III.1 Grundbegriffe

136/1
a) ja
b) nein

136/2
z. B. 2x + 4 = 0

136/3
a) $\frac{1}{2}\left(2-\left(-\frac{1}{4}\right)\right)-\frac{1}{2}=-\frac{5}{2}\cdot\left(-\frac{1}{4}\right) \Leftrightarrow \frac{5}{8}=\frac{5}{8}$
b) $-\frac{1}{4}\notin\mathbb{Z}$, also gehört $-\frac{1}{4}$ nicht zur Grundmenge und kann damit auch nicht zur Lösungsmenge gehören

140/1
a) $\frac{3}{2}x=\frac{1}{4}x+4$
b) $\frac{3}{2}x-4=\frac{1}{4}x$
c) $3x-6=\frac{1}{2}x+4$
d) $\frac{3}{4}x-1=\frac{1}{8}x+1$

140/2
Multipliziert man die linke Gleichung mit 4 (was eine Äquivalenzumformung ist), dann erhält man $2(2-x)+4=4x$. Diese Gleichung ist offensichtlich nicht äquivalent zu $2(2-x)+1=4x$.

140/3
alles richtig

140/4
a) $\frac{1}{2}x=1$
b) $-(x+2)=5$
c) $6x+6=2x$
d) $2(x-2)+4=3$
e) $5x-4=-13$
f) $2(x-1)-4(x-1)=4x-16$
g) $-\frac{1}{2}(x+2)=x-5$
h) $2x+1=4x+2$
i) $12-(2-x)=4x$

140/5 *z. B., auch andere Lösungswege möglich*
a) $3x-3+\frac{1}{2}(x-1)=4\,|\cdot 4 \quad\Leftrightarrow\quad 12x-12+2(x-1)=16 \quad\Leftrightarrow\quad 14x-14=16\ |+14$
b) $2\cdot\left(\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}\right)-x=\frac{2}{3}x+1 \quad\Leftrightarrow\quad -3=\frac{2}{3}x+1\,|\cdot 3 \quad\Leftrightarrow\quad -9=2x+3\,|-2$
c) $\frac{1}{4}x-3\cdot\left(\frac{5}{12}-\frac{1}{12}x\right)=3x+1\ |\cdot 4 \quad\Leftrightarrow\quad x-12\cdot\left(\frac{5}{12}-\frac{1}{12}x\right)=12x+4$
$\Leftrightarrow\ -5+2x=12x+4\ |-2x+1$
d) $\frac{-(x-2)-3\cdot(2-x)}{3}=x \Leftrightarrow \frac{2}{3}x-\frac{4}{3}=x\,|-\frac{2}{3}x \quad\Leftrightarrow\quad -\frac{4}{3}=\frac{1}{3}x\ |\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)$
e) $\frac{1}{3}x+\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{2}{5}x-4\right)=x \quad\Leftrightarrow\quad \frac{13}{30}x-1=x\,|-\frac{13}{30}x \quad\Leftrightarrow\quad -1=\frac{17}{30}x\,|\cdot 60 \quad\Leftrightarrow\quad -60=34x\,|-10$

2.1.6/1
wahr sind nur (b) und (f)

2.1.6/2

a) $\frac{3}{5}x - 2 = \frac{2}{3}x + 1$

b) $4 = 2x + 6$

c) $(x-1) - 36 = 6 + 3x$

d) $5 - \frac{2}{3}x = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}x + 1\right)$

e) $1 + \frac{x+2}{4} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2-x}{2}$

f) $-4(x+2) + (x+1) = 8 \cdot x$

2.1.6./3 *z. B., auch andere Lösungswege möglich*

a) $\frac{1}{2}(x-3) - (4x+2) = 8x \mid \cdot 2 \Leftrightarrow (x-3) - 2(4x+2) = 16x \Leftrightarrow -7x - 7 = 16x \mid +7x$

$\Leftrightarrow -7 = 23x \mid -1$

b) $\frac{2}{3}x - \frac{5}{6} = \frac{1}{3} \cdot \left(x - \frac{1}{3}\right) \mid \cdot 9 \Leftrightarrow 6x - 7{,}5 = 3x - 1 \mid -3x + 7{,}5$

c) $\frac{2-x}{3} + x = \frac{1}{2}x + 1 \mid \cdot 6 \Leftrightarrow 4 - 2x + 6x = 3x + 6 \mid -3x - 4 \Leftrightarrow x = 2 \mid \cdot 2$

d) $\frac{4x-3}{2} - \frac{x-1}{3} = 4 \mid \cdot 6 \Leftrightarrow 12x - 9 - 2x + 2 = 24 \Leftrightarrow 10x - 7 = 24 \mid +7$

e) $\frac{3}{4} \cdot \frac{2 \cdot (3x+2)}{3} + x = \frac{7}{4}x \mid \cdot 12 \Leftrightarrow 6\,(3x+2) + 12x = 21x \Leftrightarrow 30x + 12 = 21x \mid -30x$

$\Leftrightarrow 12 = -9x \mid : 3$

f) $x - (2x-1) = -x + 1 \Leftrightarrow -x + 1 = -x + 1 \mid +x$

2.1.6/4

a) offensichtlich?!

b) $\frac{5}{4} \cdot (x+2) = 1 \mid \cdot 4 \Leftrightarrow 5(x+2) = 4$; dann offensichtlich

c) $\frac{1}{2} \cdot 7 + x = 4x \mid : 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{2} + \frac{1}{2}x = 2x$; dann offensichtlich

2.1.6/5

a) ja

b) ja

c) ja

d) nein

e) nein

f) nein

III.2 Lineare Gleichungen

143/1

a) $L = \{-3\}$ b) $L = \left\{-\frac{2}{3}\right\}$ c) $L = \left\{\frac{5}{3}\right\}$

d) $L = \left\{\frac{3}{8}\right\}$ e) $L = \left\{-\frac{1}{3}\right\}$ f) $L = \left\{-\frac{5}{8}\right\}$

g) $L = \{0\}$ h) $L = \left\{\frac{30}{11}\right\}$ i) $L = \left\{\frac{1}{12}\right\}$

143/2

a) $L = \{2\}$ b) $L = \left\{-\frac{2}{7}\right\}$

c) $L = \left\{\frac{53}{28}\right\}$ d) $L = \left\{\frac{2}{7}\right\}$

2.1.6/6

a) $L = \left\{-\frac{13}{6}\right\}$ b) $L = \left\{\frac{10}{3}\right\}$

c) $L = \left\{\frac{1}{16}\right\}$ d) $L = \left\{\frac{21}{5}\right\}$

e) $L = \left\{-\frac{5}{8}\right\}$ f) $L = \left\{-\frac{15}{2}\right\}$

g) $L = \left\{\frac{173}{252}\right\}$ h) $L = \left\{-\frac{8}{29}\right\}$

i) $L = \left\{\frac{11}{30}\right\}$

145/1

Nur c ist nicht lösbar. (a, d haben jeweils genau eine Lösung, b hat unendlich viele Lösungen)

145/2

unendlich viele Lösungen: z. B. $2x + 2 = 2(x + 1)$ (auf beiden Seiten muss dasselbe stehen)

$x = \frac{7}{2}$ als Lösung: z. B. $2x - 5 = 2$ (Äquivalenzumformungen von $x = \frac{7}{2}$ durchführen)

145/3

a) $L = \{\}$ b) $L = \mathbb{R}$ c) $L = \{\}$

d) $L = \mathbb{R}$ e) $L = \{2\}$ f) $L = \{\}$

g) $L = \left\{-\frac{10}{3}\right\}$ h) $L = \{-2\}$ i) $L = \{1\}$

2.1.6/7

a) keine Lösung b) eine Lösung

c) keine Lösung d) eine Lösung

e) keine Lösung f) unendlich viele Lösungen

g) unendlich viele Lösungen h) eine Lösung

i) unendlich viele Lösungen

148/1

a) j = m

b) j = m + 70

c) j + m = 612

d) m = 0,64 (j + m)

e) j – 25 = m

f) m + 67 = 3j

g) m = 0,45•845 ?

148/2

a) (1) richtig, denn im Jahre 1871 war (etwa) m = 180 000 und n = 90 000; München hatte doppelt so viele Einwohner wie Nürnberg.
(2) richtig, denn im Jahre 1950 war (etwa) b = w = 90 000; Bamberg und Würzburg hatten gleich viele Einwohner.
(3) falsch, denn im Jahre 1950 war (etwa) n = 390 000, also 0,48n = 187 200, aber a = 210 000
(4) richtig, denn im Jahre 2010 war (etwa) m = 1 350 000, also m – 350 000 = 1 000 000, und n = 500 000, also n = 1 000 000; wären aus München 350 000 Personen weggezogen, dann hätten dort immer noch doppelt so viele Personen gelebt wie in Nürnberg.
(5) falsch, denn im Jahre 2010 war (etwa) n = 500 000 und b = 80 000, also n + b = 580 000, aber a = 280 000, also 2a = 560 000

b) im Jahre 2010: m = 2n + a + b; im Jahre 1950: r + w = a; im Jahre 1917: b = r
c) Die Einwohnerzahl ist selbstverständlich immer eine natürliche Zahl. (kann weder negativ sein noch eine nicht-ganze Bruchzahl oder gar irrational)

148/3

a) Tim muss 4 km zurücklegen.
b) Tim müsste dann um 40% mehr rudern.

148/4

Beispiele: Telefon-/Internettarife, Stromkosten (jeweils mit Grundpreis plus Preis pro Einheit), Fixkosten plus variable Kosten, Länge einer Schraubenfeder in Abhängigkeit von der an ihr wirkenden Kraft, Füllhöhe eines Messzylinder bei konstant stark fallendem Regen, ………..

2.1.6/8

a) Die Durchschnittsgeschwindigkeit ist 21 km/h.
b) Der Umweg ist 1,19 km lang.

2.1.6/9

Bei Variante 1 kann man 257 Minuten telefonieren, bei Variante 2 nur 222 Minuten.

2.1.6/10

Die Gleichung ist falsch; richtig ist 4x + 8 · 2 cm = 200 cm.

2.1.6/11

Ein Erwachsener muss 9 € zahlen, ein Kind 4,50 €.

155/1

a) z. B. $\frac{1}{2}x + 3 = 4$; $\frac{1}{2}x = 4$; $\frac{1}{2}x - \frac{15}{2} = 4$
b) Der Schüler hat recht; um die Gleichung $\frac{1}{2}x - \frac{3}{4} = 0$ zu erhalten, müsste $t = \frac{1}{2}$ sein, und das widerspricht den angegebenen Werten von t.
c) $\frac{1}{2}x - \frac{3t}{2} = 4 \mid +\frac{3t}{2} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{2}x = 4 + \frac{3t}{2} \mid \cdot 2 \quad \Leftrightarrow \quad x = 8 + 3t$
alternativ: $x = 8 + 3t$ *einsetzen und zeigen, dass sich eine wahre Aussage ergibt*
d) $L_{-2} = \{2\}$ bzw. $L_2 = \{14\}$ bzw. $L_5 = \{23\}$
e) $t = -1$, also $\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} = 4$

156/1

Der Lösungsversuch ist falsch: a ist die Formvariable in der Gleichung, also muss man die Gleichung nach x auflösen, nicht nach a.

$$-\frac{3}{4}x + 3a = 1 \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{3}{4}x = 1 - 3a \quad \Leftrightarrow \quad x = -\frac{4}{3} + 4a \quad \Leftrightarrow \quad L_a = \left\{-\frac{4}{3} + 4a\right\}$$

156/2
a) $L_t = \{-3t\}$
b) $L_{-1} = \{3\}$; $L_0 = \{0\}$; $L_1 = \{-3\}$; $L_{3/2} = \left\{-\frac{9}{2}\right\}$

158
a) Die Lösung ist richtig.
b) Wenn a = 0 ist, würde man durch Null dividieren.

159/1
siehe roter Kasten auf S. 159 (der rote Kasten auf S. 157 ist nur ein Spezialfall von S. 159)

159/2
Die Fallunterscheidung ist zielführend, denn für $a = -1$ würde man durch Null teilen.

159/3
1. Fall: $L_k = \left\{-\frac{1}{5-k}\right\}$
2. Fall: $\frac{0}{2}x + \frac{1}{2} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{2} = 0\ (f) \quad \Leftrightarrow \quad L_5 = \{\,\}$

159/4
Wenn k = 5 ist, würde man durch Null dividieren.

159/5
$t \neq 2$: $L_t = \left\{-\frac{2}{t-2}\right\}$; $t = 2$: $L_2 = \{\,\}$

2.2.4/1
a) $0 = 2$; $x = 2$; $3x = 2$; $6x = 2$
b) $x = 4$; $\frac{3}{2}x = 4$; $2x = 4$; $\frac{5}{2}x = 4$
c) $-4x - 1 = -4$; $-1 = 0$; $4x - 1 = 4$; $20x - 1 = 20$
d) $4 + \frac{7}{2}x = -5$; $4 + \frac{1}{2}x = 1$; $4 - \frac{3}{2}x = 5$

2.2.4/2
(4), (5)

2.2.4/3
a) $L_a = \left\{\frac{a}{4}\right\}$
b) $L_k = \{k + 1\}$
c) $L_t = \left\{-\frac{2t+5}{5}\right\}$
d) $L_b = \{-b\}$
e) $L_a = \left\{\frac{4}{3}\right\}$
f) $L_k = \left\{-\frac{10}{3}\right\}$

2.2.4/4
a) $L_t = \left\{-\frac{8}{5} + \frac{2t}{5}\right\}$
b) $-\frac{1}{2}x + \frac{1}{4} = \frac{1}{8}x + 1$; $L_1 = \left\{-\frac{6}{5}\right\}$
c) $-\frac{1}{2}x - \frac{1}{4} = \frac{1}{8}x + 1$; $L_{-1} = \{-2\}$
d) $-\frac{1}{2}x + \frac{1}{8} = \frac{1}{8}x + 1$; $L_{1/2} = \left\{-\frac{7}{5}\right\}$
e) $t = 9$, also $-\frac{1}{2}x + \frac{9}{4} = \frac{1}{8}x + 1$

2.2.4/5

a) $L_k = \left\{-\frac{6}{7}k + \frac{4}{7}\right\}$

b) $-x + 2 = \frac{3}{4}x - 2;\quad L_{-2} = \left\{\frac{16}{7}\right\}$

c) $-x + 1 = \frac{3}{4}x;\quad L_0 = \left\{\frac{4}{7}\right\}$

d) $-x - \frac{1}{2} = \frac{3}{4}x + 3;\quad L_3 = \{-2\}$

e) $k = -\frac{1}{2}$, also $-x + \frac{5}{4} = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$

2.2.4/6

a) $a \neq 1$: $L_a = \left\{\frac{4}{a-1}\right\}$; $\quad a = 1$: $L_1 = \{\,\}$

b) $k \neq 2$: $L_k = \left\{\frac{1}{2-k}\right\}$; $\quad k = 2$: $L_2 = \{\,\}$

c) $t \neq 4$: $L_t = \left\{\frac{2}{t-4}\right\}$; $\quad t = 4$: $L_4 = \{\,\}$

d) $b \neq \frac{4}{15}$: $L_b = \left\{\frac{14}{15b-4}\right\}$; $\quad b = \frac{4}{15}$: $L_{4/15} = \{\,\}$

e) $a \neq 3$: $L_a = \left\{\frac{10}{a-3}\right\}$; $\quad a = 3$: $L_3 = \{\,\}$

f) $k \neq 1{,}5$: $L_k = \left\{\frac{3-4k}{6-4k}\right\}$; $\quad k = 1{,}5$: $L_{1,5} = \{\,\}$

g) $a \neq 4$: $L_a = \left\{-\frac{3}{a-4}\right\}$; $\quad a = 4$: $L_4 = \{\,\}$

h) $k \neq 2$: $L_k = \left\{\frac{4}{k-2}\right\}$; $\quad k = 2$: $L_2 = \{\,\}$

i) $t \neq \frac{3}{2}$: $L_t = \left\{\frac{24}{2t-3}\right\}$; $\quad t = \frac{3}{2}$: $L_{3/2} = \{\,\}$

j) $b \neq -0{,}5$: $L_b = \left\{\frac{9}{20b+10}\right\}$; $\quad b = -0{,}5$: $L_{-0,5} = \{\,\}$

k) $a \neq -1$: $L_a = \left\{-\frac{6}{a+1}\right\}$; $\quad a = -1$: $L_{-1} = \{\,\}$

l) $L_k = \left\{\frac{4}{3}\right\}$

2.2.4/7

identisch zu Aufgabe 6!?!

2.2.4/8

a) $t \neq 3$: $L_t = \left\{-\frac{4}{t-3}\right\}$; $\quad t = 3$: $L_3 = \{\,\}$

b) $2 = x;\quad L_1 = \{2\}$

c) $\frac{1}{2}x + 2 = x;\quad L_2 = \{4\}$

d) $x + 2 = x;\quad L_3 = \{\,\}$

2.2.4/9

a) Die Schülerin hat recht, denn die Gleichung ist für alle Werte von k äquivalent zur Gleichung 3 + 6 = 0, die Lösungsmenge hängt also überhaupt nicht mehr von k ab.

b) $L = \{\,\}$

2.2.4/10

z. B.: $x + t = 0$

(Eine Fallunterscheidung ist nur dann nötig, wenn man durch einen Term dividiert, der die Formvariable enthält und gleich Null werden kann.)

2.2.4/11

a) Nach $\frac{w}{24}$ Stunden ist die Hälfte verbraucht.

b) Nach $\frac{w}{12}$ Stunden ist der Wasserspeicher leer. Es müssen also 168 Liter enthalten sein.

2.2.4/12

a) Das Serviceteam darf $\frac{36\,180-}{320}$ Stunden benötigen, wenn die Entwicklungskosten e € betragen.

b) Das Serviceteam darf etwa 69,22 Stunden benötigen.

c) Nein, das Serviceteam hätte dann $1-\frac{1}{1{,}1} \approx 9{,}09\%$ weniger Zeit.

2.6.7/8

a) $x_1 = 0; x_2 = \frac{1}{2}$

b) $x_1 = 4; x_2 = 2$

c) $x_1 = \frac{1}{2}; x_2 = \frac{3}{8}$

d) $x_1 = 1; x_2 = -1$

e) $x_1 = \frac{3}{2}; x_2 = -\frac{3}{2}$

f) $x_1 = \frac{1}{10}; x_2 = -\frac{3}{5}$

g) $x_1 = -\frac{5}{2}; x_2 = -\frac{1}{4}$

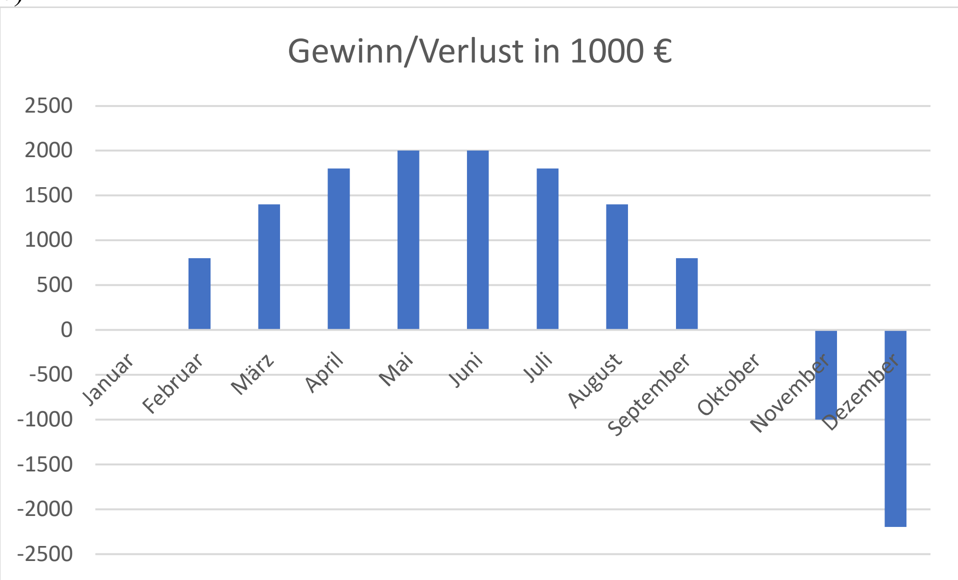
h) $x_1 = \frac{5}{2}; x_2 = \frac{9}{16}$

2.6.7/9

a) Im Januar und im Oktober hat er weder Gewinn noch Verlust gemacht, denn die Nullstellen von T(x) sind $x_1 = 1$ und $x_2 = 10$.

b) Häh? (Vermutlich muss man hier irgendwie damit argumentieren, in welchen Monaten das Unternehmen Gewinn macht (Februar bis September) und in welchen Verlust (November und Dezember)?)

c)



d) Der jährliche Gewinn beträgt 8800 €.

213/5

Nullproduktregel ➔ Der Term wird gleich Null, wenn entweder $x-1=0$ ist oder $x+8=0$ ist.

213/6

z. B. $x(x+10) = x^2 + 10x$

III.3 Lineare Ungleichungen

164/1
Die Ungleichung $x < 5$ wird von allen Zahlen erfüllt, die kleiner als 5 sind; die Ungleichung $x \leq 5$ wird von allen Zahlen erfüllt, die kleiner als 5 sind, und zusätzlich auch von der Zahl 5 selbst.

164/2
ja

164/3
Lösungsmenge Gleichung:
In der Lösungsmenge sind alle Zahlen enthalten, die für x eingesetzt werden dürfen, damit die linke Seite gleich der rechten Seite ist.

Definition Ungleichung: Sind zwei Terme mit einem Relationszeichen ($<, >, \leq, \geq$) miteinander verbunden, wird von einer Ungleichung gesprochen.

164/4
a) $2x + 1 > 6$
b) $8x - 16 \geq 26$
c) $-x - 6 \leq -1$
d) 27 < 55

165/5
a) $\frac{1}{2} < \frac{2}{3}$ b) $\frac{11}{12} > \frac{17}{36}$ c) $-\frac{1}{24} < \frac{3}{8}$ d) $-\frac{5}{3} < -\frac{7}{6}$

165/6
a) Die Anzahl der Schüler*innen und die Anzahl derer Eltern ist zusammen größer als die Anzahl der Lehrer*innen und des Verwaltungspersonals insgesamt.
b) Es ist weniger Verwaltungspersonal anwesend als Lehrer.
c) Die Anzahl der sonstigen Besucher ist höchstens so groß wie die Anzahl der Eltern und des Verwaltungs-personals zusammen.
d) Die Anzahl der Eltern und der Lehrer*innen ist zusammen mindestens so groß wie die Anzahl der Schüler*innen.

167/1
a) $L =]-\infty; 2[$ b) $L = [3; \infty[$ c) $L =]-\infty; 1[$

167/2
Die Rechnung stimmt, aber die Lösungsmenge ist falsch: $]-\infty; 3[$

167/3
z. B. $2x + 1 \geq 0$

169/1
bei (b) und (c)

169/2
a) $L =]-\infty; -2]$ b) $L =]-\infty; -8[$ c) $L =]-\infty; \frac{9}{5}]$
d) $L = [-\frac{1}{5}; \infty[$ e) $L = \mathbb{R}$ f) $L = \mathbb{R}$

169/3

a) $L = \left]-\frac{4}{3}; \infty\right[$ b) $L =]-\infty; 4[$ c) $L = [10; \infty[$

d) $L = [-8; \infty[$ e) $L = \left[-\frac{1}{2}; \infty\right[$ f) $L = [-\frac{16}{27}; \infty[$

g) $L =]-\frac{14}{3}; \infty[$ h) $L = [0; \infty[$ i) $L =]-\frac{27}{5}; \infty[$

j) $L = \left]-\frac{13}{24}; \infty\right[$ k) $L =]-\infty; -\frac{7}{4}]$ l) $L =]-\frac{2}{7}; \infty[$

m) $L =]-\infty; 0]$ n) $L = \mathbb{R}$ o) $L = \{\}$

p) $L = \mathbb{R}$

2.3.5/1

a) $L =]-\infty; -1[$ b) $L = \left]-\frac{5}{2}; \infty\right[$ c) $L =]-\infty; 1]$

d) $L = \left]-\infty; \frac{4}{3}\right[$ e) $L =]-\infty; -3]$ f) $L = [0; \infty[$

g) $L =]-\infty; -6]$ h) $L =]-\infty; 5[$ i) $L =]-\infty; \frac{4}{3}]$

j) $L = \left]\frac{33}{4}; \infty\right[$ k) $L =]-\infty; 0]$ l) $L = \left]-\frac{29}{15}; \infty\right[$

m) $L = \mathbb{R}$ n) $L = \{\}$ o) $L = \mathbb{R}$

2.3.5/5

identisch zu Aufgabe 169/3!?!

2.3.5/10

a) Es können 117 Pakete transportiert werden.

b) Nein, er überschreitet das Gesamtgewicht nur um ca. 5,8%.

c) Es ist eine Geldstrafe von 10 € fällig.

2.3.5/11

a) Wenn mehr als $13,\overline{3}$ Tage vergangen sind, dann sollte laut Hersteller mehr als die Hälfte des Unkrauts vernichtet sein.

b) Nach $26,\overline{6}$ Tagen sollten alle Unkrautpflanzen vernichtet sein.

c) $\frac{25}{34} \approx 73{,}5\%$; laut Hersteller sollen nach 8 Tagen aber nur noch 70% nicht beseitigt sein. Der Hersteller hat also anscheinend unrecht.

172/1

siehe roter Kasten direkt über der Aufgabe

172/2

Man muss die Fälle a – 2 < 0, a – 2 = 0 und a – 2 > 0 unterscheiden, weil durch den Faktor a – 2 geteilt werden muss. Dies ist offensichtlich äquivalent zu a < 2, a = 2, a > 2.

$L_a = \left]\frac{3}{a-2}; \infty\right[$; $L_2 = \{\}$; $L_a = \left]-\infty; \frac{3}{a-2}\right[$

172/3

alles richtig bis auf den Schluss des Falls t = 3: 0 < 4 ist eine wahre Aussage, also ist $L_3 = \mathbb{R}$

172/4

a) $t > 0$: $L_t = \left]-\infty; \frac{3}{t}\right]$; $t = 0$: $L_0 = \mathbb{R}$; $t < 0$: $L_t = \left[\frac{3}{t}; \infty\right[$

b) $k < 3$: $L_k = \left]-\infty; \frac{-1}{k-3}\right]$; $k = 3$: $L_3 = \mathbb{R}$; $k > 3$: $L_k = \left[\frac{-1}{k-3}; \infty\right[$

c) $a > 5$: $L_a = \left]-\infty; \frac{4}{5-a}\right]$; $a = 5$: $L_5 = \{\}$; $a < 5$: $L_a = \left[\frac{4}{5-a}; \infty\right[$

172/5

a) $L_t = \left]-\frac{4t}{3};\infty\right[$

b) $L_k =]-\infty; 2-k[$

c) $L_a =]-\infty; -2a-2]$

d) $L_a = \left[\frac{t}{2};\infty\right[$

e) $L_a = [-a+3;\infty[$

f) $L_a = \left[\frac{2-2a}{3};\infty\right[$

g) $L_a =]-\infty; a-1[$

h) $L_b =]-b;\infty[$

172/6

a) $L_b = \left]-\infty; -1-\frac{3}{4}b\right[$

b) $L_k = \left]\frac{5}{7}-k;\infty\right[$

c) $L_t = \left]-\infty;\frac{1}{2}-\frac{3}{2}t\right[$

d) $L_t = \left]-\infty; 4t-\frac{59}{2}\right]$

e) $L_t = \left[\frac{18-4t}{7};\infty\right[$

f) $L_k = \left[\frac{7k+20}{9};\infty\right[$

172/7

a) $a>2{:}\ L_a = \left]-\infty;\frac{-2}{a-2}\right]$; $a=2{:}\ L_2 = \{\,\}$; $a<2{:}\ L_a = \left[\frac{-2}{a-2};\infty\right[$

b) $k>2{:}\ L_k = \left]-\infty;\frac{3}{4k-8}\right[$; $k=2{:}\ L_2 = \{\,\}$; $k<2{:}\ L_k = \left]\frac{3}{4k-8};\infty\right[$

c) $k>2{:}\ L_k = \left]-\infty;\frac{1}{24-12}\right[$; $k=2{:}\ L_5 = \mathbb{R}$; $k<2{:}\ L_k = \left]\frac{1}{24-12};\infty\right[$

d) $b>\frac{5}{4}{:}\ L_b = \left]-\infty;\frac{5b-1}{5-4b}\right]$; $b=\frac{5}{4}{:}\ L_{5/4} = \{\,\}$; $b<\frac{5}{4}{:}\ L_b = \left[\frac{5b-1}{5-4b};\infty\right[$

e) $t<\frac{7}{2}{:}\ L_t = \left]-\infty;\frac{-8}{2t-8}\right]$; $t=\frac{7}{2}{:}\ L_{7/2} = \mathbb{R}$; $t>\frac{7}{2}{:}\ L_t = \left[\frac{-8}{2t-8};\infty\right[$

f) $k<11{:}\ L_k =]-\infty;0]$; $k=11{:}\ L_{11} = \mathbb{R}$; $k>11{:}\ L_k = [0;\infty[$

g) $k>\frac{3}{5}{:}\ L_k = \left]-\infty;\frac{17}{6-10k}\right[$; $k=\frac{3}{5}{:}\ L_{3/5} = \mathbb{R}$; $k<\frac{3}{5}{:}\ L_k = \left]\frac{17}{6-10k};\infty\right[$

h) $t<\frac{1}{2}{:}\ L_t = \left]-\infty;\frac{11-2t}{10-20}\right[$; $t=\frac{1}{2}{:}\ L_{1/2} = \mathbb{R}$; $t>\frac{1}{2}{:}\ L_t = \left]\frac{11-2t}{10-20t};\infty\right[$

i) $t<-3{:}\ L_t = \left]-\infty;\frac{-6}{3+t}\right]$; $t=-3{:}\ L_{-3} = \{\,\}$; $t>-3{:}\ L_t = \left[\frac{-6}{3+t};\infty\right[$

2.3.5/2

Bei Gleichung (a) muss man durch (k – 3) teilen, was je nach dem Wert von k ein unterschiedliches Vorzeichen haben kann. Bei Gleichung (b) teilt man nur durch –3, das Vorzeichen ist also immer gleich, unabhängig vom Wert von k.

2.3.5/3

a) $L = \left]1+\frac{t}{2};\infty\right[$ b) $L =]-4t+1;\infty[$ c) $L = \left]-\infty;-\frac{6t+4}{17}\right]$

d) $L = \left]-\infty;\frac{3x-8}{23}\right[$ e) $L = \left[\frac{5}{2}-t;\infty\right[$ f) $L = \left]\frac{5-t}{6};\infty\right[$

g) $t<0{:}\ L_t = \left]-\infty;\frac{4}{t}\right]$; $t=0{:}\ L_0 = \{\,\}$; $t>0{:}\ L_t = \left[\frac{4}{t};\infty\right[$

h) $t<-4{:}\ L_t = \left]-\infty;\frac{5}{4+t}\right[$; $t=-4{:}\ L_{-4} = \{\,\}$; $t>-4{:}\ L_t = \left]\frac{5}{4+t};\infty\right[$

i) $t<\frac{2}{3}{:}\ L_t = \left]-\infty;\frac{-4}{3t-2}\right[$; $t=\frac{2}{3}{:}\ L_{2/3} = \{\,\}$; $t>\frac{2}{3}{:}\ L_t = \left]\frac{-4}{3t-2};\infty\right[$

j) $t<5{:}\ L_t = \left]-\infty;\frac{5}{5-t}\right]$; $t=5{:}\ L_5 = \mathbb{R}$; $t>5{:}\ L_t = \left[\frac{5}{5-t};\infty\right[$

k) $t > \frac{1}{2}$: $L_t = \left]-\infty; \frac{-1}{4-8t}\right[$; $t = \frac{1}{2}$: $L_{1/2} = \mathbb{R}$; $t < \frac{1}{2}$: $L_t = \left]\frac{-1}{4-8t}; \infty\right[$
l) $t > 1$: $L_t = \left]\frac{-5}{t-1}; \infty\right[$; $t = 1$: $L_1 = \{\,\}$; $t < 1$: $L_t = \left]\frac{-5}{t-1}; \infty\right[$
m) $t < -\frac{1}{2}$: $L_t = \left]-\infty; \frac{8t+2}{1+2t}\right[$; $t = -\frac{1}{2}$: $L_{-\frac{1}{2}} = \mathbb{R}$; $t > -\frac{1}{2}$: $L_t = \left]\frac{8t+2}{1+2t}; \infty\right[$
n) $t < 2$: $L_t = \left]-\infty; \frac{2}{2-t}\right]$; $t = 2$: $L_2 = \mathbb{R}$; $t > 2$: $L_t = \left[\frac{2}{2-t}; \infty\right[$
o) $t < \frac{1}{2}$: $L_t =]0; \infty[$; $t = \frac{1}{2}$: $L_{1/2} = \{\,\}$; $t > \frac{1}{2}$: $L_t =]-\infty; 0[$

2.3.5/4
Diese Fallunterscheidung ist falsch. Man müsste die drei Fälle b < 3, b = 3 und b > 3 untersuchen, da es ja auf das Vorzeichen von (3 – b) ankommt.

2.3.5/6-8
identisch zu Aufgaben 173/5-7!?!

III.4 Quadratische Gleichungen

184/1
(a), (c)

184/2
a) $\frac{9}{8}x^2 - \frac{3}{4}x = 0$
b) $-\frac{5}{4}x^2 + x - \frac{17}{4} = 0$
c) $-\frac{7}{2}x^2 - 8x - \frac{33}{4} = 0$
d) $-\frac{3}{4}x^2 + \frac{15}{4}x + \frac{1}{4} = 0$

184/3
z. B. $\frac{5}{8}x^2 - \frac{4}{3} = 0$

2.4.6/1
a) $-\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1 = 0; a = -\frac{1}{2}; b = 2; c = 1$
b) $x^2 + 3x - 1 = 0; a = 1; b = 3; c = -1$
c) $x^2 + 4x + 3 = 0; a = 1; b = 4; c = 3$
d) $-x^2 - \frac{15}{2}x + 23 = 0; a = -1; b = -\frac{15}{2}; c = 23$
e) $16x^2 - \frac{9}{4}x + \frac{9}{4} = 0; a = 16; b = -\frac{9}{4}; c = \frac{9}{4}$
f) $x^2 - 5x + \frac{3}{2} = 0; a = 1; b = -5; c = \frac{3}{2}$
g) $-\frac{1}{2}x^2 - \frac{9}{2} = 0; a = -\frac{1}{2}; b = 0; c = -\frac{9}{2}$
h) $\frac{1}{4}x^2 + \frac{27}{8} = 0; a = \frac{1}{4}; b = 0; c = \frac{27}{8}$
i) $-8x^2 - \frac{15}{2}x = 0; a = -8; b = -\frac{15}{2}; c = 0$
j) $\frac{49}{50}x^2 - \frac{141}{100}x = 0; a = \frac{49}{50}; b = -\frac{141}{100}; c = 0$
k) $-\frac{9}{16}x^2 + \frac{21}{8}x - \frac{11}{8} = 0; a = -\frac{9}{16}; b = \frac{21}{8}; c = -\frac{11}{8}$
l) $-\frac{1}{2}x^2 - \frac{75}{2} = 0; a = -\frac{1}{2}; b = 0; c = -\frac{75}{2}$

186/1
a) $L = \{\,\}$
b) $L = \{\pm 6\}$
c) $L = \{\pm 3\sqrt{2}\}$
d) $L = \{0\}$a

186/2
z. B. $x^2 = 25; 3x^2 = 75;\ 50 - 2x^2 = 0$
Die erste Gleichung ist offensichtlich, die anderen entstehen daraus durch Äquivalenzumformungen.

187
a) $L = \{0; 4\}$
b) $L = \{0; 2\}$
c) $L = \{\,\}$
d) $L = \{0; 3\}$

2.4.6/2
(a), (c), (e) können durch Ausklammern gelöst werden, die anderen nicht, weil sie jeweils ein konstantes Glied enthalten.

2.4.6/4
Der Satz vom Nullprodukt (die Nullproduktregel) darf ***nur*** angewendet werden, wenn ein Produkt gleich Null ist (sagt ja schon der Name!). Hier hat man aber ein Produkt, das 10 ergibt, also ist der Satz nicht anwendbar.

189/1
Alle der Gleichungen sollten mit der Lösungsformel gelöst werden, da sie alle gemischtquadratisch mit konstantem Glied sind.

189/2
Der Mitschüler hat zwar recht – das wäre aber eine sehr umständliche Lösungsstrategie. Viel schneller geht es, wenn man die Gleichung direkt nach x^2 auflöst und dann $\pm\sqrt{}$ rechnet.

2.4.6/3
Schüler A hat zwar prinzipiell Recht damit, dass seine Lösungsstrategie schneller ist. Allerdings führt sie auf die Gleichung $x^2 = -8$, die Gleichung hat also sowieso keine Lösung. Evtl. wäre es schneller, die Diskriminante zu berechnen, D = –8, denn daran sieht man ja auch sofort, dass es keine Lösung gibt.

2.4.6/5
Der Lösungsweg ist zwar richtig, aber viel zu umständlich. Deutlich schneller ist:
$-\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2} = -1 \mid +\frac{1}{2} \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{1}{2}x^2 = -\frac{1}{2} \mid \cdot(-2) \quad \Leftrightarrow \quad x^2 = 1 \mid \pm\sqrt{} \quad \Leftrightarrow \quad x_{1,2} = \pm 1$

2.4.6/6
a) $L = \{-2; 3\}$
b) $L = \{\pm 1\}$
c) $L = \{0; -2\}$
d) $L = \{-1; 3\}$
e) $L = \{\pm 1\}$
f) $L = \{3; 8)$
g) $L = \{-6; -4\}$
h) $L = \{\pm 1\}$
i) $L = \left\{0; \frac{33}{4}\right\}$
j) $L = \left\{0; \frac{2}{7}\right\}$
k) $L = \left\{\frac{-25\pm\sqrt{329}}{4}\right\}$

2.4.6/8
a) $L = \{-10; 2\}$
b) $L = \{\,\}$
c) $L = \{3 \pm \sqrt{6}\}$
d) $L = \{3\}$
e) $L = \left\{-\frac{26}{3}; 2\right\}$
f) $L = \left\{-2; \frac{10}{7}\right\}$
g) $L = \{\,\}$
h) $L = \left\{\frac{6}{5}; \frac{7}{3}\right\}$

2.4.6/9
$ax^2 + bx + c = 0 \mid : a \neq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$

$$\Rightarrow p = \frac{b}{a}; q = \frac{c}{a} \Rightarrow x_{1,2} = -\frac{\frac{b}{a}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\frac{b}{a}}{2}\right)^2 - \frac{c}{a}} = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}} = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}}$$
$$= -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4a^2} - \frac{4ac}{4a^2}} = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}} = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

189/3
z. B. $x^2 - 8x = 0; \quad x^2 + 10x + 9 = 0; \quad -2x^2 - 10x - 4{,}5 = 0$

193/1
a) 1
b) 2
c) 0
d) 2

193/2
Die Diskriminante ist dann $D = b^2 - 4 \cdot a \cdot 0 = b^2$, also wegen $b \neq 0$ sicher positiv.
oder: Wenn man ax ausklammert, erhält man die äquivalente Gleichung $ax\left(x + \frac{b}{a}\right) = 0$, also die beiden Lösungen $x_1 = 0, x_2 = -\frac{b}{a}$. Wegen $b \neq 0$ sind diese beiden Lösungen unterschiedlich.

193/3
(b), (d) haben keine Lösung. Das sieht man entweder mit der Diskriminante oder dadurch, dass man sie umformt zu $x^2 = \ldots$, wobei dann jeweils rechts eine negative Zahl steht.

2.4.6/7
a) richtig; 2 Lösungen
b) richtig; 2 Lösungen
c) richtig; 0 Lösungen
d) richtig; 1 Lösung
e) richtig; 0 Lösungen
f) richtig; 1 Lösung

2.4.6/10
reinquadratisch: siehe 186/2
gemischtquadratisch: z. B. $x^2 - x + 2 = 0$; $x^2 + 2x + 3 = 0$ (Man bastele sich Gleichungen mit D < 0, indem man erst mal einen Wert für b beliebig wählt und dann a und c so wählt, dass $b^2 - 4ac < 0$ ist.)

2.4.6/11
a) z. B. $x^2 + 1 = 0$ hat keine Lösung
b) Die Aussage ist für a < 0 richtig.

208/1
a) $\frac{1}{2}(x-4)(x+5)$
b) $\frac{3}{4}(x+6)(x-2)$
c) $\frac{1}{4}(x+1)^2$

208/2
Die Gleichung $-2x^2 + x - 2 = 0$ hat keine Lösung. (D < 0)

208/3
(c); begründen z. B. mit Ausmultiplizieren des Terms

211/1
Vieta: $-3 \cdot 5 = 15 = q$; $-3 + 5 = 2 = -p$
alternativ: $(-3)^2 - 2 \cdot (-3) - 15 = 9 + 6 - 15 = 0$; $5^2 - 2 \cdot 5 - 15 = 25 - 10 - 15 = 0$
oder: p-q-Formel bzw. Mitternachtsformel verwenden…

211/2
z. B. $x^2 - 9x - 10$

211/3
Vorgehensweise: jeweils $x_1 = 1$ in die beiden Vieta-Gleichungen einsetzen; aus einer von beiden x_2 ausrechnen, die andere kann man zur Probe verwenden
a) $1 \cdot x_2 = 2$; $1 + x_2 = 3 \Rightarrow x_2 = 2$
b) $1 \cdot x_2 = 6$; $1 + x_2 = 7 \Rightarrow x_2 = 6$
c) $1 \cdot x_2 = -3$; $1 + x_2 = -2 \Rightarrow x_2 = -3$

2.6.7/1 *vermutlich Fehler in Angabe bei (c)*
a) $\frac{4}{5}(x-3)(x+4)$
b) $\frac{3}{4}(x-1)\left(x+\frac{1}{4}\right)$
c) $-\frac{1}{2}\left(x-\frac{7-\sqrt{229}}{15}\right)\left(x-\frac{7+\sqrt{229}}{15}\right)$
d) $\frac{1}{6}(x-2)\left(x-\frac{3}{2}\right)$
e) $(x-3)(x+1)$
f) $\frac{1}{4}(x+9)(x-3)$
h) $(x-4)(x+4)$
i) $(x-3)\left(x+\frac{1}{2}\right)$

2.6.7/2
(c); begründen z. B. mit Ausmultiplizieren des Terms

2.6.7/3
Die Aussage ist falsch: Nach der Nullproduktregel ist die erste Nullstelle bei –4, nicht bei 4.

2.6.7/5
überprüfen wie in 211/3
a) ja
b) nein
c) nein
d) ja

197/1
210

197/2
11

197/3
Wenn man beliebig viele natürliche Zahlen aufaddiert, erhält man offensichtlich wieder eine natürliche Zahl.
alternativ: $\frac{1}{2}(n^2+n)$ kann man auch schreiben als $\frac{1}{2}n(n+1)$. Von den beiden natürlichen Zahlen n und n+1 ist sicher die eine gerade, die andere ungerade. Wenn man die gerade Zahl mit dem Faktor $\frac{1}{2}$ multipliziert, erhält man wieder eine natürliche Zahl, und nach dem Multiplizieren dieser Zahl mit der ungeraden Zahl ist das Gesamtergebnis offensichtlich wieder natürlich.

197/4
Viel Spaß. Wie es im Prinzip aussehen muss, sieht man in Bild 1.

197f/5
a) 5 Kunden erhalten kostenlose Getränke.
b) 5 Flaschen bleiben übrig.
c) 13 Kunden erhalten kostenlose Getränke; der letzte Kunde erhält also 13 Flaschen.

198/6
a) Es werden 240 Müllsäcke abgegeben.
b) Der letzte Bürger muss 15 Säcke abgeben, das sind 720 Liter Müll.

199
Man kann die 12. Dreieckszahl legen; 5 Bauklötze bleiben übrig.

200/1
n = 6, d. h. die sechste zentrierte Quadratzahl ist 61.

200/2
Für die 6. zentrierte Quadratzahl braucht man die 5. Dreieckszahl (um den zentralen Stein sind vier Dreiecke angeordnet, welche jeweils 5 Steine auf der Grundlinie haben), nicht die 7. Dreieckszahl. Richtig wäre also: $1+4\cdot 15=61$. (Dass die 6. zentrierte Quadratzahl nicht gleich 113 ist, hat man ja auch schon in Aufgabe 1 gesehen.)

2.4.6/12
a) 11
b) 15
c) 25

2.4.6/13
a) $\frac{3}{2}n^2-\frac{5}{2}n+1$

b) 7
c) Viel Spaß.

2.4.6/14
a) Eine Temperatur von 20°C herrscht um 3,51 Uhr und um 20,49 Uhr. (also etwa um 3:31 Uhr und um 20:29 Uhr)
b) Die Gleichung $-\frac{1}{72}t^2 + \frac{1}{3}t + 19 = 16$ hat keine Lösung zwischen 0 und 24, also gab es an diesem Tag keine Uhrzeit, zu der die Temperatur im Labor nur 16°C war.

205/1
a) Die Anzahl der Lösungen der Gleichung hängt davon ab, ob die Diskriminante größer, kleiner oder gleich Null ist, siehe unterer roter Kasten auf S. 191.
b) Für $t < -\frac{9}{2}$ ist die Diskriminante negativ, also steht unter der Wurzel in der Lösungsformel eine negative Zahl.
c) $t = -4$ bzw. $t = 4$ in die allgemeine Lösungsformel auf S. 204 einsetzen
➔ $L_{-4} = \{2; 4\}$; $L_4 = \{3 \pm \sqrt{17}\}$
d) z. B. für $t = -5 < -\frac{9}{2}$: $x^2 - 6x + 10 = 0$

205/2
(a), (c)

205/3   *wohl Tippfehler in Angabe, gemeint ist sicher 5^2, nicht 25^2*
a) $k < \frac{25}{8}$: zwei Lösungen, nämlich $x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25-8k}}{4}$
   $k = \frac{25}{8}$: zwei Lösungen, nämlich $x = -\frac{5}{4}$
   $k > \frac{25}{8}$: keine Lösung
b) Für $k \in \mathbb{R}_0^-$ ist $D = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot k$ immer positiv.

205/4
a) $t < 2$: zwei Lösungen, nämlich $x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4-2t}}{2}$
   $t = 2$: eine Lösung, nämlich $x = 1$
   $t > 2$: keine Lösung
b) $t < \frac{21}{16}$: zwei Lösungen, nämlich $x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{21-16t}}{2}$
   $t = \frac{21}{16}$: eine Lösung, nämlich $x = -\frac{5}{2}$
   $t > \frac{21}{16}$: keine Lösung
c) $t > -\frac{13}{4}$: zwei Lösungen, nämlich $x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{13+4t}}{2}$
   $t = -\frac{13}{4}$: eine Lösung, nämlich $x = \frac{3}{2}$
   $t < -\frac{13}{4}$: keine Lösung
d) $t > 3$: zwei Lösungen, nämlich $x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{-3 + t}$
   $t = 3$: eine Lösung, nämlich $x = 1$
   $t < 3$: keine Lösung

III.5 Potenzgleichungen

III.6 Bruchgleichungen

218/1
Die Aussage ist falsch, denn im Nenner steht hier keine Variable.

218/2
$D = \mathbb{R}\backslash\{2; 0{,}5\}$

218/3
a,c;   b,a;   c,e;   d,b;   e,d

222/4
Angabe ist praktisch identisch zu Aufgabe 218/3 (nur in Teil (e) fehlt im ersten Nenner +1)! Lösungen s.o.

2.7.4/1
a) $D = \mathbb{R}\backslash\{-2\}$ b) $D = \mathbb{R}\backslash\{-4\}$ c) $D = \mathbb{R}\backslash\{3; 0\}$
d) $D = \mathbb{R}\backslash\left\{2; \frac{5}{4}\right\}$ e) $D = \mathbb{R}\backslash\{-1; 0; 1\}$ f) $D = \mathbb{R}\backslash\{0; 2; -1\}$
g) $D = \mathbb{R}\backslash\{-2\}$ h) $D = \mathbb{R}$

222/1
a) $D = \mathbb{R}\backslash\{-2; -1\}$; $L = \{-3\}$ b) $D = \mathbb{R}\backslash\{-2; -5\}$; $L = \left\{-1; -\frac{7}{2}\right\}$
c) $D = \mathbb{R}\backslash\{-4; 1\}$; $L = \left\{-\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right\}$ d) $D = \mathbb{R}\backslash\{-1; -2\}$; $L = \left\{-\frac{3}{2}\right\}$
e) $D = \mathbb{R}\backslash\{0\}$; $L = \left\{\frac{1}{2}\right\}$ f) $D = \mathbb{R}\backslash\{-2\}$; $L = \{\,\}$

222/2
- Die Zahl 5, also der Bruch $\frac{5}{1}$, wurde mit (x – 2) erweitert.
- Es wird mit dem (Haupt-)Nenner (x – 2) multipliziert und gekürzt.

222/3
a) Multiplizieren mit dem Nenner führt auf $-5x^2 + 4x - 3 = 0$; D < 0 ➔ keine Lösung
b) Multiplizieren mit dem Nenner führt auf eine Gleichung mit der Lösung $x_1 = 1 \notin D$
c) Multiplizieren mit dem Nenner führt auf eine Gleichung mit der Lösung $x_1 = -2 \notin D$
d) Multiplizieren mit dem Nenner führt auf eine Gleichung mit der Lösungsmenge $L = \mathbb{R}$
➔ die Bruchgleichung hat sogar unendlich viele Lösungen, $L = D$

2.7.4/2
a) $D = \mathbb{R}\backslash\{4\}$; $L = \left\{\frac{13}{3}\right\}$ b) $D = \mathbb{R}\backslash\{0; 1\}$; $L = \{2{,}5\}$ c) $D = \mathbb{R}\backslash\{2; 0\}$; $L = \left\{\frac{2}{3}\right\}$
d) $D = \mathbb{R}\backslash\{0; 4\}$; $L = \{1\}$ e) $D = \mathbb{R}\backslash\{2\}$; $L = \left\{-\frac{6}{5}\right\}$ f) $D = \mathbb{R}\backslash\{5\}$; $L = \{130\}$
g) $D = \mathbb{R}\backslash\{-4\}$; $L = \left\{-\frac{36}{11}\right\}$ h) $D = \mathbb{R}\backslash\{0\}$; $L = D$

2.7.4/3
a) $D = \mathbb{R}\backslash\{5\}$; $L = \{0; 7\}$ b) $D = \mathbb{R}\backslash\{-1\}$; $L = \left\{\frac{-9\pm\sqrt{201}}{10}\right\}$?   c) $D = \mathbb{R}\backslash\{-5; 2\}$; $L = \{-1 \pm \sqrt{2}\}$?
d) $D = \mathbb{R}\backslash\left\{\frac{5}{2}; -1\right\}$; $L = \left\{-\frac{10}{3}; 1\right\}$ e) $D = \mathbb{R}\backslash\{-4\}$; $L = \{\,\}$ f) $D = \mathbb{R}\backslash\{-2{,}5; -1\}$; $L = \{\,\}$
g) *identisch zu (e)!*   h) $D = \mathbb{R}\backslash\{0\}$; *mit Vkl-Mitteln nicht lösbar! (Substitution nötig; Fehler in Angabe?)*

2.7.4/4
Ein Tauchanfänger kann unter diesen Bedingungen maximal 25 min lang tauchen.

2.7.4/5

a) Auflösen der Gleichung ergibt: $m_2 = m_1 \frac{T_1 - T_{Mi}}{T_{Misch} - T_2} = 12\text{ mg} \cdot \frac{279\text{ K} - 287{,}75\text{ K}}{287{,}75\text{ K} - 293\text{ K}}$, also haben sich 20 mg im zweiten Reagenzglas befunden.

b) Löst man die Gleichung, so ergibt sich $m_2 = -28{,}8\text{ mg}$, eine negative Masse ist aber natürlich physikalisch nicht möglich. Die Mischungstemperatur muss zwischen 6°C = 279 K und 20°C = 293 K liegen, kann also unmöglich gleich 303 K sein.

227/1

a) $L = \left\{\frac{5}{2}\right\}$

b) $L = \{\,\}$

227/2

$b \neq 4$: $L_b = \left\{\frac{6}{b-4}\right\}$; $\quad b = 4$: $L_4 = \{\,\}$

227/3

vgl. 164/3

227/4

a) $L = \left\{8 \pm 4\sqrt{3}\right\}$

b) $L = \left\{0; \frac{9}{2}\right\}$

227/5

$t > \frac{33}{8}$

227/6

$D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$; $\quad L = \left\{\frac{2 \pm \sqrt{53}}{7}\right\}$