

VI.1 Lineares und exponentielles Wachstum

8.3/1

a) Nach einem Jahr hat man 5125 €, nach zwei Jahren etwa 5253,13 €, nach fünf Jahren etwa 5657,04 €.

8.3/3

a) (Beträge in €)

Zeit in Jahren	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Abschreibungsbetrag	2000	1600	1280	1024	819	655	524	419	336	268
Restbuchwert	8000	6400	5120	4096	3277	2621	2097	1688	1342	1074

b) Nach 10 Jahren hat die Maschine noch einen Restwert von etwa 1074 €.

c) Bei degressiver Abschreibung hat die Maschine nach den 10 Jahren (und auch später) noch einen Restwert, bei linearer Abschreibung nicht.

8.3/5

a)

Feld	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Reiskörner	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

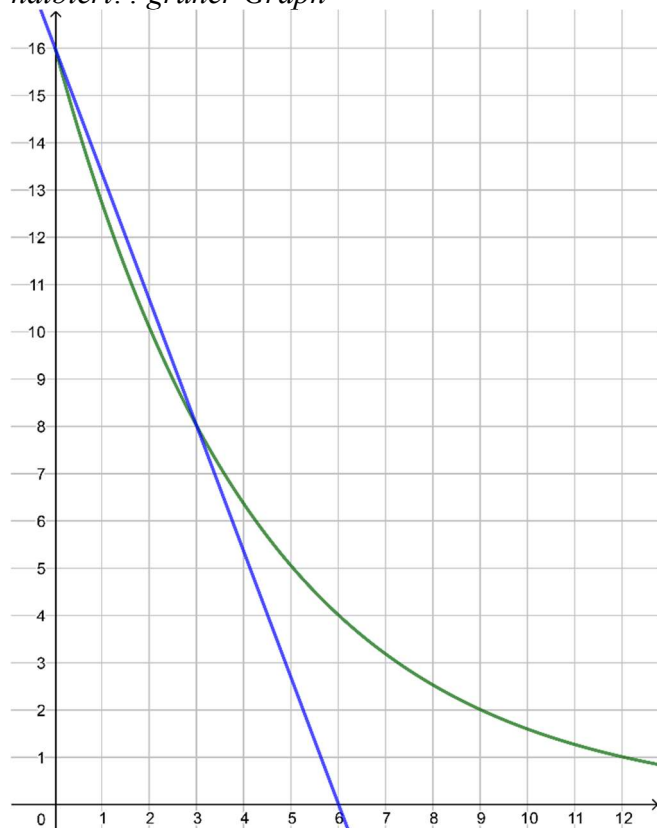
b) Auf dem 20. Feld wären 524 288 Reiskörner, auf dem 32. Feld 2 147 483 648.

c) Auf dem 64. Feld wären 9 223 372 036 854 775 808 Körner; diese hätten eine Masse von etwa 461 Billionen kg.

8.3/12

a) *Was soll man da diskutieren???*

b) *Ist das so gemeint, dass der Anfangswert 16 ist und sich die Menge nach jeweils 3 Längeneinheiten halbiert?! grüner Graph*



c) Nach jeweils 3 Kästchen halbiert sich der Wert. Bei einer linearen Funktion würde der Wert dagegen jeweils um eine konstante Zahl abnehmen, nicht um einen konstanten Prozentsatz; der Graph wäre eine Gerade.

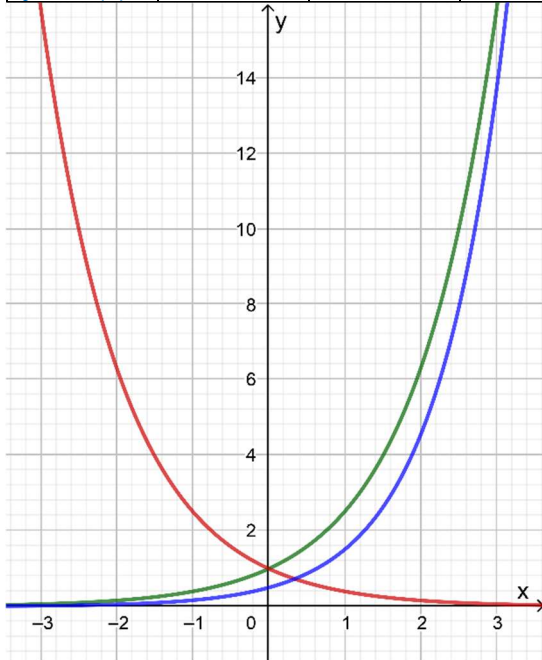
d) *siehe oben, blauer Graph*

$$y = -\frac{8}{3}x + 16$$

VI.2 Exponentialfunktionen

464/1

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = f_1(x)$	0,06	0,16	0,4	1	2,5	6,25	15,63
$y = f_2(x)$	15,63	6,25	2,5	1	0,4	0,16	0,06
$y = f_3(x)$	0,02	0,06	0,17	0,5	1,5	4,5	13,5



464/2

$$y = 0,125 \cdot 12^x$$

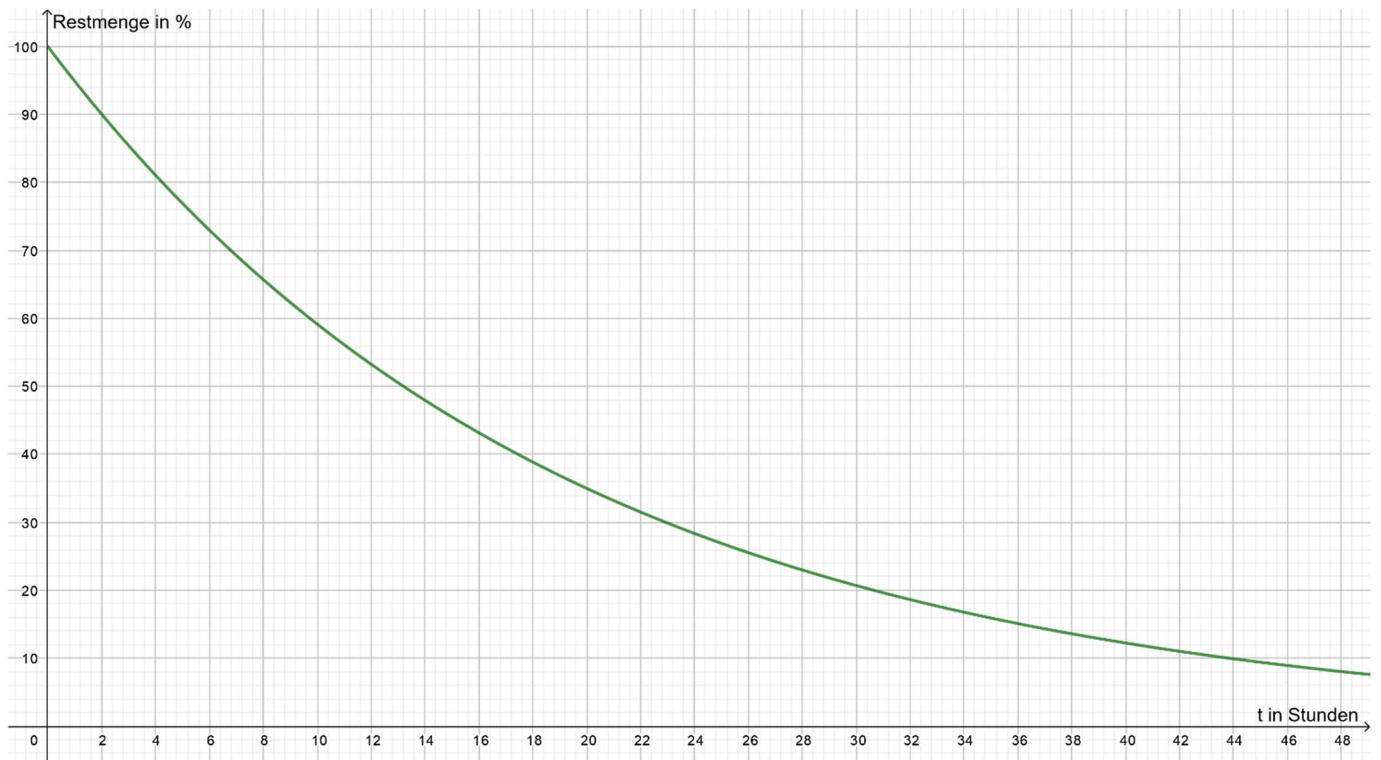
8.3/4

a)

t in Stunden	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
Restmenge in %	100	81,05	65,70	53,25	43,16	34,99	28,36	22,99	18,63	15,10	12,24

b) Nach einem Tag sind noch etwa 28,36% vorhanden.

c)



8.3/6

- a) Stauchung mit Faktor 0,3; monoton steigend
- b) Streckung mit Faktor 2, Spiegelung an x-Achse; monoton fallend
- c) Spiegelung an x-Achse; monoton fallend
- d) Streckung mit Faktor 4; monoton steigend

8.3/10

- a) Die Halbwertszeit beträgt (etwa) 30 Jahre.
- b) t in Jahren $\rightarrow N(t) = N_0 \cdot 0,5^{t/30}$

VI.3 Logarithmen

467/1

a) $x = 0,5$

b) $x = 2$

c) $x = -0,5$

467/2

a) $x = 5$

b) $x = 2\sqrt{2}$

c) $x = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

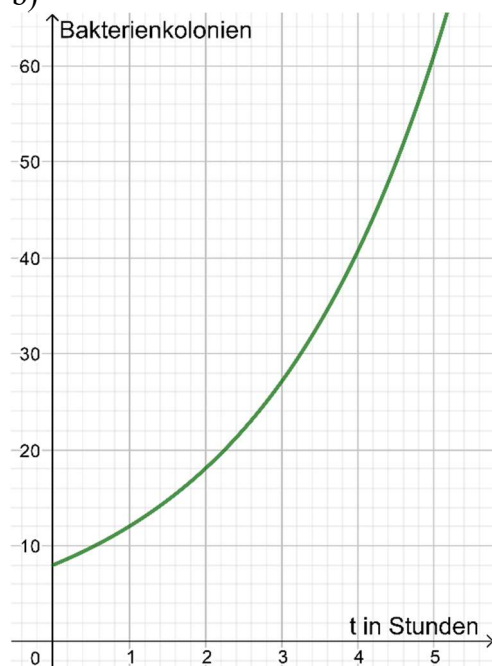
467/3

a)

t in Stunden	0	1	2	3	4	5
Bakterienkolonien	8	12	18	27	40,5	60,75

$y = 8 \cdot 1,5^t$

b)



c) Die Bakterienanzahl hat sich nach etwa 1,71 Stunden (1 h 43 min) verdoppelt.

d) Nach 24 Stunden befinden sich etwa 134 673 Bakterienkolonien in der Petrischale.

Nicht gerade realistisch... real findet hier eher ein logistisches Wachstum statt, kein rein exponentielles.

468

a) 4

b) 4

c) nicht definiert

d) -4

e) -3

f) -1

476/2

a) Anfang 2019: rund 7,67 Milliarden Menschen

t: Zeit in Jahren seit Anfang 2019; f(t): Weltbevölkerung in Milliarden

→ $f(t) = 7,67 \cdot 1,012^t$

(wenn man voraussetzt, dass die Wachstumsrate konstant bei 1,2% bleibt – was unrealistisch ist, die nimmt ab!)

b) *unklar, welches Jahr gemeint ist!* Ende 2019 (also Anfang 2020): etwa 7,76 Milliarden Menschen

c) Die Weltbevölkerung würde sich in etwa 58,1 Jahren verdoppeln, also bis etwa Februar 2077.

8.3/2

a) Das Kapital ist dann etwa 17 822,01 €.

b) Es dauert gut 100 Monate. (*bzw. eigentlich 9 Jahre = 108 Monate, da ja sicher nur jährlich verzinst wird, nicht monatlich!*)

8.3/7

Numerus:

a) $x = 10\,000$

b) $x = 216$

c) $x = 0,25$

d) $x = \frac{4}{9}$

e) $x = 1$

f) $x = 32$

Basis:

a) $x = 5$

b) $x = \sqrt{2}$

c) $x = 5$

d) $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

e) $x = \sqrt{3}$

f) $x = \sqrt[4]{8}$

8.3/9

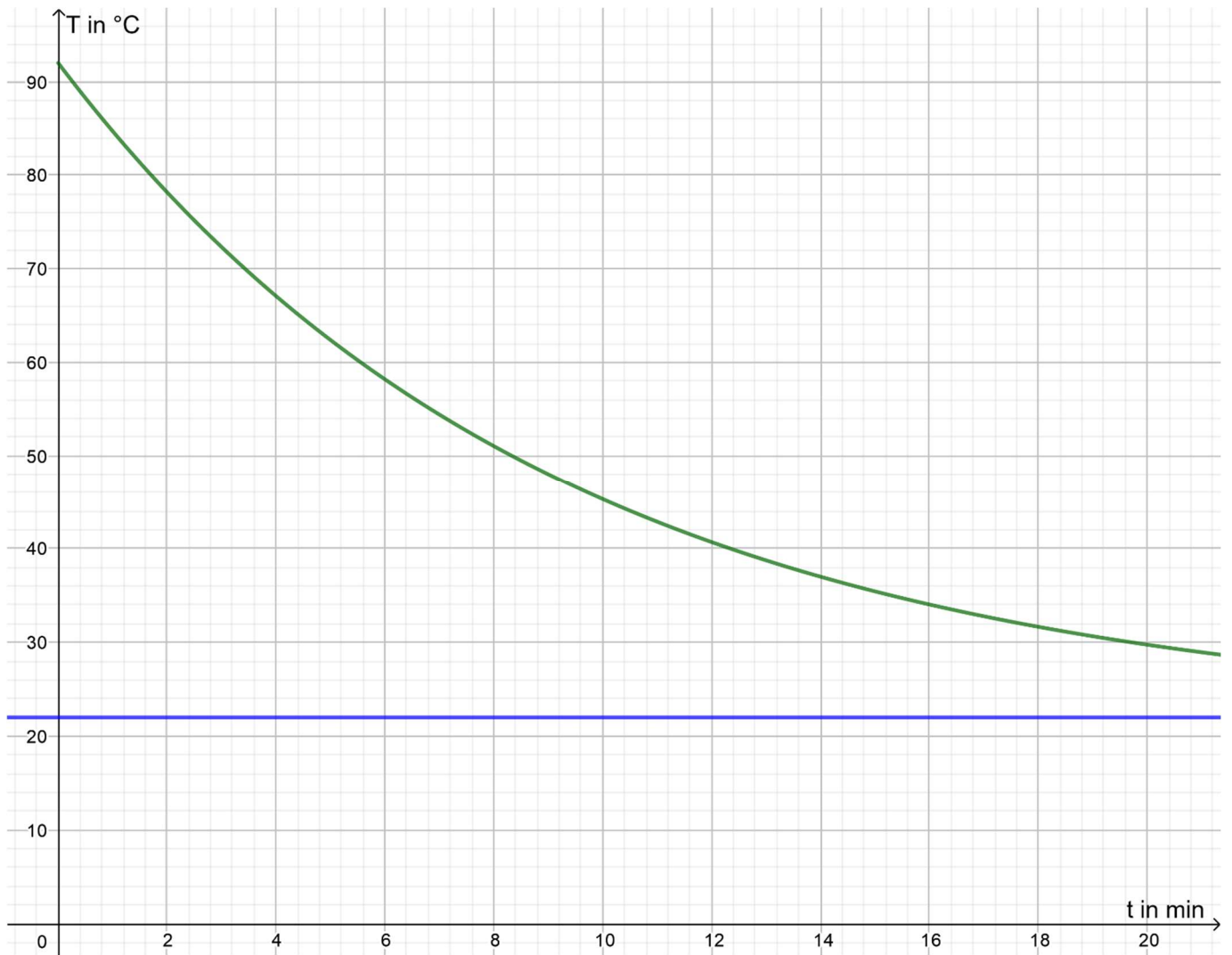
a) Nach 1 m sind noch etwa 11,6% übrig.

b) Die Wand müsste etwa 1,39 m dick sein.

8.3/13

a) Die Halbwertszeit ist 30 Jahre.

b) siehe roter Kasten auf S. 476



d) Die Mischtemperatur ist etwa $57,1^{\circ}\text{C}$.

481/1

a) 4

b) 0,5

c) 2

d) 0

e) $\log_4 4 = 1$

f) $\log_3 \frac{1}{9} = -2$

481/2

Das Anfangskapital war 10 000 €, der Zinssatz 3%.

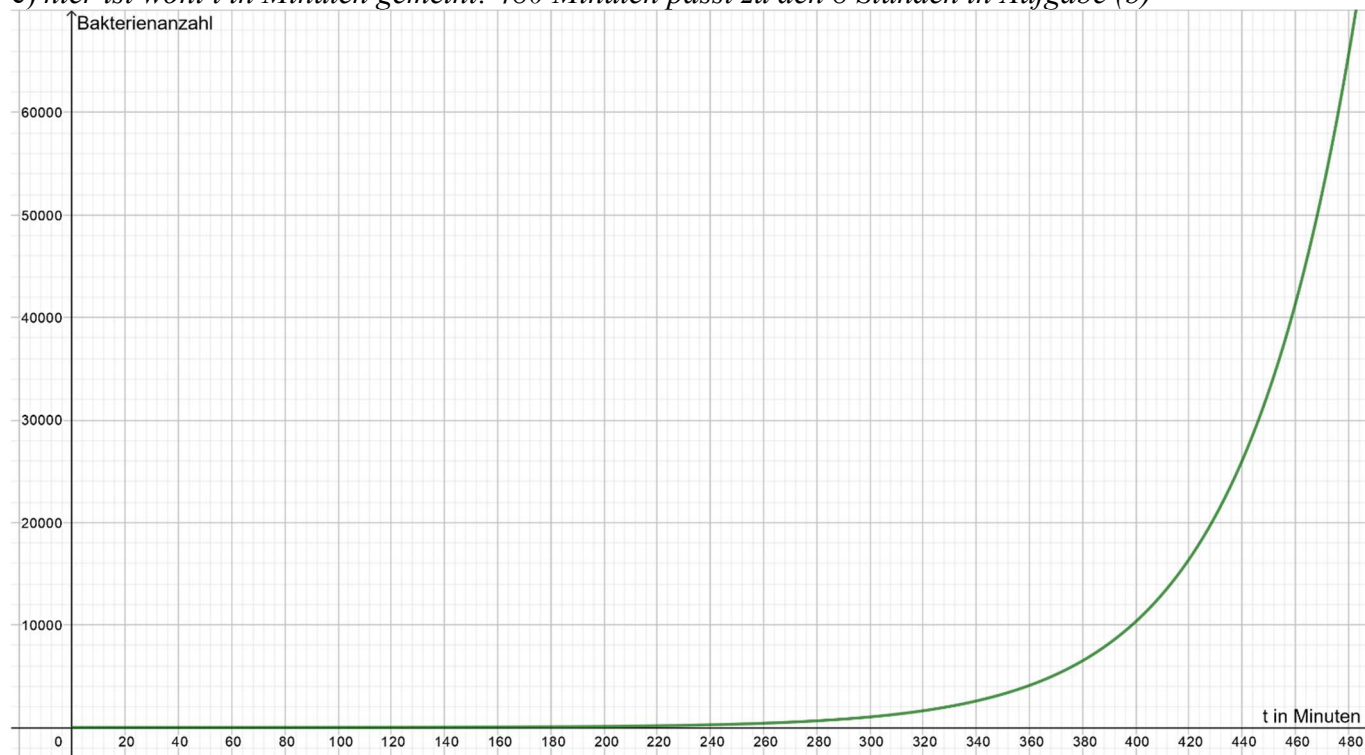
481/3

a) t in Stunden $\rightarrow$ Bakterienanzahl: $y = 4^t$

falls t in Minuten gemeint ist (Aufgabe (c) klingt so): Bakterienanzahl: $y = 2^{t/30}$

b) Nach 1 Stunde sind 4 Bakterien vorhanden, nach 4 Stunden sind es 256, nach 8 Stunden 65 536.

c) *hier ist wohl t in Minuten gemeint: 480 Minuten passt zu den 8 Stunden in Aufgabe (b)*



Den Graphen in diesem Bereich darzustellen, ist eher dämlich: Wenn man den Maßstab so wählt, dass auch der Wert bei $t = 480$ noch passt, dann sieht man von der Entwicklung bis ca. $t = 200$ überhaupt nichts!

481/4

a) t in Tagen $\rightarrow m(t) = m_0 \cdot 0,5^{t/8}$

b) Nach einem Tag waren noch etwa 91,7% vorhanden, nach einer Woche 54,5%, nach 30 Tagen noch 7,4%.

c) Nach etwa 159,5 Tagen ist nur noch ein Millionstel vorhanden.

Die folgenden Aufgaben passen alle besser zum Lehrplan der 12. Klasse!

476/1

$$b \cdot a^{t+T_2} = 2 \cdot b \cdot a^t \quad | : (b \cdot a^t) \Rightarrow a^{T_2} = 2 \quad | \ln(\dots) \Rightarrow \ln a^{T_2} = \ln(2) \Rightarrow T_2 \cdot \ln(a) = \ln(2) \dots$$

8.3/1

b) Bei stetiger Verzinsung wären es nach fünf Jahren etwa 5665,74 €.

8.3/8

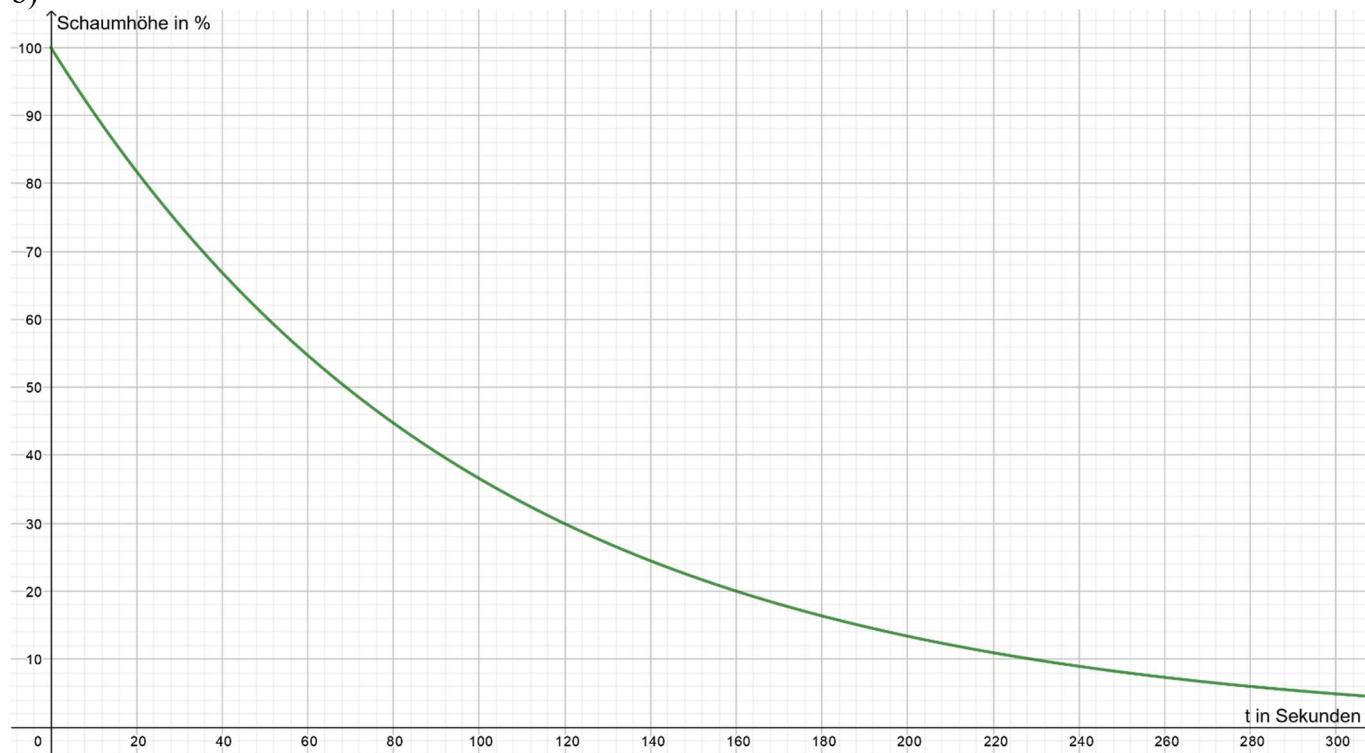
2^3 ist keine Exponentialfunktion! Ist 2^x gemeint oder 2^{3x} ?

$$2^x = e^{\ln(2) \cdot x}; \quad 2^{3x} = e^{3 \cdot \ln(2) \cdot x}$$

8.3/11

a) $k \approx 0,010$

b)



c) Es sind noch etwa 4,9% vorhanden.

8.3/14

a) α) Das Auto ist dann noch etwa 11 583,55 € wert.

β) Nach etwa 19,5 Jahren hat es nur noch Schrottwert.

γ) Nach etwa 3,5 Jahren ist es nur noch die Hälfte wert.

b) Er geht von einer Wertminderung von etwa 20,6% im Jahr aus.

8.3/15

a) Auf lange Sicht kühlt der Espresso bis auf die Raumtemperatur ab.

b) $k \approx 0,110$ (pro min)

c)

t in Minuten	0	4	8	12	16	20
T in °C	92	67,1	51,0	40,7	34,0	29,8