IV.1 Der Funktionsbegriff

228 *Im Buch sind nur Beispiele für Zuordnungen zwischen Zahlenmengen, es sind aber noch abstraktere Zuordnungen möglich!*
z. B.:
1) Jedem Menschen wird seine Haarfarbe zugeordnet.
2) Jedem Haus einer Straße wird seine Höhe zugeordnet.
3) Jedem Sektor eines Glückrads ist ein Gewinn oder eine Niete zugeordnet.

229f

Geschwindigkeit in km/h	10	20	30	40	50	60
Benzinverbrauch in ℓ / 100 km	1,2	1,8	2,9	3,3	6,0	8,5

231/1
a) Wenn die Kerze angezündet wird, ist ihre Brenndauer 0 Stunden, dort muss man also die Höhe ablesen: Diese ist 9 cm.
b) Nach etwa 4,7 Stunden ist die Höhe 4,5 cm.
c) Nach 5 Stunden ist die Höhe etwa 4,3 cm.
d) Die Aussage ist anscheinend richtig, da der Graph bei einer Höhe von etwa 1,5 cm endet. (Es könnte natürlich auch sein, dass man zu diesem Zeitpunkt einfach die Kerze ausgemacht hat oder die Messung beendet hat.)

231/2
Richtig ist der zweite Graph: Da die Kerze oben dünner ist als unten, brennt sie zunächst recht schnell ab, die Höhe wird also in kurzer Zeit um recht viel kleiner, danach wird das Abbrennen aber immer langsamer, die Höhe nimmt immer langsamer ab.

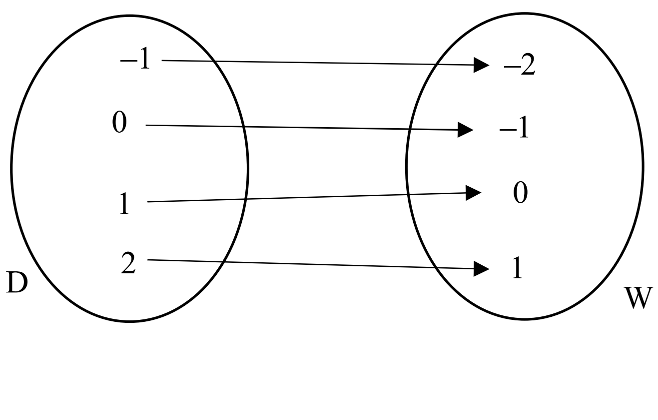
231/3
Der in Bild 5 gezeigte Graph würde eine Kerze beschreiben, die zu jeder Zeit die konstante Höhe 9 cm hat – also gar nicht kürzer wird.

234
a) $(-2|-6)$, $(-1|-1)$, $(0|4)$, $(1|9)$; $(2|14)$; $W = \{-6; -1; 4; 9; 14\}$
b) $(1|0)$, $(2|-1)$, $(3|-2)$, $(4|-3)$; $(5|-4)$; $W = \{-4; -3; -2; -1; 0\}$

235/1
$f(0) = 5$; $f(5) = 55$
$g(2) = -2$; $g(6) = -10$

235/2
Für jeweils keinen der Werte aus D ergibt sich 0, wenn man ihn in f(x) bzw. g(x) einsetzt.
alternativ: Wenn man die Gleichungen $10x + 5 = 0$ bzw. $2 - 2x = 0$ löst, ergibt sich $x = -0{,}5$ bzw. $x = 1$; diese beiden Werte gehören aber nicht zur jeweiligen Definitionsmenge.

236/1



236/2 *Die Mengendiagramme sollte jeder selbst zeichnen können!*

a) W = {–7; –4; –1; 2; 5; 8}

b) W = {9; 7; 5; 3; 1; –1}

c) W = {–1,5; –1; –0,5; 0; 0,5; 1}

d) W = $\left\{-\frac{13}{6};\ -\frac{13}{11};\ -\frac{1}{5};\frac{7}{9};\frac{7}{4};\frac{18}{7}\right\}$

e) W = $\left\{\frac{5}{7};\frac{5}{6};1;\frac{5}{4};\frac{5}{3};\frac{5}{2}\right\}$

f) W = {0,01; 0,1; 1; 10; 100; 1000}

236/3

a) richtig

b) falsch; $p(2) = -\frac{3}{4}\cdot 2 + 1 = -\frac{3}{2} + 1 = -\frac{1}{2} \neq 3$

c) falsch; $p(-4) = -\frac{3}{4}\cdot(-4) + 1 = 3 + 1 = 4 \neq -2$

d) falsch; die Definitionsmenge enthält *alle* reellen Zahlen

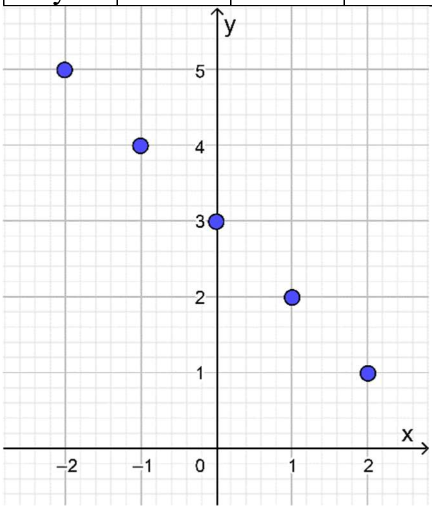
e) Die Definitionsmenge (und auch die Wertemenge) ist unendlich groß.

237

$f = \left\{(x|y)\ \middle|\ y = \frac{1}{2}x - 2\ \wedge x \in \mathbb{R}\right\}$

239

x	–2	–1	0	1	2
y	5	4	3	2	1



3.1.8/1

a) $(-2|4), (-1|2), (0|0), (1|-2), (2|-4)$

b) $(-2|4), (-1|1), (0|0), (1|1), (2|4)$

c) $\left(-2\middle|\frac{1}{2}\right), (-1|0), \left(0\middle|\frac{1}{2}\right), (1|1), \left(2\middle|\frac{3}{2}\right)$

d) $(-1|4), (0|5), (1|4), (2|1), (3|-4)$

e) $(-1|-1), (0|-1), (1|-1), (2|-1), (3|-1)$

3.1.8/2

a) $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{4};\quad w(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$

b) $w(-1) = \frac{1}{2}\cdot(-1) + \frac{3}{4} = -\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{1}{4};\quad w(2) = \frac{1}{2}\cdot 2 + \frac{3}{4} = 1 + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$

c) –2; –1; 0; 1; 2; 3

d) Für keines der Argumente ergibt sich der Funktionswert 0.

alternativ: Die Gleichung $\frac{1}{2}x + \frac{3}{4} = 0$ hat die Lösung $x = -\frac{3}{2}$; dieser Wert gehört aber nicht zu D.

e) W = $\left\{-\frac{1}{4};\frac{1}{4};\frac{3}{4};\frac{5}{4};\frac{7}{4};\frac{9}{4}\right\}$

3.1.8/3

a) *Viel Spaß, sollte mit dem Ergebnis aus (c) kein Problem sein.*

b) $f = \{(x|y) | y = 2x - 3 \ \wedge x \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}\}$

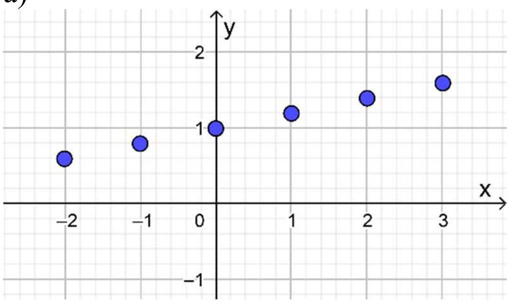
c)

x	–2	–1	0	1	2
y	–7	–5	–3	–1	1

d) W = {–7; –5; –3; –1; 1}

3.1.8/4

a)



b) $(-2|0{,}6), (-1|0{,}8)$

IV.2 Lineare Funktionen

406/1
z. B. $\Delta x = 3, \Delta y = 2$ oder $\Delta x = 6, \Delta y = 4$ oder $\Delta x = -3, \Delta y = -2$

406/2
a) m = –0,4
b) y = –0,4x + 1

406/3 y = –0,4x + 2

406/4
Steigungsdreieck mit z. B. $\Delta x = 1, \Delta y = 2$ oder $\Delta x = 2, \Delta y = 4$ oder $\Delta x = -1, \Delta y = -2$

244/1
Nur g ist eine lineare Funktion, weil nur in diesem Term die Variable nur in der ersten Potenz vorkommt. (beachte: $h(x) = x^2 - 2x$)

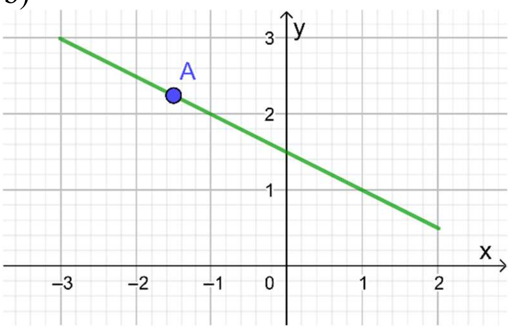
244/2
a) $g(x) = -\frac{3}{4}x + 2$
b) Die Gerade fällt; sie schneidet die y-Achse im Punkt (0|2).

244/3
a) $f(x) = -4x + 5;\quad m = -4;\ t = 5$
b) $g(x) = -2x + 3;\quad m = -2;\ t = 3$
c) $h(x) = -\frac{5}{12}x + 5;\quad m = -\frac{5}{12};\ t = 5$

244/4
fallend / steigend passt bei allen vier Teilaufgaben zum jeweiligen Vorzeichen von m; bei (c) und (d) passt aber jeweils der y-Achsenabschnitt nicht

248/1
a)

x	–3	–2	–1	0	1	2
y = f(x)	3	2,5	2	1,5	1	0,5

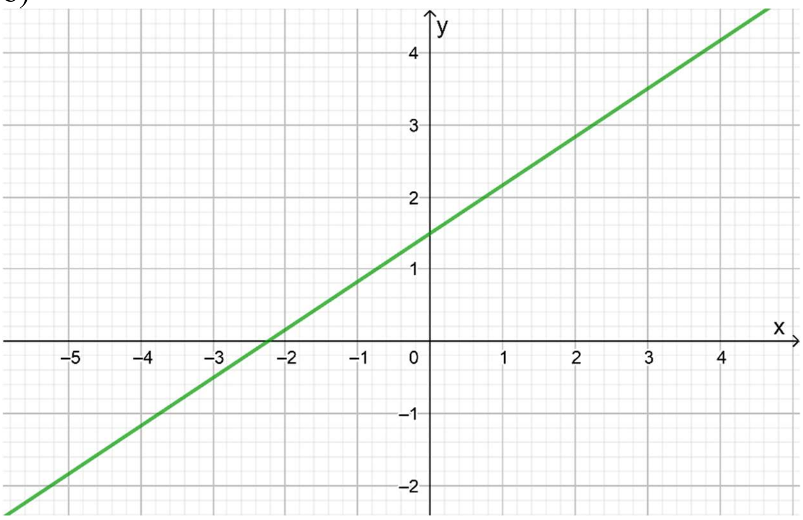
b)


c) $f(-1{,}5) = -\frac{1}{2} \cdot (-1{,}5) + \frac{3}{2} = \frac{3}{4} + \frac{3}{2} = 2{,}25 \implies A \in G_f$
d) $y_B = -1{,}5$
e) $f(-2{,}5) = 2{,}75$; dies ist der y-Wert des Punkts auf der Geraden mit x = –2,5

252/1

a) $m = \frac{2}{3}$; $\approx 33{,}7°$

b)



c) *Geodreieck hinlegen… passt*

252/2

Die Aussage ist richtig, denn man kann den bekannten Punkt einzeichnen und dann mithilfe eines Steigungsdreiecks von dort aus einen zweiten Punkt finden. Zwei Punkte legen die Gerade eindeutig fest.

252/3

z. B. B(0|4,6), C(4|7)

Wenn man von A aus um 1 nach rechts geht, muss man um $1 \cdot \frac{3}{5} = 0{,}6$ nach oben gehen, landet also bei x = 0 und y = 4,6. Wenn man um 5 nach rechts geht, muss man um $5 \cdot \frac{3}{5} = 3$ nach oben gehen, landet also bei x = 4 und y = 7.

252/4

$m = -\frac{2}{3}$

255/1

a) $m = -\frac{1}{5}$

b) $t = \frac{3}{5}$

c) $y = -\frac{1}{5}x + \frac{3}{5}$

255/2

Die Rechnung ist falsch: Die Koordinaten der Punkte müssen jeweils direkt übereinander stehen. Hier steht aber im Zähler die y-Koordinate von R vorne und die von Q hinten, im Nenner steht dagegen die x-Koordinate von Q vorne und die von R hinten in der jeweiligen Differenz.

255/3

Die Aussage ist richtig: Wenn man die x- und y-Koordinaten des Punkts und die Steigung m in die allgemeine Gleichung $y = mx + t$ einsetzt, erhält man eine lineare Gleichung, die man immer leicht nach t auflösen kann.

255/4

$f: y = \frac{3}{4}x - 2$; $p: y = -3x + 1$

257/1 $y = -\frac{3}{4}(x+1) - 3 = -\frac{3}{4}x - \frac{15}{4}$

257/2
(c), denn nur diese Gerade hat die Steigung $-\frac{1}{2}$ und verläuft durch den Punkt (–2|3)

259/1
nein, denn die Gleichung $-\frac{3}{4}x + 3 = 0$ hat die Lösung x = +4
alternativ: $f(-4) = -\frac{3}{4} \cdot (-4) + 3 = 3 + 3 = 6 \neq 0$

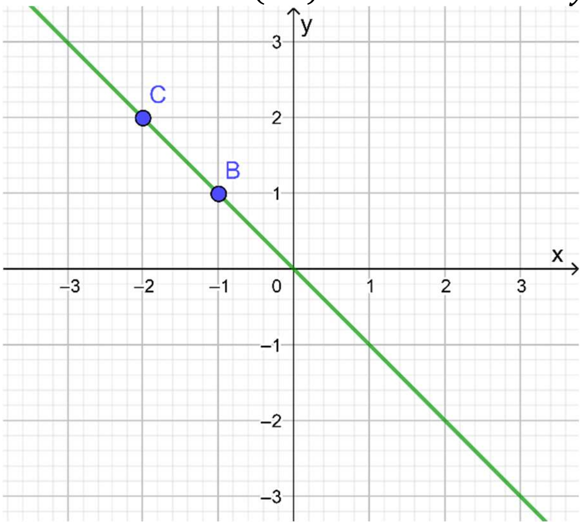
259/2 f (nämlich $\frac{4}{7}$)

269/1
a) richtig
b) falsch
c) richtig
d) falsch
e) richtig
f) falsch

269/2
y = –3x

269/3
$m_1 = 1; m_2 = -1 \implies m_1 \cdot m_2 = -1$

269/4
$m = \frac{1-2}{-1+2} = -1 \implies y = -x + t$
B einsetzen: $1 = -(-1) + t \implies t = 0 \implies y = -x$



270/1
$y = \frac{6}{5}x - \frac{2}{5}$

270/2 z. B. $7x + 2y + 4 = 0$

270/3
A liegt auf der Geraden, die durch die implizite Gleichung beschrieben wird, da sich eine wahre Aussage ergibt.

270/4

allgemeine Form wie üblich ablesen: $y = -\frac{3}{4}x + 2$

daraus mit Äquivalenzumformungen z. B.: $3x + 4y - 8 = 0$

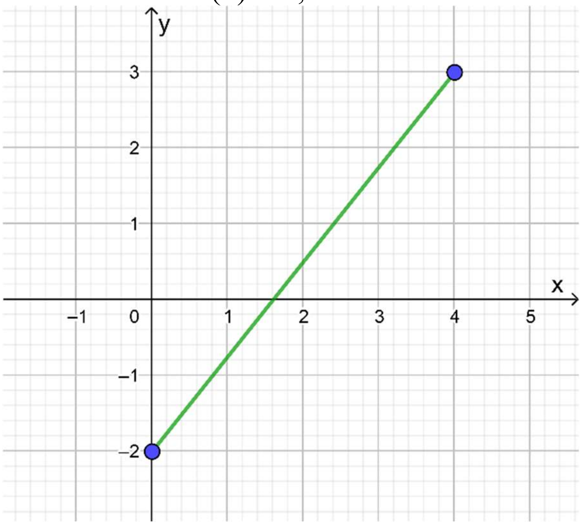
271/1

a) W = [–2; 4] b) W = [–5; –1] c) W = [–3,5; –0,5]

272/2 D = [–2;4]; W = [1,5; 3]

272/3 W =]1,5; 3[bzw. W = [1,5; 3[

272/4 z. B. f(x) = 1,25x – 2



278

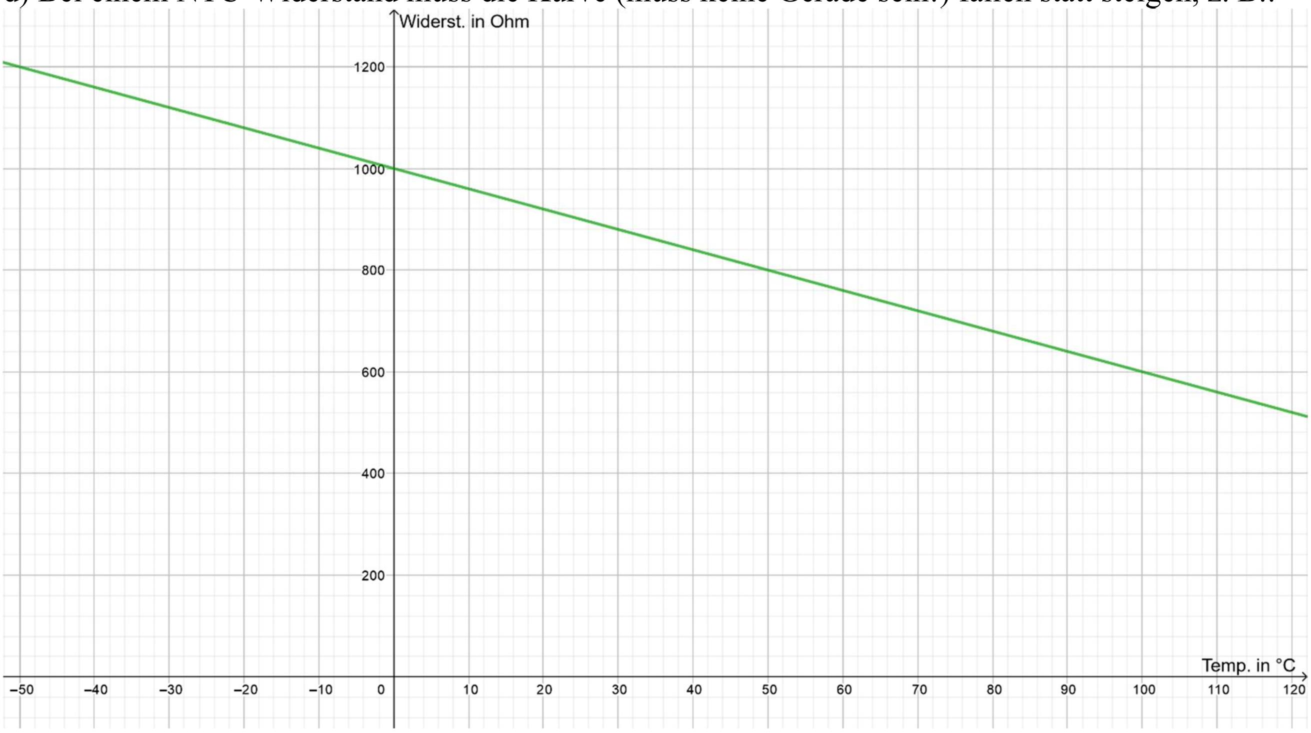
a) $R \approx 3{,}9\vartheta + 1000$ (ϑ in °C, R in Ω)

b) *Dämliche Teilaufgabe, genau diese Werte verwendet man doch naheliegenderweise schon, um in (a) die Gleichung aufzustellen!*

bei 0°C: etwa 1000 Ω; bei 100°C: etwa 1390 Ω

c) Die Betriebstemperatur muss zwischen etwa –25°C und 50°C liegen.

d) Bei einem NTC-Widerstand muss die Kurve (muss keine Gerade sein!) fallen statt steigen, z. B.:



3.2.11/1 (a), (f)

3.2.11/2

a) $g(x) = -3x + 3; \quad m = -3; \; t = 3$

b) $h(x) = \frac{1}{2}x; \quad m = \frac{1}{2}; \; t = 0$

c) $i(x) = -\frac{1}{8}x + 2; \quad m = -\frac{1}{8}; \; t = 2$

d) $j(x) = -\frac{5}{4}x; \quad m = -\frac{5}{4}; \; t = 0$

e) $k(x) = \frac{5}{6}x - \frac{5}{12}; \quad m = \frac{5}{6}; \; t = -\frac{5}{12}$

f) $l(x) = \frac{5}{2}x - \frac{23}{16}; \quad m = \frac{5}{2}; \; t = -\frac{23}{16}$

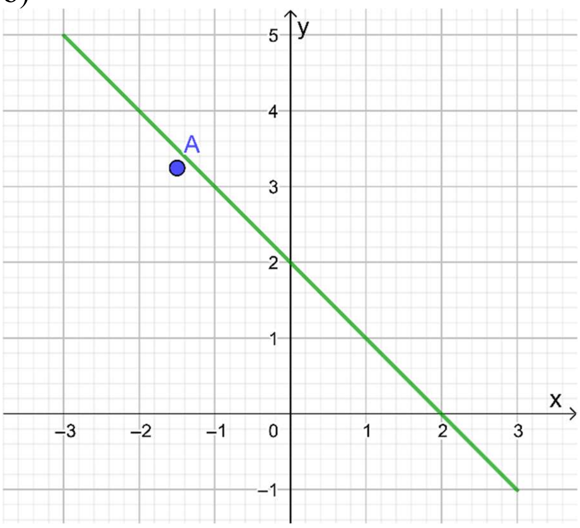
3.2.11/3 (d), da nur dort m und t passen

3.2.11/4

a)

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y = f(x)	5	4	3	2	1	0	–1

b)



c) $f(-1{,}5) = -(-1{,}5) + 2 = 3{,}5 \neq 3{,}25 \implies A \notin G_f$

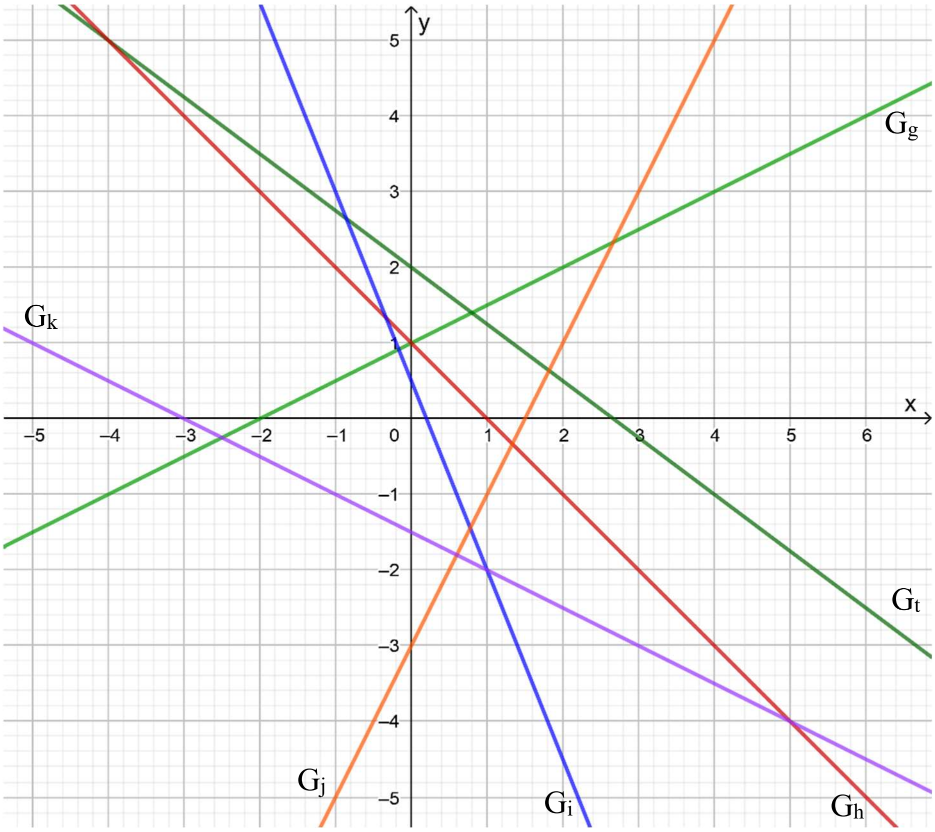
d) $y_B = 6$

e) $f(-1{,}5) = 3{,}5$ (siehe (c)!) dies ist der y-Wert des Punkts auf der Geraden mit x = –1,5

3.2.11/5

Die Gerade und die Wertetabelle passen nicht zusammen: die y-Achsenabschnitte stimmen nicht überein (Gerade: t = 1; Tabelle: t = –1).

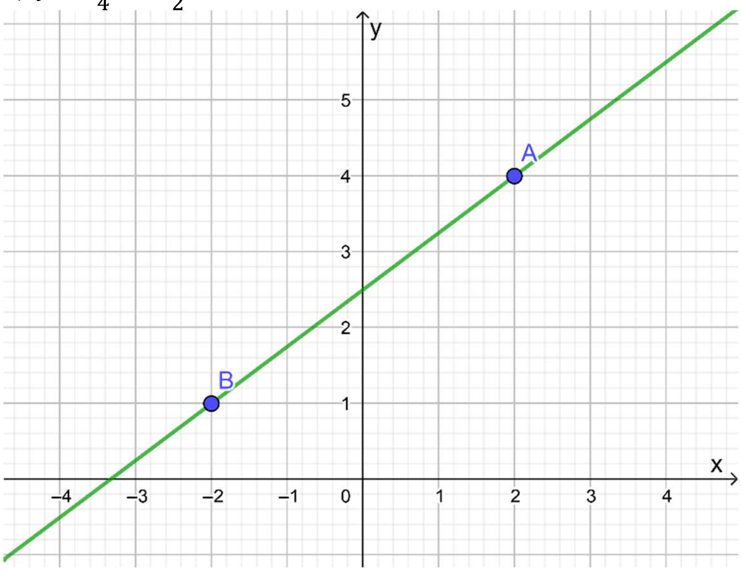
3.2.11/6



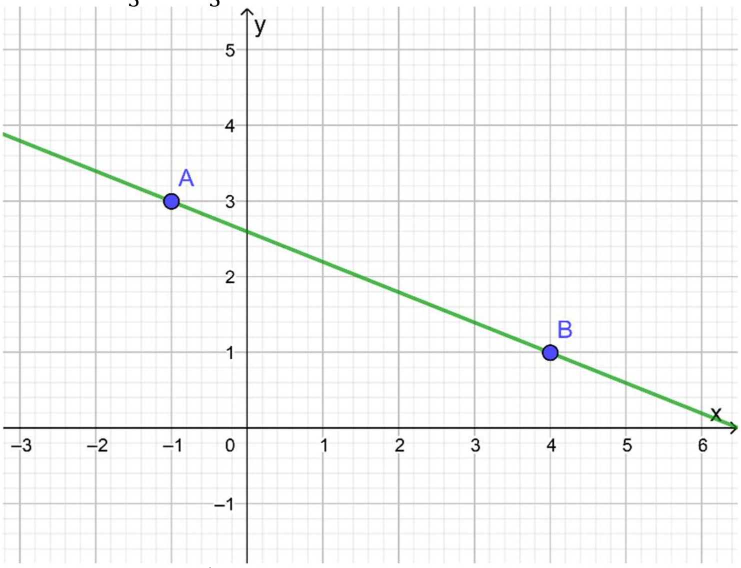
3.2.11/7 m = 1,25 bzw. m = –0,5 bzw. m = 0,75

3.2.11/8

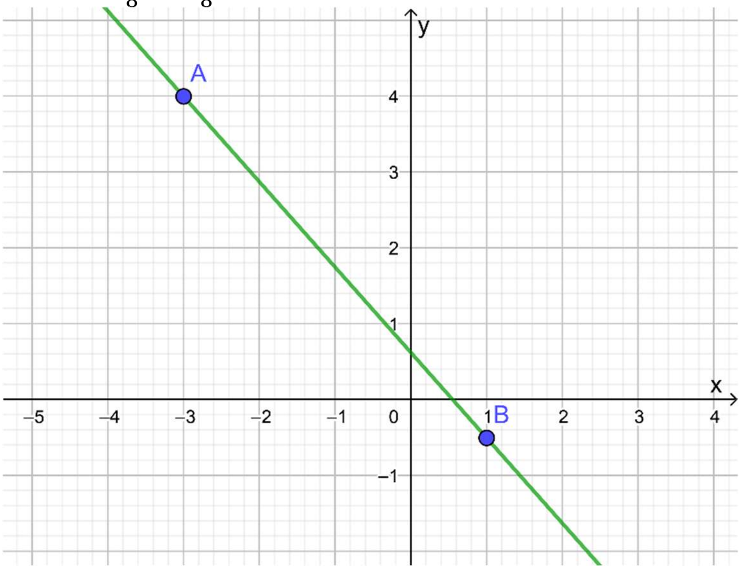
a) $y = \frac{3}{4}x + \frac{5}{2}$



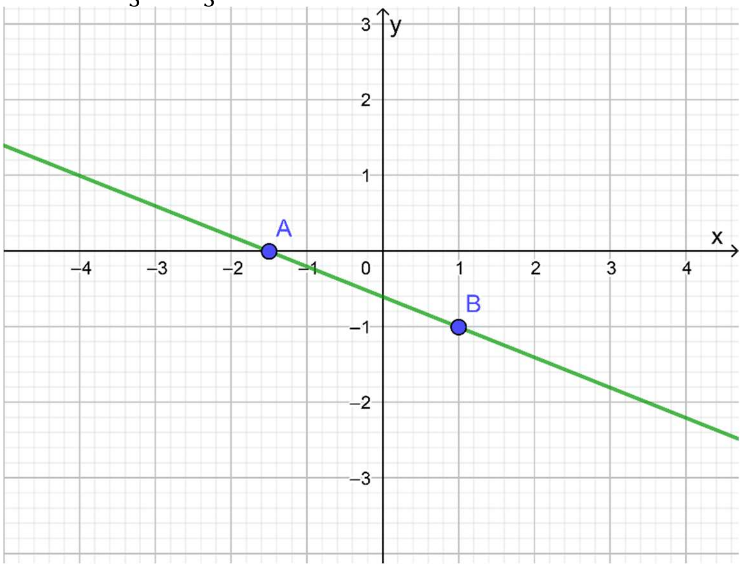
b) $y = -\frac{2}{5}x + \frac{13}{5}$



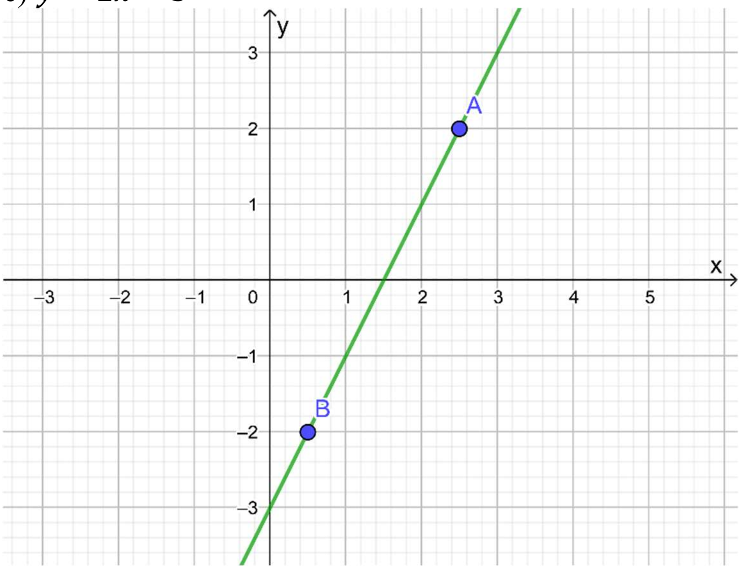
c) $y = -\frac{9}{8}x + \frac{5}{8}$



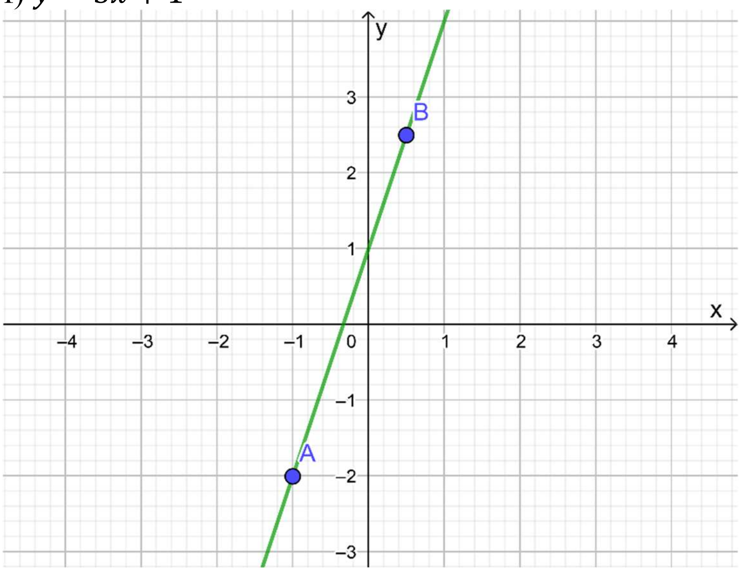
d) $y = -\frac{2}{5}x - \frac{3}{5}$



e) $y = 2x - 3$



f) $y = 3x + 1$



3.2.11/9

a) $m_f = \frac{1}{2}; m_h = -2$

b) $f: S_y(0|1), N(-2|0); \quad h: S_y(0|2), N(1|0)$

c) $f: y = \frac{1}{2}x + 1; \quad h: y = -2x + 2$

3.2.11/10

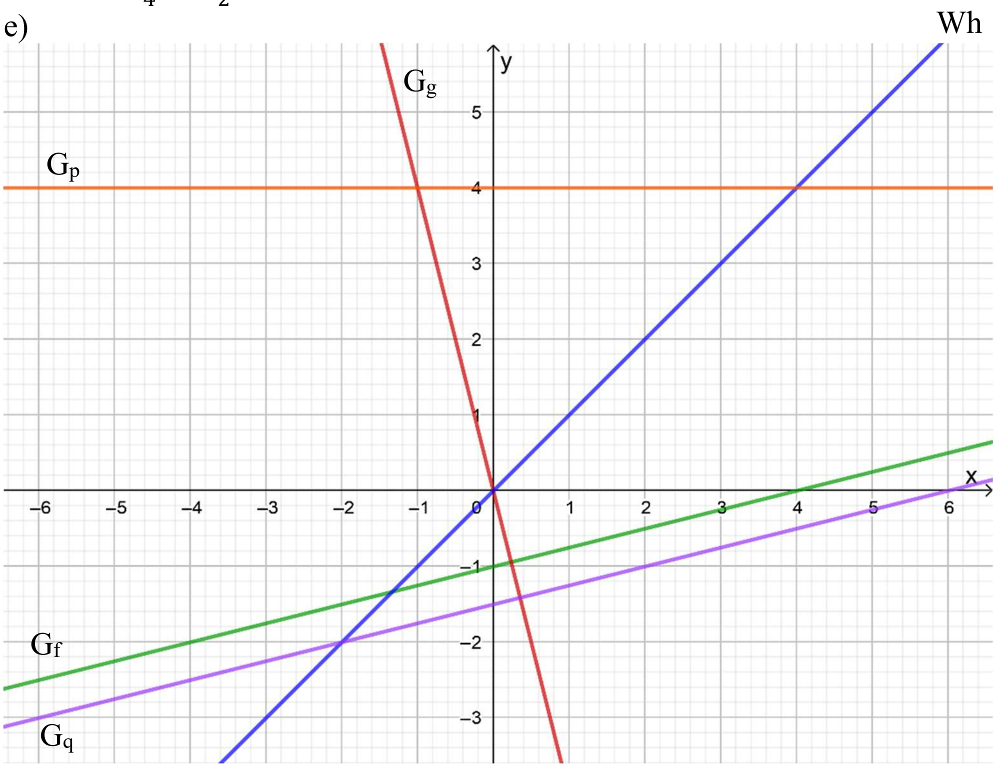
a) g(x) = –4x

b) $S\left(-\frac{4}{3}\middle|-\frac{4}{3}\right)$

c) p(x) = 4

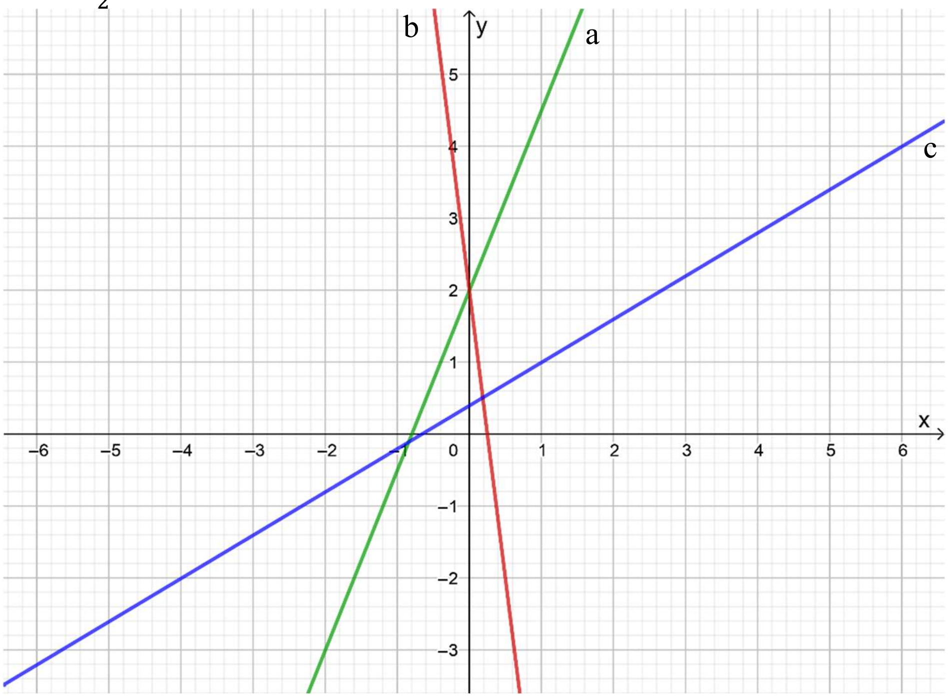
d) $q(x) = \frac{1}{4}x - \frac{3}{2}$

e)



3.2.11/11

a) $y = \frac{5}{2}x + 2$ b) $y = -8x + 2$ c) $y = \frac{3}{5}x + \frac{2}{5}$



3.2.11/12

a) $3x + 4y - 4 = 0$

b) $3x + 4y - 8 = 0$

c) $-3x + 4y - 8 = 0$

d) $-3x + 4y - 4 = 0$

3.2.11/13

a) $W_f = [1; 3{,}5]$

b) $W_g = [-1; 2]$

c) $W_h = [-1{,}5; 0{,}5]$

3.2.11/14

$W_g = [-1{,}5; 3]$, $D_g = [-1; 2]$

$W_f = [-0{,}5; 4]$, $D_f = [-4; 2]$

$W_h = [-1{,}5; 3{,}5]$, $D_h = [-2; 2]$

262/1

a) S(–1|1,5)

b) S(2|2)

c) S(1|0)

262/2

$S\left(\frac{14}{3}\middle|\frac{2}{3}\right)$

263/3

z. B. $y = -\frac{1}{2}x + 2$

Die Gleichung $-\frac{1}{2}x + 3 = -\frac{1}{2}x + 2$ hat keine Lösung ➔ die Geraden sind echt parallel.

263/4

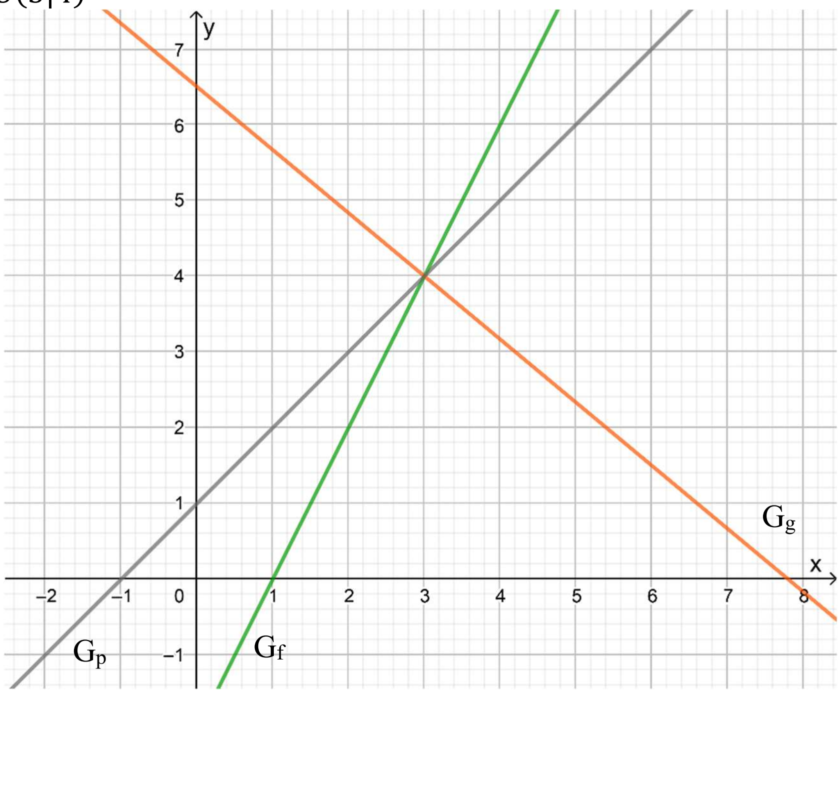
z. B. die Geraden mit den Gleichungen $y = -\frac{1}{2}x + 2$ und $y = -\frac{1}{2}x + 2$ haben die gleiche Steigung, sind aber nicht echt parallel, sondern identisch.

263/5

Die Rechnung ist richtig, die Folgerung ist aber falsch: 0 = 0 ist unabhängig vom Wert von x eine wahre Aussage, also sind alle Werte $x \in \mathbb{R}$ Lösungen der Gleichung. Die beiden Geraden haben also unendlich viele Punkte gemeinsam und sind deshalb identisch.

263/6

$S(3|4)$



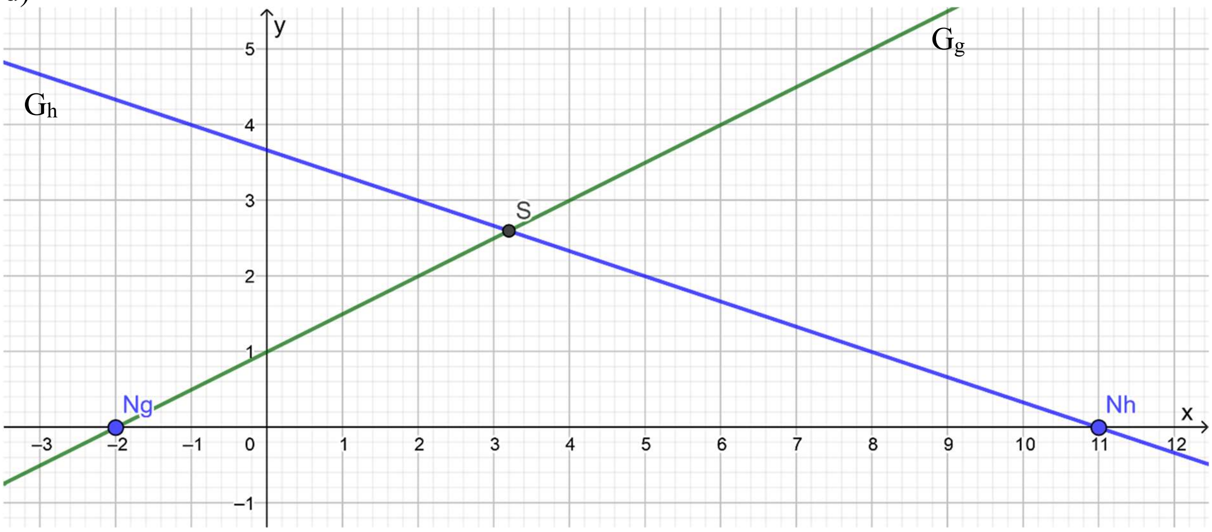
3.2.11/15

a) $h(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{11}{3}$

b) $\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{6} \neq -1 \implies$ g und h sind nicht senkrecht zueinander

c) $S\left(\frac{16}{5} \middle| \frac{13}{5}\right)$

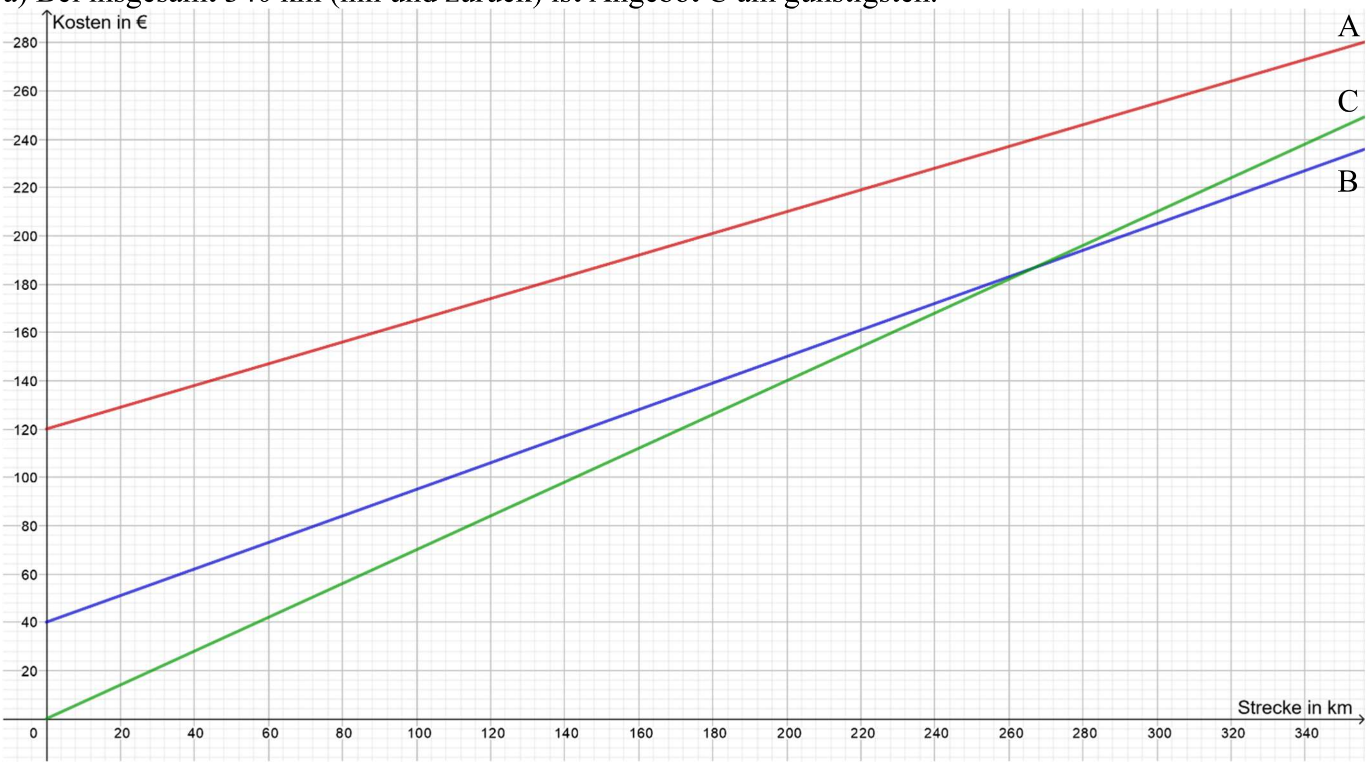
d)



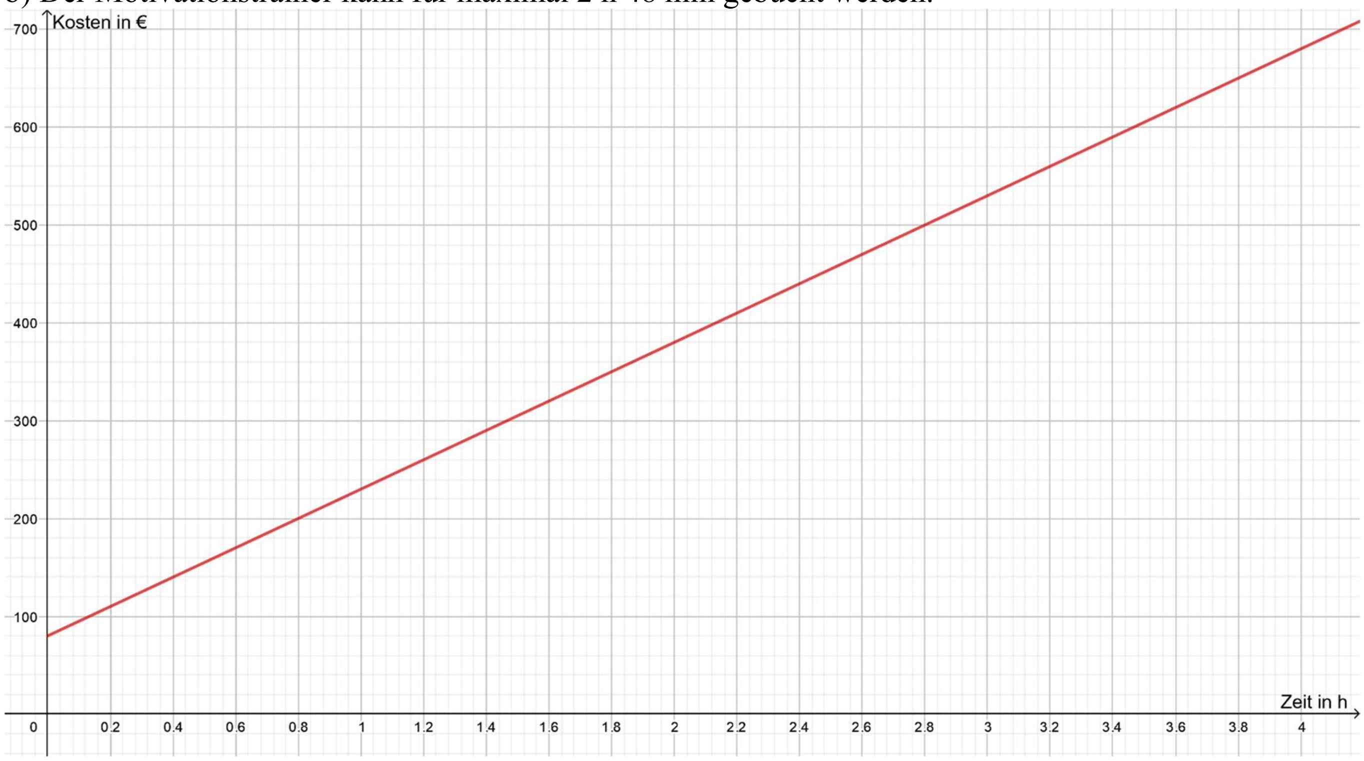
e) Flächeninhalt des Dreiecks N_gN_hS: A = 16,9

3.2.11/16

a) Bei insgesamt 340 km (hin und zurück) ist Angebot C am günstigsten.

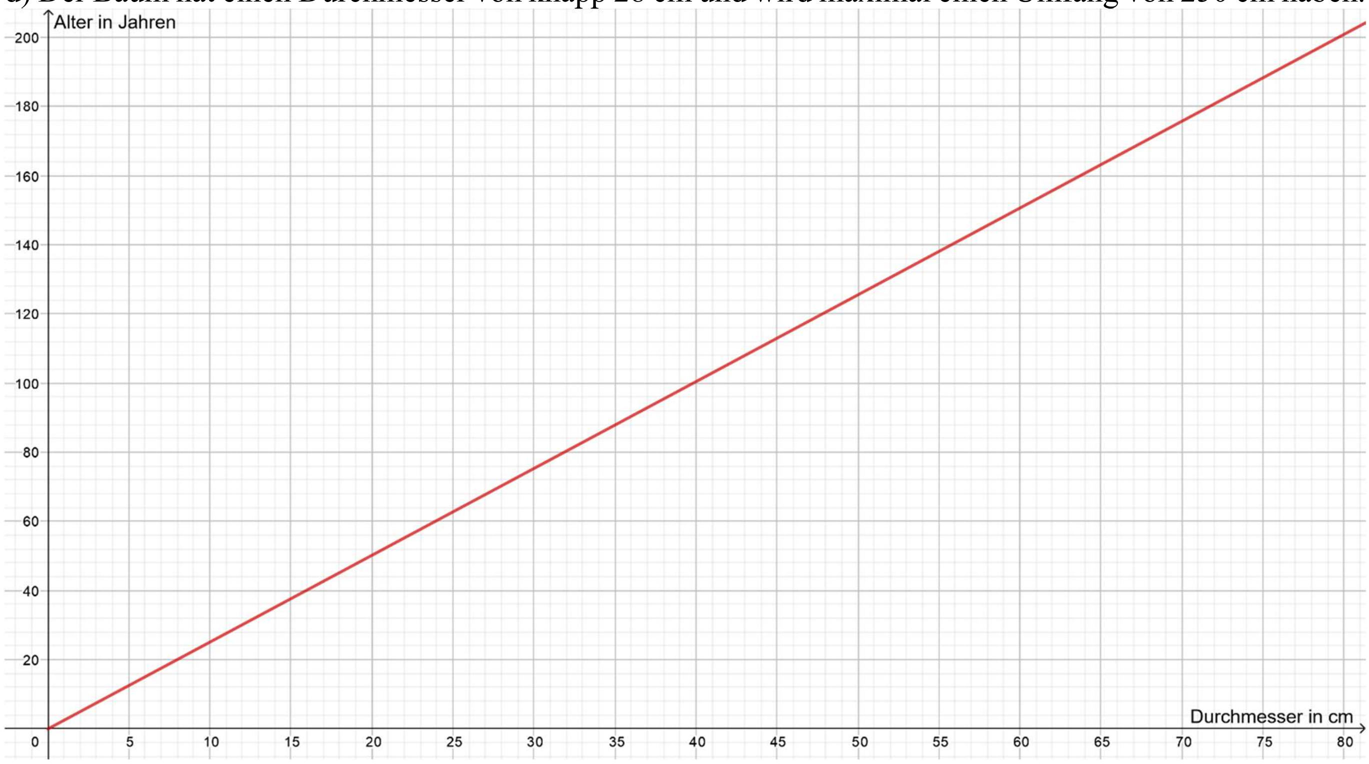


b) Der Motivationstrainer kann für maximal 2 h 48 min gebucht werden.



c) Die Drechslerei wird einen Gewinn von 108 000 € erwirtschaften.

d) Der Baum hat einen Durchmesser von knapp 28 cm und wird maximal einen Umfang von 250 cm haben.

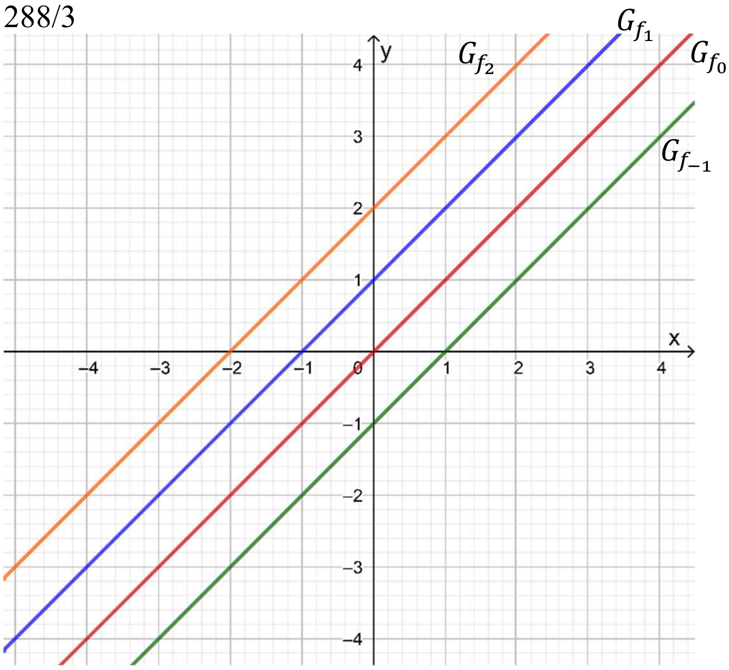


IV.3 Geradenscharen

287/1
Bei einer linearen Funktionenschar enthält der Funktionsterm außer der Funktionsvariablen noch eine weitere Variable (Formvariable / Parameter). Zu jedem konkreten Wert des Parameters gehört dann jeweils genau eine lineare Funktion.

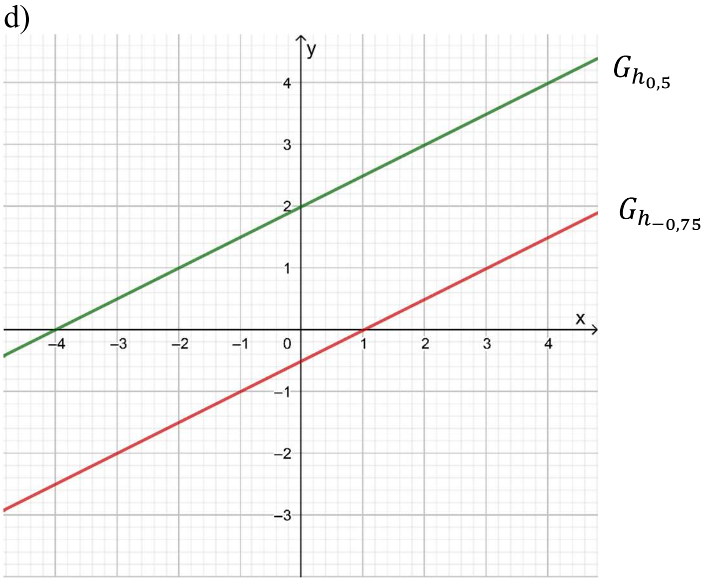
287/2
$y = 2x + t; \quad t \in \mathbb{R}^+$

288/3



288/4
Es handelt sich um eine Parallelenschar mit Steigung $\frac{4}{5}$. Die y-Achsenabschnitte sind dabei alle natürlichen Zahlen.

291/1
a) $h_{0,5}(x) = \frac{1}{2}x + 2$
b) $t = -0,5$
c) $h_{-0,75}(x) = \frac{1}{2}x - 0,5$
d)



291/2

a) $a = \frac{10}{3}$

b) $a = -1$

293

a) $x = 2a$

b) $x = 2$ bzw. $x = 0$ bzw. $x = -4$

c) In dem Term $2a$ kann man alle Werte $a \in \mathbb{R}$ einsetzen.

d) Der Mitschüler hat nicht recht, denn zur Menge der natürlichen Zahlen gehört auch die Null (vgl. S. 9 unten), und für a = 0 ist die Nullstelle nicht positiv.

297/1

a) $a \neq 0: x = \frac{10}{a}; \quad a = 0$: keine Nullstelle

b) $t \neq -2: x = \frac{32}{t+2}; \quad t = -2$: keine Nullstelle

c) $k \neq 1: x = -\frac{6}{5-5k}; \quad k = 1$: keine Nullstelle

297/2

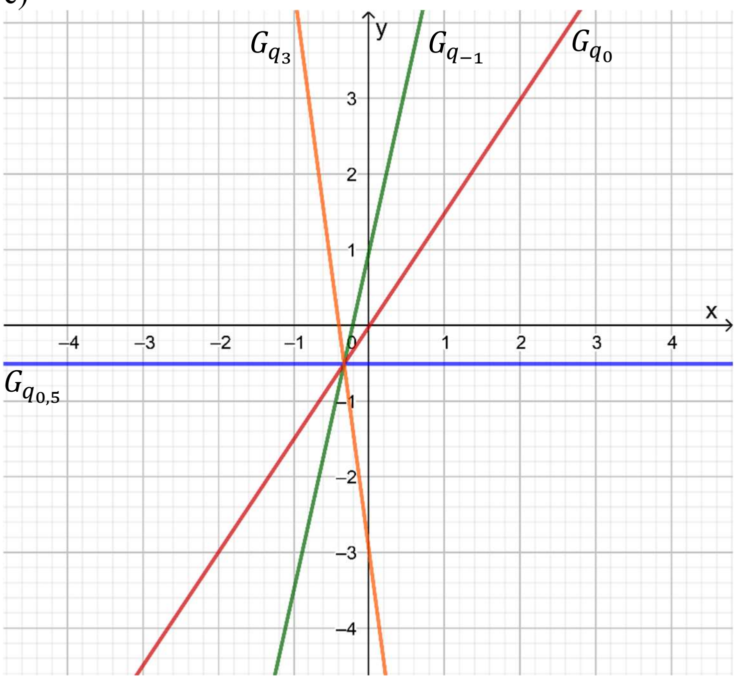
Bei der Berechnung der Nullstelle von h_a muss man durch 10 – 5a teilen, und dies kann (wegen $a \in \mathbb{R}$) gleich Null sein. Bei p_k muss man durch keinen Term teilen, der den Parameter enthält. Bei g_b muss man zwar durch b + 1 teilen, aber weil $b \geq 1$ vorausgesetzt wird, kann dies nicht gleich Null sein.

297/3

a) $a \neq 0{,}5: x = \frac{2a}{3-6a}; \quad a = 0{,}5$: keine Nullstelle

b) $x = -\frac{2}{9}$ bzw. $x = 0$ bzw. keine bzw. $x = -\frac{2}{5}$

c)



d) Die Gerade verläuft echt parallel zur x-Achse, schneidet die x-Achse also nirgends.

301/1

a) $a \neq 3: x = -\frac{1}{a-3}; \quad a = 3$: keine Nullstelle

b) $a \neq 4: S_a\left(\frac{1}{a-4}\middle|\frac{2a-7}{a-4}\right); \quad a = 4$: kein Schnittpunkt

301/2

a) $t \neq -2: x = \frac{2}{t+2}$; $\quad t = -2$: keine Nullstelle

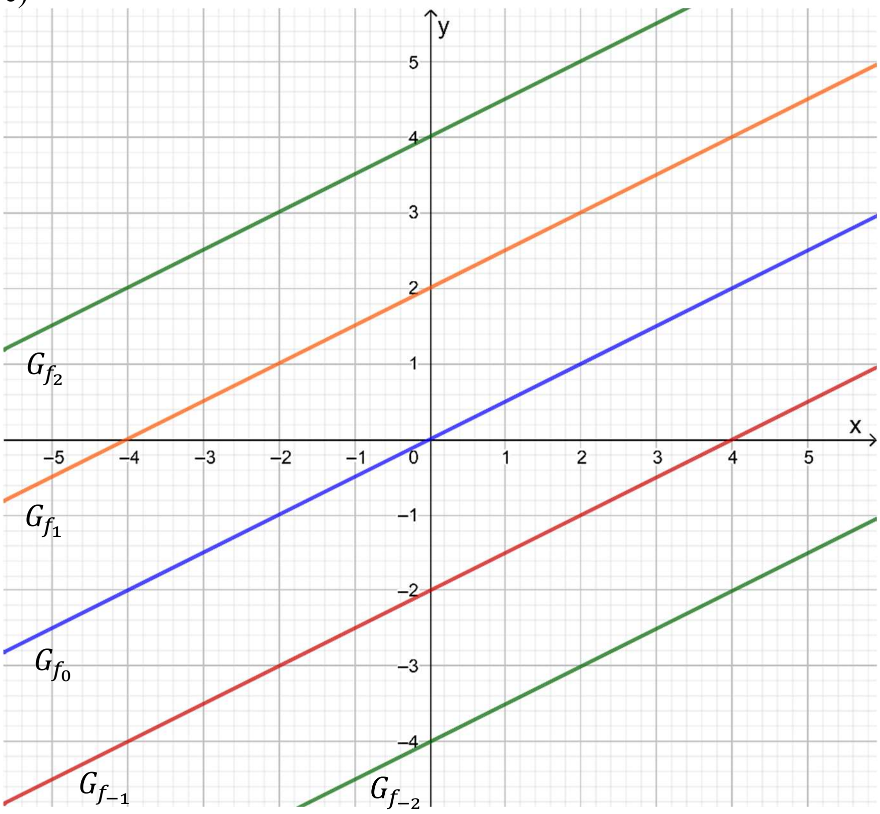
b) $t \neq -3: S_a\left(\frac{6}{t+3}\middle|\frac{2t+3}{t+3}\right)$; $\quad t = -3$: kein Schnittpunkt

3.3.7/1

a) $f_2(x) = \frac{1}{2}x + 4$

b) $y = \frac{1}{2}x - 4$; $\quad y = \frac{1}{2}x - 2$; $\quad y = \frac{1}{2}x$; $\quad y = \frac{1}{2}x + 1$

c)

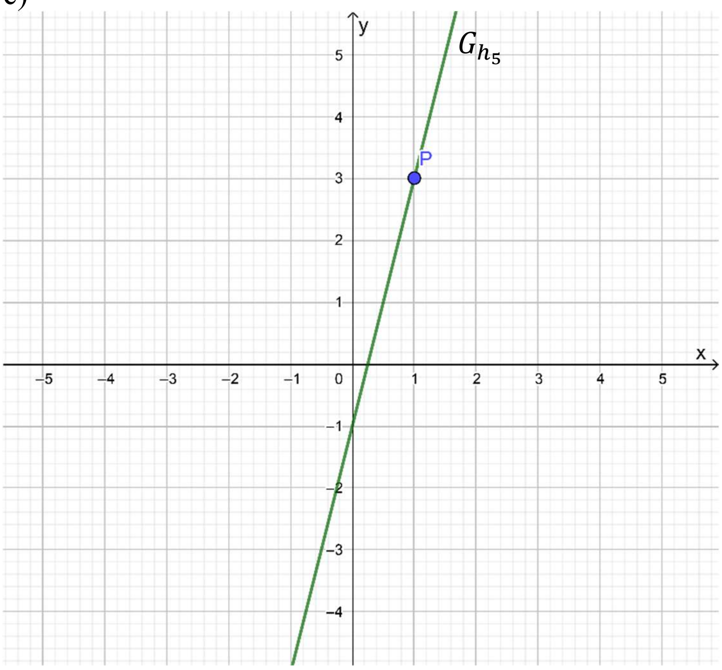


3.3.7/2

a) $h_5(x) = 4x - 1$

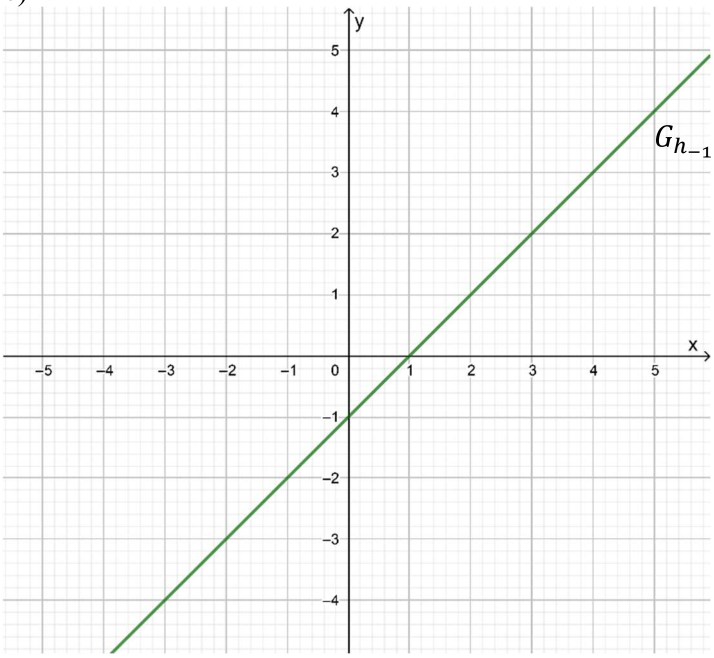
b) $a = 5$

c)

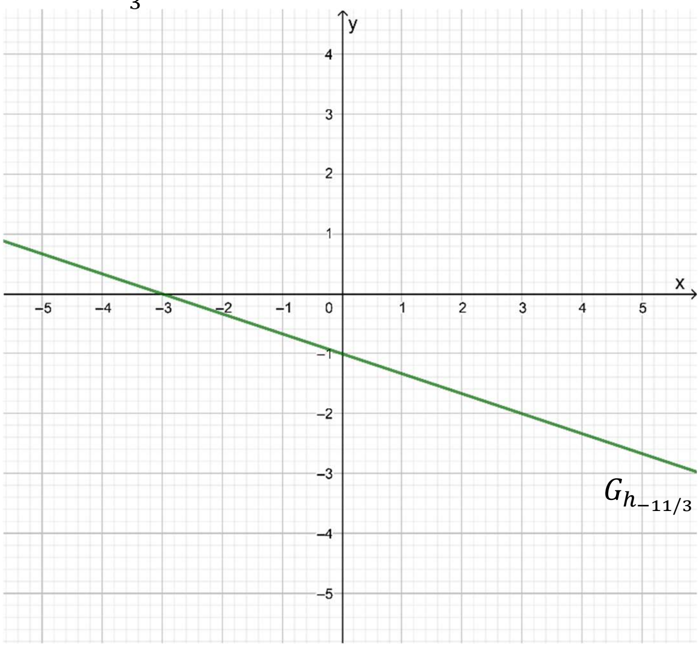


d) $m = \frac{1}{2}$

e) $a = -1$



f) $a = -\frac{11}{3}$



g) Der Schüler hat recht, denn wenn man x = 0 in den Funktionsterm einsetzt, dann erhält man y = –1, völlig unabhängig davon, welchen Wert der Parameter a hat.

3.3.7/3

a) $x = \frac{a}{3}$

b) $x = -\frac{5}{3}$ bzw. $x = -\frac{4}{3}$ bzw. $x = -1$ bzw. $x = -\frac{2}{3}$ bzw. $x = -\frac{1}{3}$ bzw. $x = 0$ bzw. $x = \frac{1}{3}$ bzw. $x = \frac{2}{3}$ bzw. $x = 1$ bzw. $x = \frac{4}{3}$ bzw. $x = \frac{5}{3}$

c) $a = 30$

d) $a = 0$

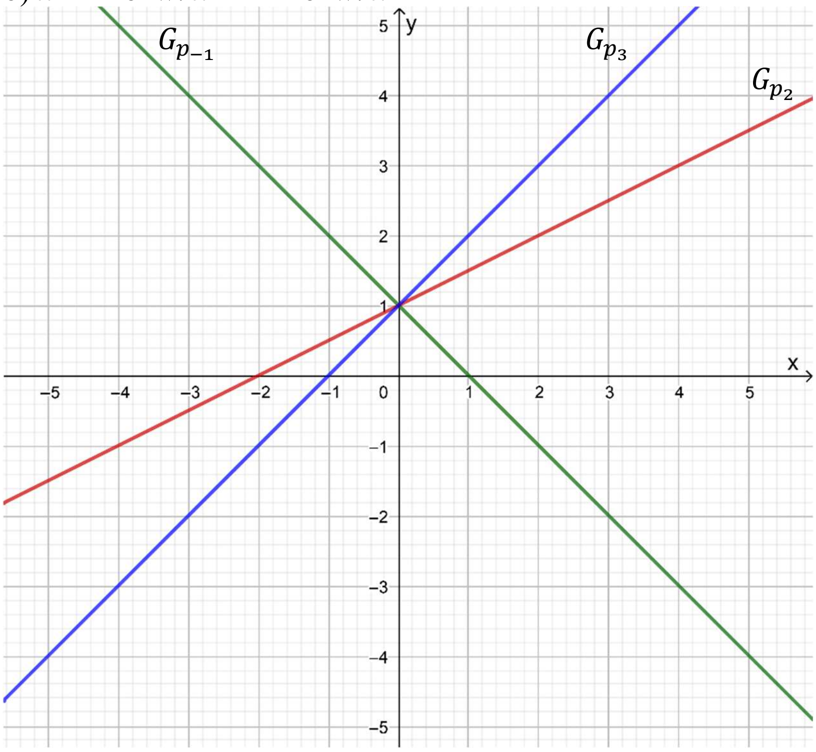
e) Die Schülerin hat recht, denn alle Geraden haben dieselbe negative Steigung $-\frac{3}{4}$.

f) $S_a\left(\frac{a}{7}\middle|\frac{a}{7}\right)$

3.3.7/4

a) $k \neq 1: x = -\frac{2}{k-1}$; $k = 1$: keine Nullstelle

b) $x = 1$ bzw. $x = -2$ bzw. $x = -1$



c) Für k = 1 erhält man eine konstante Funktion, die Gerade verläuft echt parallel zur x-Achse, schneidet die x-Achse also nirgends.

d) $k \neq -3: S_k\left(\frac{6}{k+3}\middle|\frac{4k}{k+3}\right)$; $k = -3$: kein Schnittpunkt

3.3.7/5

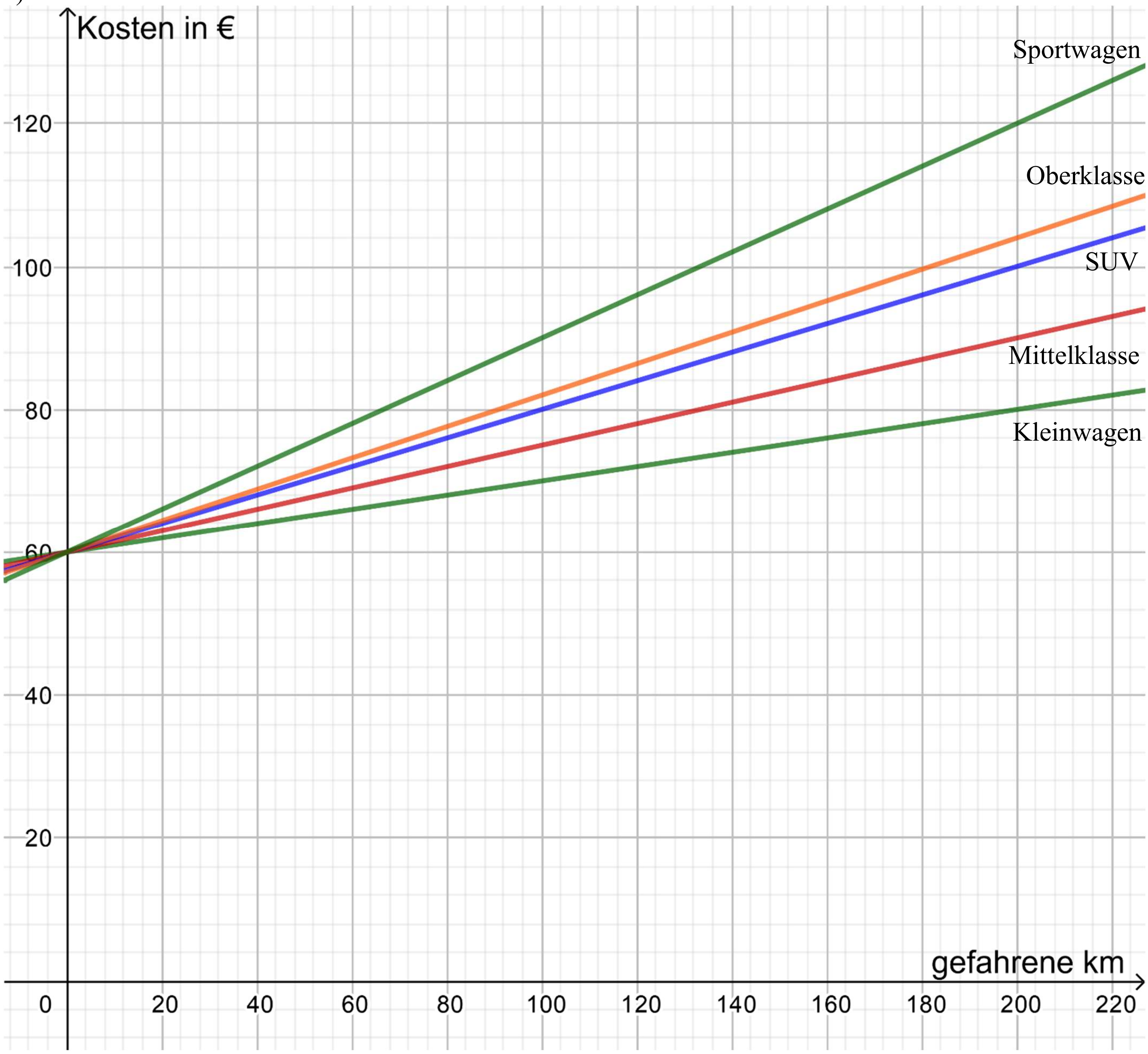
a) $t \neq -2: x = \frac{10}{2+t}$; $t = -2$: keine Nullstelle

b) Für t = –2 erhält man eine konstante Funktion, die Gerade verläuft echt parallel zur x-Achse, schneidet die x-Achse also nirgends.

c) jeweils Steigung und y-Achsenabschnitt ablesen, mit $-\frac{2+t}{5}$ bzw. mit 2t gleichsetzen, daraus jeweils t berechnen… ➔ 1: t = 2;   2: t = –2;   3: kein passender Wert von t;   4: t = 0

3.3.7/6

a)



b) wenn a nicht für den Fahrzeugtyp steht (das ergibt wenig Sinn…), sondern für die Kosten je gefahrenem Kilometer: $k_a(x) = a \cdot x + 60$

c) Kleinwagen: 1400 km; Mittelklasse: $933,\overline{3}$ km; SUV: 700 km; Oberklasse: $636,\overline{36}$ km; Sportwagen: $466,\overline{6}$ km

d) Laut Google Maps ist das eine Strecke von 188 km, die Fahrtkostenentschädigung genügt also locker.

3.3.7/7

a) Die Graphen sind keine Geraden. (bis auf den Graphen der Vereinbarung)

b) Frankreich hat sich anscheinend am besten an die Vereinbarung gehalten (die Graphen stimmen fast überein), hat also von allen Ländern wohl am wenigsten Grund, seinen Arbeitsmarkt zu reformieren…? *(Ich bin Physiker, kein Ökonom!)*

c) In Deutschland sind die Lohnstückkosten offensichtlich weit weniger stark gestiegen, als vereinbart war; bis etwa 2008 blieben sie sogar nahezu konstant.

3.3.7/8

a) Am 31.12.2016 wurden etwa 49 346 km^2 als Siedlungs- und Verkehrsfläche genutzt.

b) *Wenn die Fläche zunehmen soll, dann muss a < 0 sein! Sinnvoller wäre, im Term + a • t zu schreiben und dann a > 0 vorauszusetzen!*

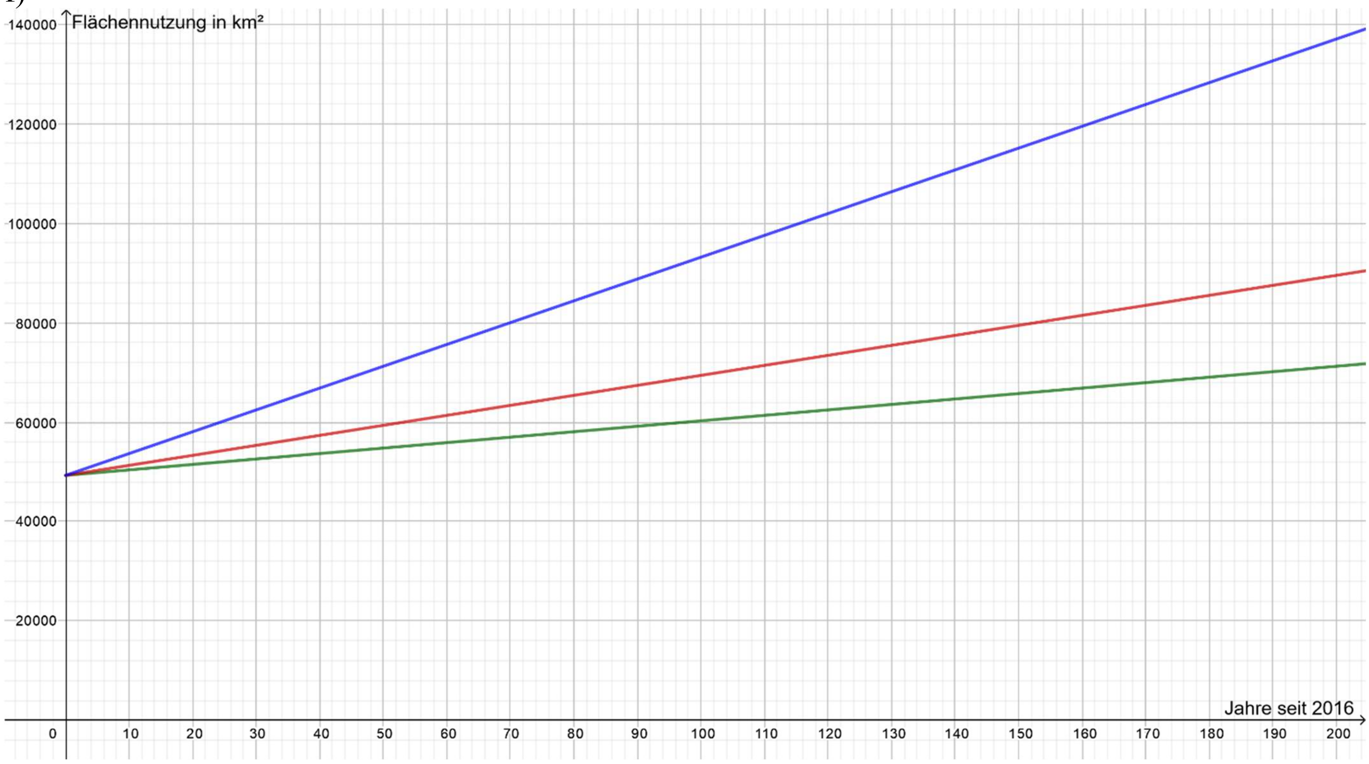
Im Jahre $2016 - \frac{22170}{a}$ werden Siedlungs- und Verkehrsflächen 20% der Gesamtfläche ausmachen.

c) Das würde erst im Jahre 2219 der Fall sein?!? *(Fehler in Angabe? Widerspruch zu „bis 2030"!)*

d) Das würde erst im Jahre 2126 der Fall sein?! *(Fehler in Angabe?)*

e) Das würde erst im Jahre 2067 der Fall sein. *(Fehler in Angabe?)*

f)



IV.4 Quadratische Funktionen

315/1
a) S(3|1); die Parabel ist nach oben geöffnet und im Vergleich zur Normalparabel gestaucht
b) Man muss die Normalparabel mit dem Faktor 0,5 stauchen, um 3 nach rechts und um 1 nach oben verschieben.

315/2
a) Die zweite und die dritte Aussage sind richtig.
b) Der Scheitelpunkt liegt auf der x-Achse. Es handelt sich um eine (verschobene) Normalparabel.

316/3
Die dritte Zeile erhält man, indem man von den Werten in der zweiten Zeile jeweils 1 abzieht; die vierte Zeile erhält man, indem man zu den Werten in der zweiten Zeile jeweils 3 dazu zählt.

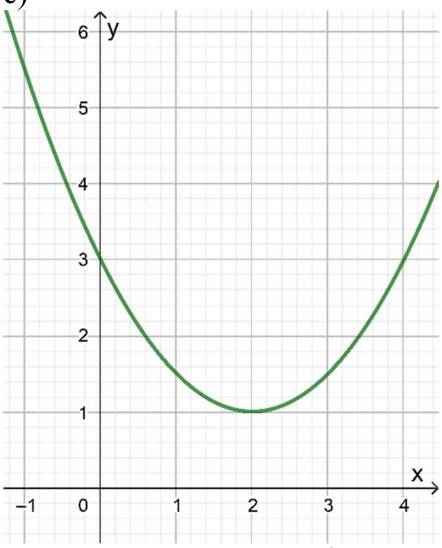
x	–3	–2	–1	0	1	2
$y = x^2$	9	4	1	0	1	4
$y = x^2 - 1$	6	3	0	–1	0	3
$y = x^2 + 3$	12	7	4	3	4	7

316/4
$f(x) = \frac{1}{4}x^2; \quad g(x) = -x^2$

316/5
$p(x) = 2\,(x - 1{,}5)^2 - 0{,}5$

318/1
a) S(2|1); die Parabel ist nach oben geöffnet und im Vergleich zur Normalparabel gestaucht
b)

x	–1	0	1	1,5	2	3	4
y = f(x)	5,5	3	1,5	1,125	1	1,5	3

c)


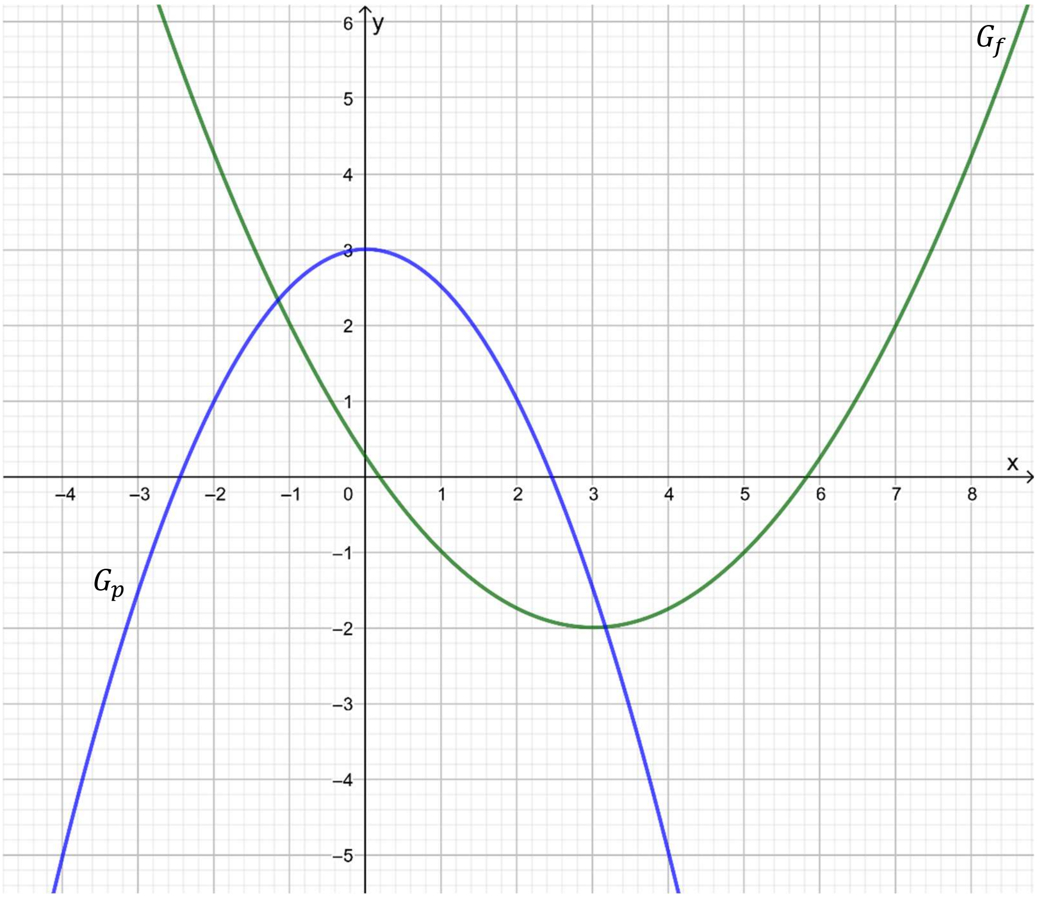
d) z. B. $p\colon y = 2\,(x-2)^2 + 1$
e) $y_B = 9$
f) $f(-2{,}5) = 11{,}125$; *das kann man aus der Parabel in (c) gar nicht ablesen, weil man die ja erst ab x = –1 zeichnen sollte!*

318/2
Der y-Wert 2,5 beim x-Wert 4 passt nicht zum Graphen. (Und wegen der Symmetrie der Parabel muss sowieso bei x = 4 derselbe y-Wert sein wie bei x = 0!)

318/3

Was soll man da noch analysieren und beschreiben? Es steht doch ausführlich dran, was gemacht wird!

318/4



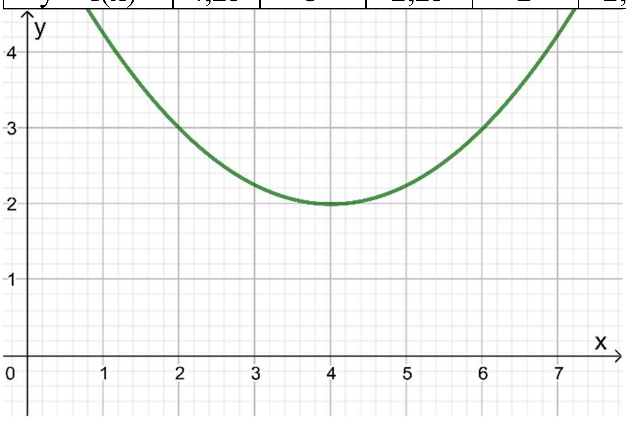
321/1

a) S(4|2)

b) $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 6$

c)

x	1	2	3	4	5	6	7
y = f(x)	4,25	3	2,25	2	2,25	3	4,25



321/2

a) $p(x) = -2(x-1)^2 + 3$

b) $S_y(0|1)$

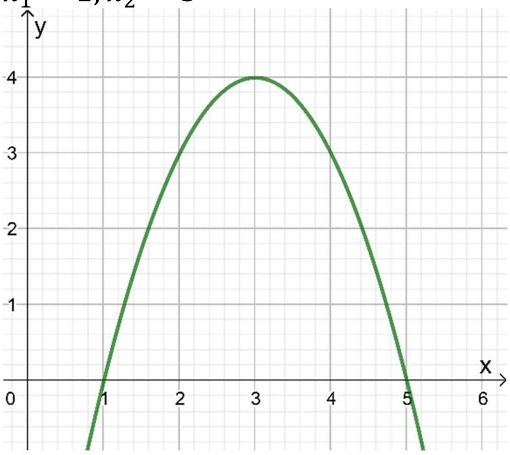
321/3
Die zweite binomische Formel wurde falsch angewendet (anscheinend mit der dritten verwechselt); richtig ist: $\frac{5}{4}(x-1)^2+\frac{3}{4}=\frac{5}{4}(x^2-2x+1)+\frac{3}{4}=\cdots$

321/4 Ja: Sowohl Scheitel als auch Öffnungsfaktor passen zusammen.

321/5
Scheitelpunkt ablesen: S(–1|–2,5); in Scheitelpunktsform einsetzen: $b(x)=a\,(x+1)^2-2{,}5$
in allgemeine Form umformen: $b(x)=ax^2-2ax+a-2{,}5$
Schnittpunkt mit y-Achse ablesen: $S_y(0|-2)$; einsetzen: $-2=a-2{,}5$ ➔ $a=0{,}5$
➔ $b(x)=0{,}5x^2-x-2$

324/1
Die Aussage ist falsch: Die Parabel berührt die x-Achse, die Funktion hat also eine doppelte Nullstelle, nicht zwei einfache.

324/2
$x_1=1; x_2=5$



324/3
$ax^2+bx=0 \Leftrightarrow ax\left(x+\frac{b}{a}\right)=0$ (wegen $a\neq 0$ ist das Ausklammern immer möglich)
➔ $x_1=0; x_2=-\frac{b}{a}$; wegen $b\neq 0$ ist $x_2\neq 0$, also hat man zwei verschiedene und damit einfache Nullstellen

324/4
z. B. $f(x)=x^2+1; f(x)=0{,}5(x-1)^2+2; f(x)=-x^2-1$ (Parabel nach oben geöffnet und Scheitel oberhalb der x-Achse bzw. Parabel nach unten geöffnet und Scheitel unterhalb der x-Achse)
bzw. $f(x)=x^2; f(x)=0{,}5(x-1)^2; f(x)=-\frac{1}{3}(x+2)^2$ (Scheitel auf der x-Achse)

324/5 z. B. $f(x)=-x^2-1$, vgl. Aufgabe 4

328/1
a) $p(x)=-\frac{1}{2}x^2+4x-8$
b) doppelte Nullstelle $x_{1,2}=4$
c) Die Parabel berührt die x-Achse, da die Funktion eine doppelte Nullstelle hat.

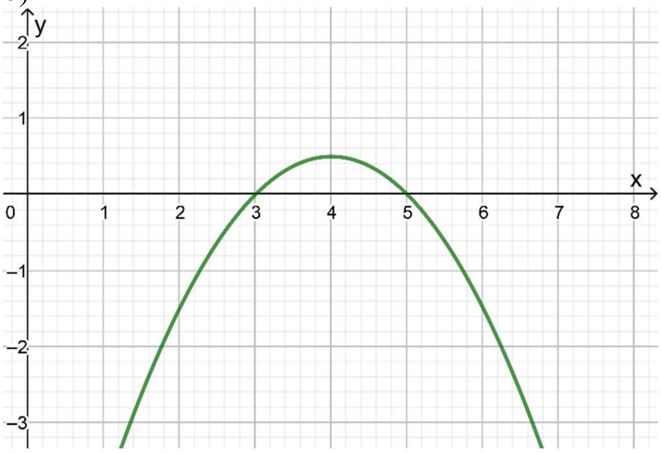
328/2 $f(x)=\frac{1}{2}x(x+4)$

328/3 $f(x)=0{,}25x^2+0{,}25x$

331/1

a) $p(x) = -\frac{1}{2}(x-5)(x-3)$

b)



331/2

a) $x_2 = -4$ (Die erste Schnittstelle mit der x-Achse liegt in 3 Einheiten rechts vom Scheitelpunkt, wegen der Symmetrie der Parabel muss die zweite Schnittstelle also 3 Einheiten links vom Scheitelpunkt sein.)

b) Wenn man vom Scheitelpunkt um 3 nach links oder rechts geht, dann geht man um 2 nach unten; bei einem Öffnungsfaktor von $\frac{1}{3}$ müsste man aber um 3 nach oben gehen.

c) Die Frage ergibt keinen Sinn, eine Parabel hat keinen y-Wert. Falls der y-Wert des Scheitels gemeint ist: $y_s = -3$

331/3 Der Scheitelpunkt liegt in der Mitte zwischen den Nullstellen, also bei x = 0, also auf der y-Achse.

331/4 $f(x) = 0{,}2(x-4{,}5)^2 - 0{,}45$

331/5

a) alles richtig

b) Man könnte den Funktionsterm zunächst durch Ausmultiplizieren der Klammern in die allgemeine Form bringen, $q(x) = -x^2 - x + 2$, und daraus die x-Koordinate des Scheitels mit der Formel berechnen, $x_S = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2}$. Der Rest geht dann genauso weiter wie in (a).

332

a) $x_1 = 0; x_2 = 2$

b) z. B. $P\left(1\middle|-\frac{3}{2}\right), Q\left(3\middle|\frac{9}{2}\right), R(-2|12)$

c) 0 bzw. $\frac{15}{8}$ bzw. 0 oder 2

d) Die y-Werte müssen eindeutig sein, da es sich um eine Funktion handelt; bei den x-Werten sind zwei Werte möglich, da eine quadratische Funktion zwei Nullstellen haben kann.

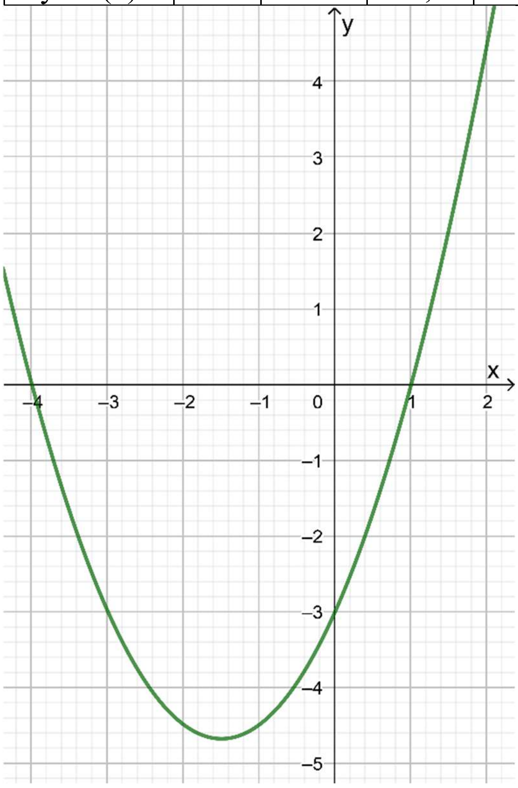
334/1

a) $S_1(1|0), S_2(-4|0)$; $f(x) = \frac{3}{4}(x-1)(x+4)$

b) $S_y(0|-3)$

c)

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2
y = f(x)	0	–3	–4,5	–4,5	–3	0	4,5

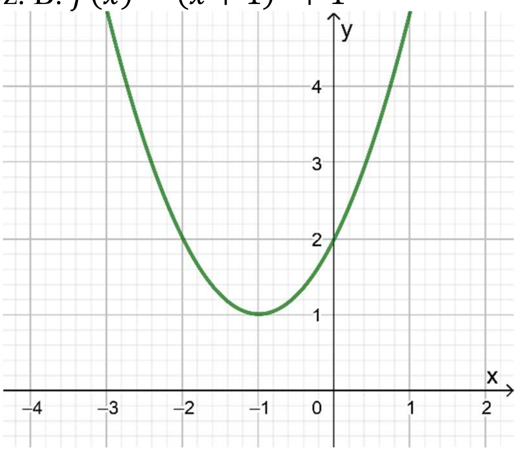


334/2 Die Gleichung $\frac{1}{2}x^2 - 2x + 5 = 0$ hat wegen $D = (-2)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 = -6 < 0$ keine Lösung.

334/3

Wenn der Scheitelpunkt im zweiten Quadranten liegt, dann liegt er oberhalb der x-Achse. Wenn die Parabel dann außerdem noch nach oben geöffnet ist, dann kann sie die x-Achse nirgends schneiden.

z. B. $f(x) = (x+1)^2 + 1$



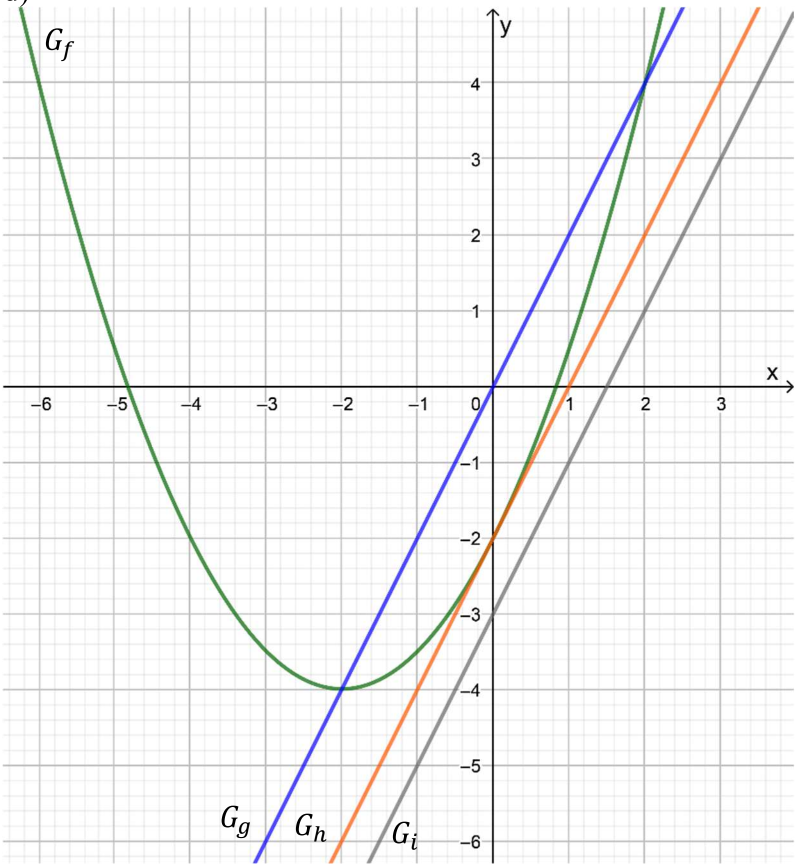
337

a) $S_1(-2|-4), S_2(2|4)$

b) Die Gleichung $\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2 = 2x - 2$ ist äquivalent zu $\frac{1}{2}x^2 = 0$, und dies hat die doppelte Lösung $x_{1,2} = 0$ ➔ G_h berührt G_f, ist also eine Tangente an die Parabel; B(0|–2)

c) z. B. $i: y = 2x - 3$

d)



338/1

a) $f(x) = -2(x-2)^2 + 3 = -2x^2 + 8x - 5$

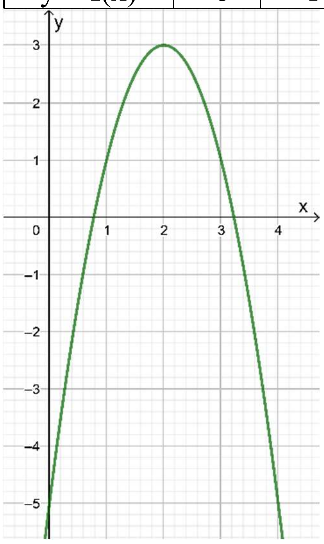
b) $f\left(\frac{1}{2}\right) = -2 \cdot \left(\frac{1}{2} - 2\right)^2 + 3 = -2 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^2 + 3 = -2 \cdot \frac{9}{4} + 3 = -\frac{9}{2} + \frac{6}{2} = -\frac{3}{2}$

c) ausmultiplizieren: $-2\left(x - \frac{4}{5}\right)(x-3) = -2\left(x^2 - \frac{19}{5}x + \frac{12}{5}\right) = -2x^2 + \frac{38}{5}x - \frac{24}{5}$

➔ stimmt nicht *(alternativ: 4/5 und 3 sind keine Nullstellen von f)*

d)

x	0	1	2	3	4
y = f(x)	–5	1	3	1	–5



339/2

- mithilfe der Nullstellen die Linearfaktorzerlegung angeben und ausmultiplizieren
- Punkt P einsetzen, daraus a berechnen
- a einsetzen, Klammer auflösen

339/3 $s(x) = \frac{4}{5}x\left(x - \frac{9}{4}\right) = \frac{4}{5}x^2 - \frac{9}{5}x$

339/4

a) $p(x) = \frac{1}{4}(x+3)(x-1) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}(x+1)^2 - 1$

b) Nur bei Bild (b) passen Scheitelpunkt und y-Achsenabschnitt.

340/5

$f(x) = -\frac{4}{9}(x+3)(x-1)$ (Vorgehensweise wie in Aufgabe 339/2)

$h(x) = \frac{1}{2}(x+3)(x-1)$ (Vorgehensweise wie in Aufgabe 339/2)

oder: $h(x) = \frac{1}{2}(x+1)^2 - 2$ (Scheitelform ansetzen mit S; weiteren Punkt einsetzen; a berechnen)

340/6

a) richtig, denn man kann folgendermaßen faktorisieren: $p(x) = -\frac{1}{2}(x-2)^2$

b) richtig, denn p(0) = –2 (kann man ja auch direkt ablesen!)

c) falsch, vergleiche (a)

d) falsch, $p(1) = -\frac{1}{2}$

340/7 $f(x) = 4(x+1{,}5)(x-1)$

341/1 W = [–3; 3]

342/2 z. B. $f(x) = x^2 - 1$

342/3 $W = \left[-\frac{5}{2}; 20\right]$

344 Der Gästebereich ist etwa 4,49 m breit.

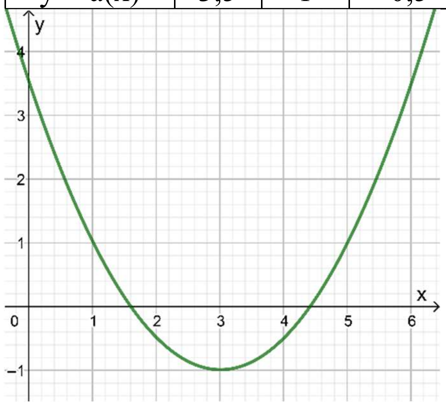
3.4.12/1

a) a(x) und d(x)

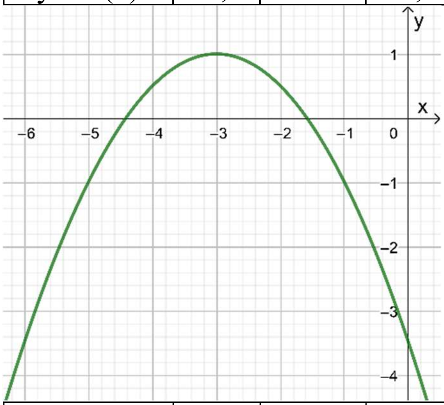
b) Parabel zu b(x)

c)

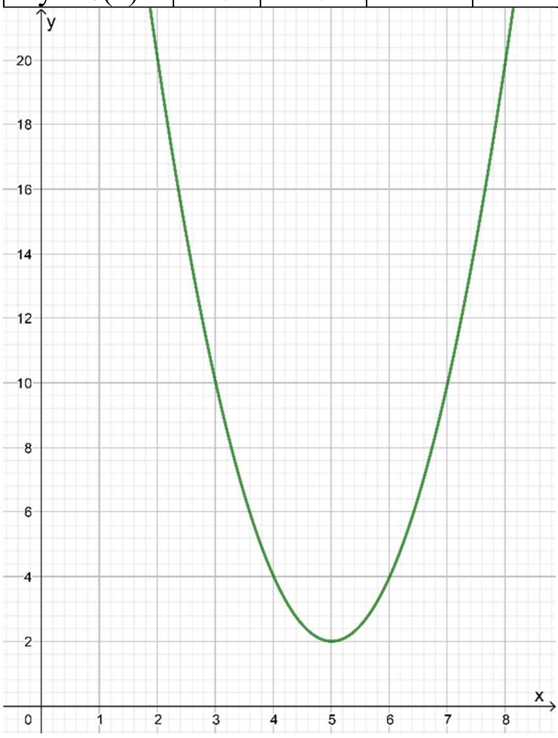
x	0	1	2	3	4	5	6
y = a(x)	3,5	1	–0,5	–1	–0,5	1	3,5



x	–6	–5	–4	–3	–2	–1	0
y = b(x)	–3,5	–1	0,5	1	0,5	–1	–3,5



x	2	3	4	5	6	7	8
y = c(x)	20	10	4	2	4	10	20



d) $y_B = -7{,}5$

3.4.12/2

a) $f(x) = -(x-2)^2 + 3$; Normalparabel, nach unten geöffnet

b) $f(x) = \frac{1}{2}(x+1)^2 + 2$; gestaucht, nach oben geöffnet

c) $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2$; gestaucht, nach unten geöffnet

d) $f(x) = 2(x-3)^2 - 2$; gestreckt, nach oben geöffnet

e) $f(x) = -2(x+0{,}5)^2 + 1$; gestreckt, nach unten geöffnet

f) $f(x) = 2(x-3)^2 - 2$; gestreckt, nach oben geöffnet

3.4.12/3

a) $f(x) = \frac{1}{4}(x-2)^2 - 1$

b) $f(x) = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 3{,}5$

c) $f(x) = -\frac{10}{9}(x-2{,}5)^2 + 3{,}5$

d) $f(x) = \frac{6}{25}(x-2{,}5)^2 - 1{,}5$

3.4.12/4

$a(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 1;\quad S_y(0|-1)$

$b(x) = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{7}{4};\quad S_y(0|1{,}75)$

$c(x) = -x^2 - 4x - 1;\quad S_y(0|-1)$

$d(x) = -\frac{4}{5}x^2 + \frac{16}{5}x - \frac{11}{5};\quad S_y(0|-2{,}2)$

$e(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 10x - 50;\quad S_y(0|-50)$

$f(x) = -5x^2 + 50x - 115;\quad S_y(0|-115)$

3.4.12/5

$a(x) = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 5;\quad S(-2|-5);\quad a = \frac{1}{2}$

$b(x) = -\frac{1}{4}(x-4)^2 + 2;\quad S(4|2);\quad a = -\frac{1}{4}$

$c(x) = (x+1{,}5)^2 - 4{,}25;\quad S(-1{,}5|-4{,}25);\quad a = 1$

d(x) ist bereits in Scheitelform; $S(0|0{,}01);\quad a = \frac{1}{10}$

$e(x) = -\frac{1}{2}(x-3)^2 + 0{,}5;\quad S(3|0{,}5);\quad a = -\frac{1}{2}$

$f(x) = -5(x-1)^2;\quad S(1|0);\quad a = -5$

3.4.12/6 jeweils S: Schnittpunkt, B: Berührpunkt

a) $S_1\left(\frac{-3+\sqrt{17}}{2}\middle|0\right),\ S_2\left(\frac{-3-\sqrt{17}}{2}\middle|0\right)$

b) $S_1(-4|0),\ S_2(-1|0)$

c) $S_1(0|0),\ S_2(-3|0)$

d) $S_1(-1|0),\ S_2(1|0)$

e) $S_1(-2+\sqrt{6}|0),\ S_2(-2-\sqrt{6}|0)$

f) keine gemeinsamen Punkte mit der x-Achse

g) $B(-2|0)$

h) keine gemeinsamen Punkte mit der x-Achse

i) keine gemeinsamen Punkte mit der x-Achse

3.4.12/7

$a(x) = \frac{1}{4}\left(x - \frac{-3+\sqrt{17}}{2}\right)\left(x - \frac{-3-\sqrt{17}}{2}\right)$

$b(x) = -\frac{1}{2}(x+4)(x+1)$

$c(x) = \frac{1}{5}(x+5)(x-5)$

$d(x) = -\frac{7}{10}x(x-1)$

$e(x) = \frac{1}{2}(x-1)(x+3)$

$f(x) = -(x-3)(x-1)$

$g(x) = \frac{1}{6}(x+6)^2$

$h(x) = -(x+1)^2$

$i(x) = (x-7)^2$

3.4.12/8

a) $f(x) = \frac{1}{2}(x+4)(x-1) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - 2 = \frac{1}{2}(x+1{,}5)^2 - 3{,}125$

$g(x) = -(x+2)(x-1) = -x^2 - x + 2 = -(x+0{,}5)^2 + 2{,}25$

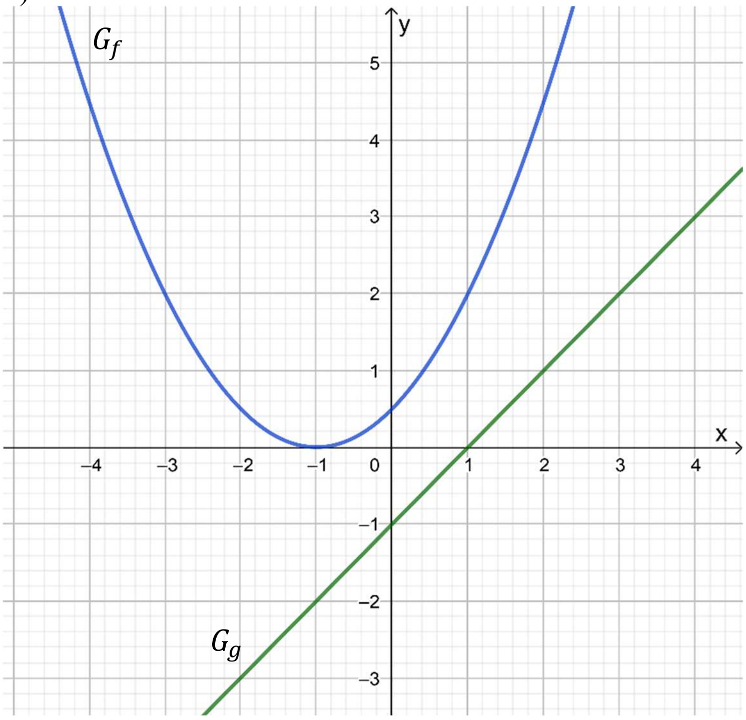
b) $f(-2{,}5) = -2{,}625;\quad g(-1{,}5) = 1{,}25$

c) $x_1 = -2; x_2 = -1$

3.4.12/9

a) keine Schnittpunkte

b)



3.4.12/10 jeweils S: Schnittpunkt, B: Berührpunkt

f: $S_1(-1|8), S_2(1|2)$ g: $S_1(-2|12{,}5), S_2(3|0)$ h: $S_1(0|4{,}5), S_2(4|0{,}5)$

i: $B(-2|12{,}5)$ j: $B(1|2)$ k: kein gem. Punkt

3.4.12/11

a) $W = [-3; \infty[$ b) $W =]-\infty; 5]$

c) $W = [-6{,}5; \infty[$ d) $W =]-\infty; 0{,}1]$

e) $W = [0{,}75; 13]$ f) $W = [-12; 3{,}125]$

3.4.12/12

a) Die Spannweite der Brücke beträgt etwa 245 m.

b) Der Bogen hat dort eine Höhe von etwa 13,5 m.

c) Er müsste eine Breite von etwa 81,6 m messen.

3.4.12/13

a) Koordinatensystem so gewählt, dass die x-Achse durch den Mittelpunkt des linken Pakets geht und die y-Achse an der rechten Seite des Roboters verläuft; alle Längen in Metern

➔ $f(x) = -1{,}5x^2 + 1{,}5$

b) Die Pakete legen horizontal etwa 1,82 m zurück.

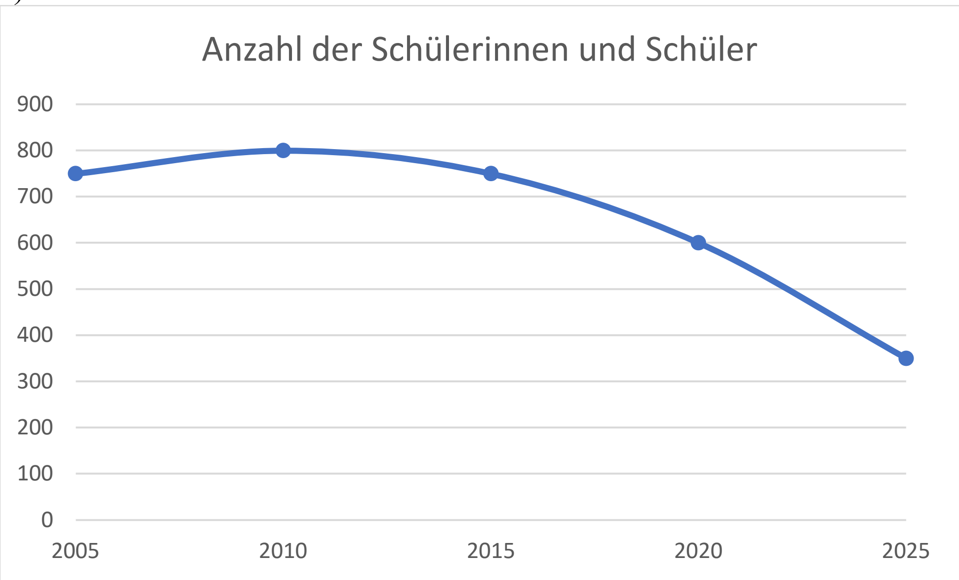
Da die Bewegungslinie links in der Mitte des Pakets anfängt, rechts aber am linken Rand des Pakets endet, müsste man eigentlich noch die Hälfte der Breite des Pakets dazuzählen!

3.4.12/14

a) $f(t) = -2(t-5)^2 + 800$

b) Es sind 600 bzw. 350 Schülerinnen und Schüler zu erwarten.

c)



367/1

a) $L =]-\infty; -2[\cup]2; \infty[= \{x \in \mathbb{R} \mid x < -2 \wedge x > 2\}$

b) $L =]-2; 2[= \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < 2\}$

c) $L = \{\,\}$

368/2 z. B. x < 1 oder –2x + 2 > 0

368/3

a) $L =]-\infty; -3[\cup]2; \infty[$ b) $L = [-0{,}75; 0{,}5]$ c) $L = \mathbb{R}\backslash\{2\}$

d) $L = \{\,\}$ e) $L =]-3; 1[$ f) $]-\infty; -1-\sqrt{6}[\cup]-1+\sqrt{6}; \infty[$

370/1

a) g(x) < 0 für $x < -1$; f(x) < 0 für $-1 < x < 1$; g(x) > f(x) für $-1 < x < 2$

b) g(x) < 0 für $x < -1{,}5$ oder $x > 1{,}5$; f(x) < 0 für $-2 < x < 2$; g(x) > f(x) für $\approx -1{,}7 < x <\approx 1{,}7$

c) g(x) < 0 für $x > 2$; f(x) < 0 für $x < 0{,}5$; g(x) > f(x) für $x < 1$

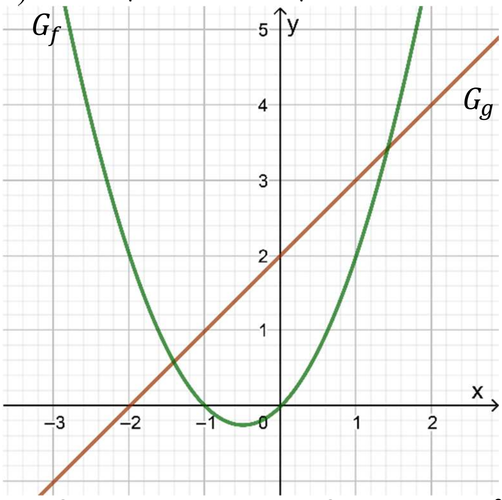
370/2

Die Aussage ist richtig, da der Graph von f dort über dem Graphen von g verläuft.

(bzw. einfach die Werte ablesen: $3 > -1$ ist offensichtlich richtig)

370/3

a) $x < -\sqrt{2}$ oder $x > \sqrt{2}$



b) $x^2 + x > x - 1 \iff x^2 > -1$; da x^2 immer eine positive Zahl (oder Null) ergibt, ist diese Ungleichung für alle $x \in \mathbb{R}$ erfüllt. Der Graph von f verläuft also überall oberhalb des Graphen von p.

c) Man erhält den Graphen von g, indem man den Graphen von p um 3 nach oben verschiebt (die Geraden haben dieselbe Steigung, aber unterschiedlichen y-Achsenabschnitt, sind also echt parallel).

370/4 Unlösbar! Falls q(x) < w(x) gemeint ist, dann ist die Lösung $w(x) = 4$.

3.7.4/1

a) $p(0) = -1{,}5;\quad p(1) = -2;\quad p(2) = -1{,}5;\quad p(4) = 2{,}5$

b) $-1 < x < 3$

c) $x < -1$ oder $x > 3$

3.7.4/2

a) $g(1) = 0{,}5;\quad f(1) = -1{,}5$

b) $-1 < x < 3$

c) Die Aussage ist richtig, da sich die Graphen bei x = –1 schneiden.

3.7.4/3

a) $-2 < x < 1$

b) $x < 1$ oder $x > 4$

c) $-3 < x < 2$

d) $x < -\frac{3}{4}$ oder $x > \frac{1}{2}$

e) $x < 0$ oder $x > 2$

f) $2 - \sqrt{2} < x < 2 + \sqrt{2}$

g) keine Lösung

h) $x < -2$ oder $x > 3$

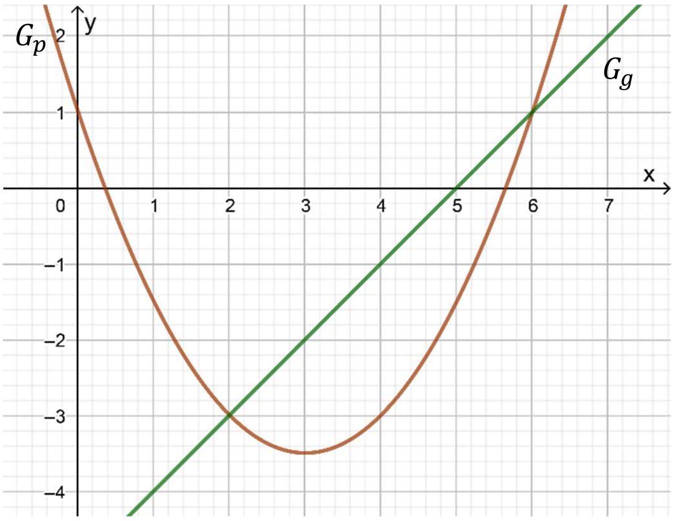
i) $-5 < x < 0$

j) identisch zu (i)!

k) $x \neq 1$

3.7.4/4

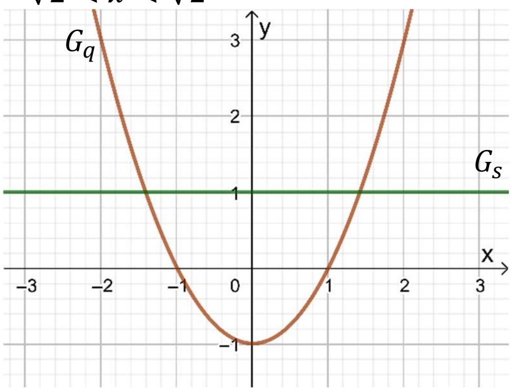
$x < 2$ oder $x > 6$



$2 \leq x \leq 6$

3.7.4/5

$-\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$



3.7.4/6 $-\sqrt{2} < a < \sqrt{2}$

3.7.4/7

a) Die Geschwindigkeit muss kleiner als etwa 32 km/h sein.

b) Die Geschwindigkeit muss kleiner als etwa 39,2 km/h sein.

c) Die Aufgabe ergibt keinen Sinn: Für *alle* Geschwindigkeiten ist der Bremsweg auf der schneebedeckten Fahrbahn 2,6mal so lang wie auf der trockenen!

d) in Worten: Der Bremsweg auf der schneebedeckten Fahrbahn ist immer mindestens so lang wie auf der trockenen. Da offensichtlich immer $0{,}013v^2 > 0{,}005v^2$ ist (weil 0,013 > 0,005 ist!), ist dies immer erfüllt.

e) grafisch: Dies ist ab etwa 36 km/h der Fall. rechnerisch: ab etwa 35,4 km/h

3.7.4/8

a) Dies war etwa 2003 bis 2009 der Fall.

b) Dies war in den Jahren 2005 bis 2017 der Fall.

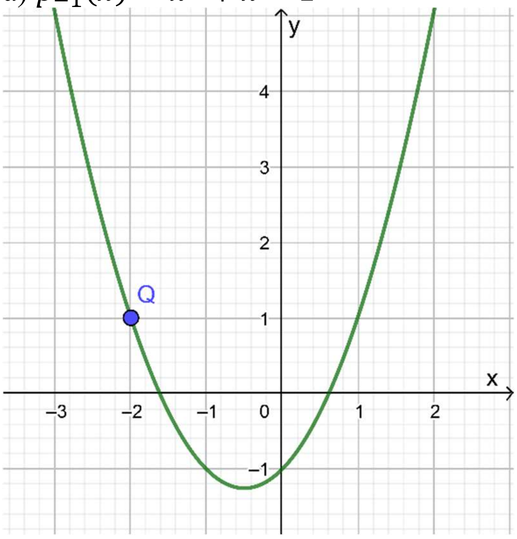
c) Dies wäre ab dem Jahr 2024 der Fall.

d) Im Jahre 2021 müsste sie mit 8,15 € pro m^2 rechnen.

IV.5 Parabelscharen

351/1

a) $p_{-1}(x) = x^2 + x - 1$



b) $p_{-1/2}(x) = x^2 + x - \frac{1}{2}$

c) $x_S = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2}$ unabhängig von t

d) $p_{1/4}(x) = x^2 + x + \frac{1}{4}$

e) $p_{-6}(x) = x^2 + x - 6$

351/2

a) $p_{-1/4}(x) = \frac{1}{4}x^2 - x - \frac{1}{4}$

b) $t = 0$

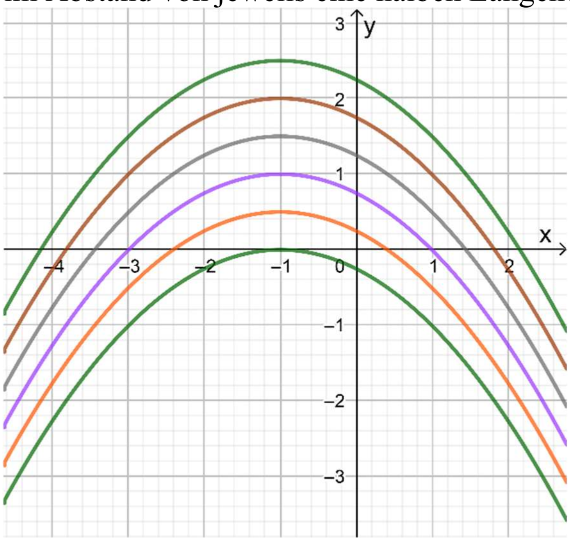
c) $S_t(2|-1+t)$; $p_t(x) = \frac{1}{4}(x-2)^2 - 1 + t$; $S_2(2|1), S_0(2|-1)$

d) $p_1(x) = \frac{1}{4}x^2 - x + 1$

e) $\frac{1}{4}x^2 - x = \frac{1}{4}x^2 - x + 2 \Leftrightarrow 0 = 2$

352

a) Alle Parabeln sind nach unten geöffnet und gestaucht. Die Scheitel liegen alle auf der Geraden x = –1 im Abstand von jeweils eine halben Längeneinheit voneinander. Der tiefste Scheitel liegt auf der x-Achse.



b) Die Behauptung ist falsch, für t = 0 gibt es nur eine doppelte Nullstelle! Für alle Werte von t > 0 stimmt die Behauptung dann allerdings, weil dann der Scheitel jeweils oberhalb der x-Achse liegt und die Parabel nach unten geöffnet ist.

c) $p_1(x) = -\frac{1}{4}(x+1)^2 + 1$

d) Ja, denn dies beschreibt die Parabel zu t = 3.

354/1

Vorgehensweise z. B.: wähle a und b beliebig abhängig vom Parameter t und berechne c dann so, dass P auf allen Parabeln liegt

z. B.: $p_t(x) = x^2 + tx + t - 3$; $p_t(x) = tx^2 + x - t - 1$; $p_t(x) = tx^2 + tx - 2$

354/2

a) nein

b) nein

355/1

a) $t < 1$: $x_{1/2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4t}}{-2} = 1 \pm \sqrt{1-t}$; $t = 1$: $x_{1,2} = 1$; $t > 1$: keine Nullstelle

b) $t > \frac{1}{4}$: $x_{1/2} = -1 \pm \sqrt{4t-1}$; $t = \frac{1}{4}$: $x_{1,2} = -1$; $t < \frac{1}{4}$: keine Nullstelle

c) $x_{1/2} = \pm\sqrt{2}$ für alle $a \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$

d) $a > 0$: $x_{1/2} = \pm\sqrt{2a}$; $a = 0$: $x_{1,2} = 0$; $a < 0$: keine Nullstelle

355/2

a) $a = \frac{5}{2}$ oder $a = \frac{1}{2}$

b) $a = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

c) $S_a(2a| - 1)$

d) $f_a(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2ax + 2a^2 - 1$

e) Alle Scheitelpunkte der Parabelschar liegen unterhalb der x-Achse, und alle Parabeln sind nach oben geöffnet.

f) $W = [-1; \infty[$

358/1

a) $t = \frac{49}{12}$

b) $t < \frac{1}{4}$: $S_{1,2}\left(\frac{1 \pm \sqrt{1-4t}}{2}\middle|\frac{-5 \mp 5\sqrt{1-4t}}{2} + 2t\right)$; $t = \frac{1}{4}$: $B\left(\frac{1}{2}\middle|-2\right)$; $t > \frac{1}{4}$: keine gemeinsamen Punkte

358/2

a) $t > -\frac{1}{8}$ (und laut Angabe zusätzlich $t \neq 0$)

b) $S_{1,2}(\pm 1|t-1)$

3.5.6/1

a) $t < 5$: $x_{1/2} = -5 \pm \sqrt{25 - 5t}$; $t = 5$: $x_{1,2} = -5$; $t > 5$: keine Nullstelle

b) $t < 10$: $x_{1/2} = \frac{20 \pm \sqrt{400-40t}}{4}$; $t = 10$: $x_{1,2} = 5$; $t > 10$: keine Nullstelle

c) $t < 6$: $x_{1/2} = \frac{12 \pm \sqrt{144-2}}{2} = 6 \pm \sqrt{36-6t}$; $t = 6$: $x_{1,2} = 6$; $t > 6$: keine Nullstelle

d) $t \neq -3$: $x_1 = 3, x_2 = -t$; $t = -3$: $x_{1,2} = 3$

e) $t \neq 0$: $x_1 = 2t, x_2 = -\frac{t}{2}$; $t = 0$: $x_{1,2} = 0$

f) $t > 0$: $x_{1/2} = 3 \pm \sqrt{t}$; $t = 0$: $x_{1,2} = 3$; $t < 0$: keine Nullstelle

3.5.6/2

a) $t = -3$

b) $t = -\frac{1}{8}$

c) $t = -\frac{3}{40}$

d) $t = -6 \pm 2\sqrt{2}$

3.5.6/3

a) $t = -3$

b) $t = \frac{1}{4}$

c) $S_t\left(1\middle|\frac{1}{2} - 2t\right)$; $p_t(x) = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + \frac{1}{2} - 2t$; $S_{-5}(1|10{,}5)$, $S_1(1|-1{,}5)$

d) $p_{1/4}(x) = -\frac{1}{2}(x-1)^2$

e) $t < \frac{1}{4}$

f) $t = 1$; $B(2|-2)$

3.5.6/4

a) Der Ball wird etwa 8,94 m weit eingeworfen.

b) $S_a\left(\frac{3}{25a}\middle|1{,}85 + \frac{9}{625a}\right)$

c) Die Abwurfgeschwindigkeit muss etwa weniger als 18,5 m/s sein.

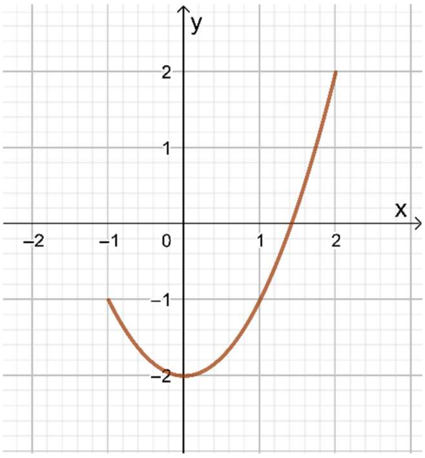
d) abgelesen aus Bild 1b: $a \approx 0{,}025$; damit: Der Ball müsste sogar ein Stück vor dem Spieler bereits auf dem Boden laden.

IV.6 Potenzfunktionen (mit ganzzahligen Exponenten)

IV.7 Symmetrie zum Koordinatensystem

362/1
a) ja
b) nein
c) ja
d) nein

362/2
Wenn kein lineares Glied vorhanden ist, dann ist b = 0 und damit $x_S = 0$, der Scheitelpunkt liegt also auf der y-Achse. Damit ist dann die ganze Parabel symmetrisch zur y-Achse.

362/3


363/1
a) ja
b) nein
c) ja
d) nein

363/2
Ursprungsgeraden haben Terme der Form $f(x) = mx$ ➔ $f(-x) = m \cdot (-x) = -mx = -f(x)$

363/3
Parabeln sind immer achsensymmetrisch zur senkrechten Geraden durch ihren Scheitelpunkt. Die einzigen Graphen, die achsensymmetrisch zu einer senkrechten Geraden und gleichzeitig punktsymmetrisch sind, sind waagrechte Geraden.

3.6.3/1
Die Graphen von g und w sind symmetrisch zur y-Achse, der Graph von q ist symmetrisch zum Ursprung.

3.6.3/2 $a = -3$

3.6.3/3
$g(x) = 1$ ➔ Die Gerade ist nicht symmetrisch zum Ursprung.

3.6.3/4

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y = f(x)	7	2	–1	–2	–1	2	7

3.6.3/5 z. B. $f(x) = x^2$; $f(x) = -\frac{1}{10}x^2 - 500$; $f(x) = 0$

IV.8 Verknüpfung von Funktionen

377/1

a) y = 2x – 8 bzw. f(x) = 2x – 8

b) $f(-2) = -12; \quad f(6) = 4$

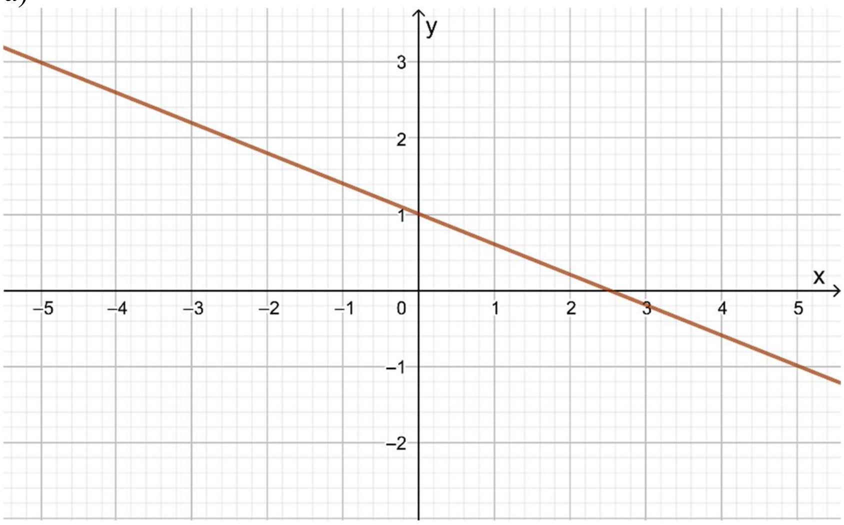
c) –4; –2; 0; 2; 4; 6

d) $f(4) = 2 \cdot 4 - 8 = 0$

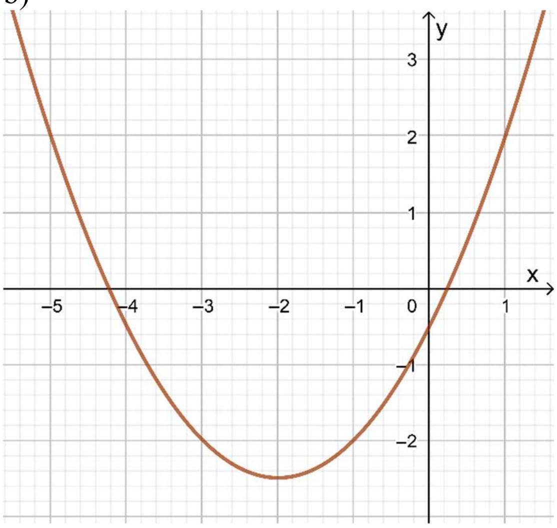
e) $W = \{-16;\ -12;\ -8;\ -4; 0; 4\}$

377/2

a)



b)



378/3

$p(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{5}{8} = \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{5}{2}\right)$

378/4

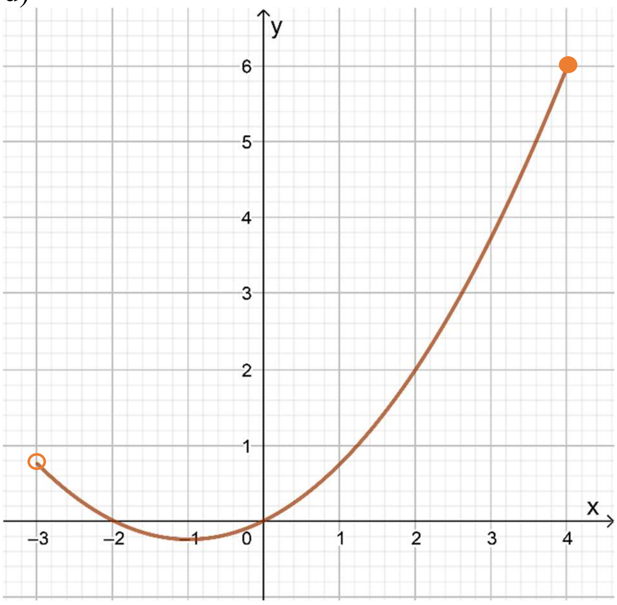
a) $S_y(0|0) = N_1$; $N_2(-2|0)$

b) Die Definitionsmenge ist nicht symmetrisch zu 0, also kann der Graph nicht symmetrisch zum Koordinatensystem sein!

(außerdem: $s(-x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x \neq s(x)$ und $-s(x) = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x \neq s(-x)$)

c) $W = \left[-\frac{1}{4}; 6\right]$

d)



$-3 < x < -2$ oder $0 < x \leq 4$

378/5

$t < \frac{1}{4}$: $S_{1,2}\left(-1 \pm \sqrt{1-4t} \middle| -1 \pm \sqrt{1-4t}\right)$; $t = \frac{1}{4}$: $B(-1|-1)$; $t > \frac{1}{4}$: keine gemeinsamen Punkte