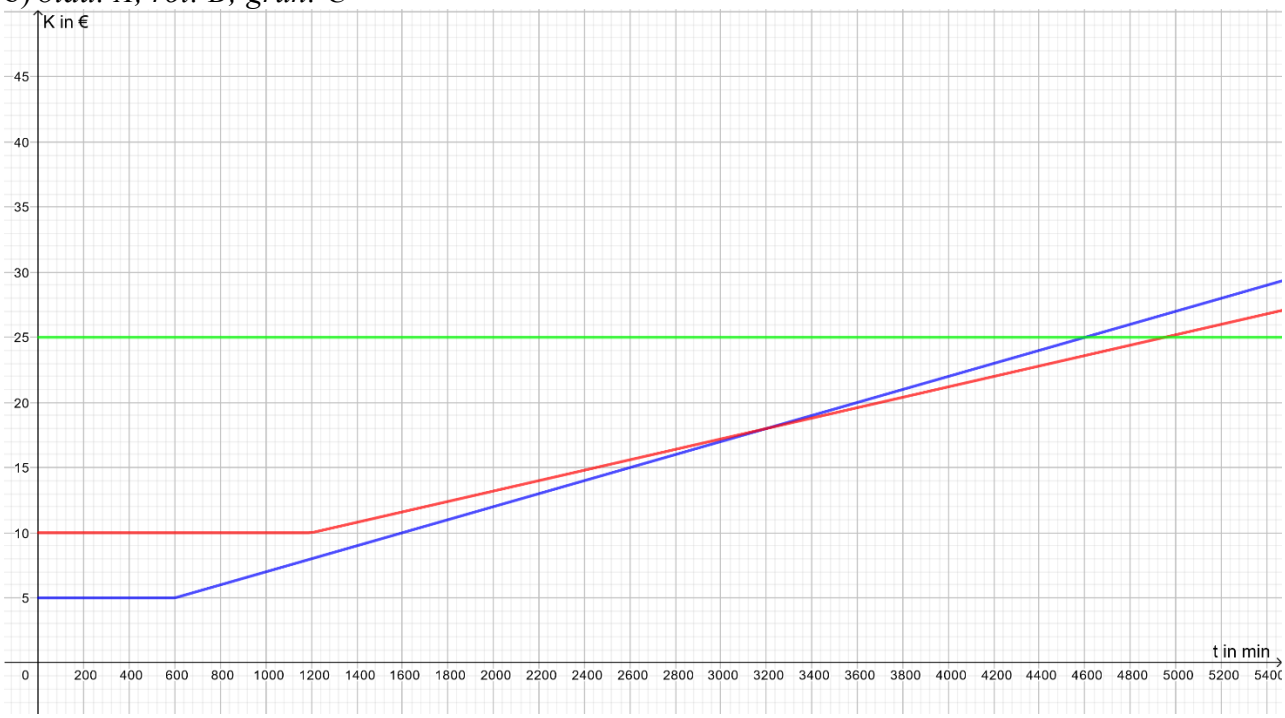
d) Wenn man weniger als 25 min in fremde Netze telefoniert, ist Tarif B günstiger.

216/18

a) $K_A(t) = \begin{cases} 5 & 0 \le t \le 600 \\ 0{,}005t + 2 & 600 < t \end{cases}$; $K_B(t) = \begin{cases} 10 & 0 \le t \le 1200 \\ 0{,}004t + 5{,}2 & 1200 < t \end{cases}$; $K_C(t) = 25$

(jeweils K in €, t in min)

b) *blau: A; rot: B; grün: C*



c) Für Peter ist Tarif B am günstigsten.

d) Für eine Nutzungszeit von 3200 min sind die Tarife A und B kostengleich.

e) Ab einer Nutzungszeit von 4950 min sollte Peter die Flatrate wählen.

217/19

- Für beide Diagramme falsch.
- Nur für Diagramm 1 richtig.
- Nur für Diagramm 2 richtig.
- Nur für Diagramm 2 richtig.
- Nur für Diagramm 1 richtig.

217/20

a) Allgemein gilt: $s = v\,(t - t_0)$ mit s: zurückgelegte Strecke, v: Geschwindigkeit, t: Zeit, t_0: Zeit, zu der man losfährt (Punktsteigungsform!). Setzt man die gegebenen Werte ein, dann erhält man s_1 und s_2.

b) Die Steigung entspricht jeweils der Geschwindigkeit, die Nullstelle der Zeit, zu der sie losfahren.

c) Fahrer 1 wird nach 2,5 Stunden eingeholt; die beiden Fahrer sind dann 32,5 Kilometer vom Startort entfernt.

d) Nach 2 Stunden ist Fahrer 1 noch $4,\overline{3}$ Kilometer vor Fahrer 2.

218/21

a) Zug 1 fährt durchschnittlich mit 60 km/h.

b) Zug 2 fährt um 9:30 Uhr in B ab (entgegengesetzt zu Zug 1) und kommt um 14 Uhr in A an. Die

Durchschnittsgeschwindigkeit ist 40 km/h. Zug 3 fährt um 9:50 Uhr in A ab (gleiche Richtung wie Zug 1) und kommt um 11:50 Uhr in B an. Die Durchschnittsgeschwindigkeit ist 90 km/h.
Zug 1: 2 (wenn t die Zeit ab 9:00 Uhr in Stunden ist und s die Entfernung zu A in Kilometern; Begründung wie in 217/20a). Die beiden anderen Gleichungen passen weder zu Zug 2 noch zu Zug 3. Richtig ist für Zug 2: s = –40t + 200; für Zug 3: s = 90t – 75.

c) α) Zug 3 überholt Zug 1 nach 2,5 Stunden.
β) Zug 2 begegnet Zug 1 nach 2 Stunden, 120 km von A, und Zug 3 nach ≈2,12 h, ≈115 km von A.
γ) Zug 3 ist dann noch 37,5 km von Zug 1 entfernt.

218/22

a) Fritz ist 25 min gelaufen.

b) Die beiden Brüder haben eine Strecke von $3,\overline{3}$ km zurückgelegt.

220/29

a) $K_A(x) = 0{,}3x + 10;\quad K_B(x) = 0{,}35x$ (jeweils K in €, x in kWh)

b) 1: A; 2: B (Begründung: Steigung, y-Achsenabschnitt; Graph 2 stimmt aber nicht ganz, der sollte eigentlich durch den Punkt (200|70) verlaufen!)

c) Bei Unternehmen A hat man Kosten von 34 €, bei Unternehmen B 28 €. (graphisch: bei x = 80 jeweils die y-Werte ablesen)

d) Bis zu einem Verbrauch von 200 kWh sollte man sich für Unternehmen B entscheiden. (Unternehmen A ergibt hier in der Aufgabenstellung keinen Sinn!) Die Kosten sind dann 70 €. Das Problem bei der graphischen Lösung ist, dass Graph 2 eigentlich nicht ganz stimmt (siehe (b)), also kann man die richtige Lösung nicht ablesen… Außerdem sind die Steigungen recht ähnlich, sodass der Schnittpunkt sowieso nicht besonders genau abgelesen werden kann.

220/30

Bis zu einem Verbrauch von 2000 kWh ist Bluestrom günstiger, bei mehr als 2000 kWh die Stadtwerke.

216/16

a) x ist der Preis pro Tag, y ist der Preis pro gefahrenem Kilometer, jeweils in €.

b) Peter will wissen, wie hoch der Preis pro Tag ist und wie viel man pro gefahrenem Kilometer zahlt.
(Warum auch immer Peter da ein LGS aufstellt und löst, statt die Preise einfach nachzulesen…)

c) Pro gefahrenem Kilometer zahlt man 0,12 €, pro Tag 49,50 €.

219/23

a) $\begin{cases} 3y + x = 23 \\ 3x - y = 19 \end{cases}$; die beiden Zahlen sind 8 und 5.

b) $\begin{cases} x + y = 13 \\ 10y + x = 10x + y - 27 \end{cases}$; die Zahl ist 85.

c) $\begin{cases} x = 2y + 1 \\ 10y + x = \frac{1}{2}(10x + y) - 1 \end{cases}$; die Zahl ist 52.

219/24

a) Ralf ist 20 Jahre alt, Karoline 14 Jahre.

b) Der Vater ist 41 Jahre alt, der Sohn 7 Jahre.

219/25

Die Ersthypothek beläuft sich auf 243 000 €, die Zweithypothek auf 306 000 €.

219/26

Das Grundgehalt ist 2656 €, die Überstundenpauschale beträgt 21 €.

219/27

Die Parkuhr enthielt 125 Münzen zu 20 Cent und 78 Münzen zu 50 Cent.

220/28
Herr Schmidt hatte 4500 € in den ersten Fonds investiert und 7500 € in den zweiten.

220/31
Man muss 40 Liter von der ersten mit 80 Liter von der zweiten Sorte mischen.

224/4
Die Zahl ist 725.

224/5
$\begin{cases} L = S_1 + S_2 + 15 \\ L - 7 = 6(S_1 - 7) \\ L - 7 = 10(S_2 - 7) \end{cases}$ ➔ Herr Ludwig ist 37 Jahre alt, der erste Sohn 12 Jahre und der zweite 10 Jahre.

224/6
Der erste Hauptpreis hat einen Gewinn von 10 000 €, der zweite 6 000 €, der dritte 2 000 €.

224/7
Die Zinssätze sind 3%, 2,5% und 2%.