I.1 Aussagen und Aussageformen

34/1
Eine Aussage ist ein Satz, der schon von sich aus wahr oder falsch ist. Eine Aussageform dagegen enthält eine Variable, und je nachdem, was man für diese Variable einsetzt, kann sich eine wahre oder eine falsche Aussage ergeben.

34/3
z. B.: „Die Gletscher schmelzen immer mehr ab.‘‘

34/4
Die Lampe leuchtet nur dann, wenn Schalter A und Schalter B betätigt werden.

34/5
falsch bzw. wahr

38/1
Distributivgesetz; Beweis mit Wahrheitstafeln:

A	B	C	$B \wedge C$	$A \vee (B \wedge C)$
w	w	w	w	w
w	w	f	f	w
w	f	w	f	w
w	f	f	f	w
f	w	w	w	w
f	w	f	f	f
f	f	w	f	f
f	f	f	f	f

A	B	C	$A \vee B$	$A \vee C$	$(A \vee B) \wedge (A \vee C)$
w	w	w	w	w	w
w	w	f	w	w	w
w	f	w	w	w	w
w	f	f	f	w	w
f	w	w	w	w	w
f	w	f	w	f	f
f	f	w	f	w	f
f	f	f	f	f	f

38/2

A	B	C	$A \vee B$	$(A \vee B) \vee C$
w	w	w	w	w
w	w	f	w	w
w	f	w	w	w
w	f	f	w	w
f	w	w	w	w
f	w	f	w	w
f	f	w	f	w
f	f	f	f	f

A	B	C	B∨C	A∨(B∨C)
w	W	w	w	w
w	W	f	f	w
w	F	w	w	w
w	F	f	f	w
f	W	w	w	w
f	W	f	w	w
f	F	w	w	w
f	F	f	f	f

1.2.5/1
a) Der Minister schlägt vor, die Lohnsteuer und die Einkommensteuer zu erhöhen.
b) Der Minister schlägt vor, die Lohnsteuer oder die Einkommensteuer zu erhöhen.
c) Der Minister schlägt vor, die Lohnsteuer nicht zu erhöhen.
bzw. Der Minister schlägt vor, die Einkommensteuer nicht zu erhöhen.
d) ???

1.2.5/2
L steht für „Licht ist an''; bei A und B stehen w und f für die beiden möglichen Positionen des Schalters
a)

A	B	L
w	W	w
w	F	f
f	W	f
f	F	w

b) $L = (A \wedge B) \vee (\bar{A} \wedge \bar{B})$

1.2.5/3
a)

R1	R2	R3	L1	L2	L3
w	w	w	w	w	w
w	w	f	f	w	w
w	f	w	f	w	w
w	f	f	w	f	f
f	w	w	f	w	w
f	w	f	w	f	f
f	f	w	w	f	f
f	f	f	f	f	f

b) $L1 = (R1 \wedge \overline{R2} \wedge \overline{R3}) \vee (\overline{R1} \wedge R2 \wedge \overline{R3}) \vee (\overline{R1} \wedge \overline{R2} \wedge R3)$

1.2.5/4
a) Der Spieler erhält eine zweiminütige und eine zehnminütige Strafe.
b) Der Spieler erhält eine zweiminütige oder eine zehnminütige Strafe.
c) Der Spieler erhält keine zweiminütige Strafe. bzw. Der Spieler erhält keine zehnminütige Strafe.

1.2.5/5
a) 5,50 €
b) 3,00 €

1.2.5/6
a) wahr (wenn E1 den Wert 0 hat, dann hat A1 nie den Wert 1); falsch (wenn E1 den Wert 1 hat, E2 den Wert 0, aber E3 auch den Wert 0, hat A1 den Wert 0; ebenso bei E1 = 0, E2 = 1, E3 = 0); wahr (wenn E1 und E2 den Wert 1 haben, dann hat A1 den Wert 1)

b) Wenn mindestens zwei der drei Schalter betätigt werden, fährt der Stempel der Presse aus.
c) Wenn es nur nötig wäre, dass einer der beiden Schalter betätigt wird, dann könnte dies auch versehentlich passieren – was bei offenem Schutzgitter ungünstig ist, denn dann könnte man ja gerade die Hand unter dem Stempel haben…

1.2.5/7

Die Angabe ist hier in sich widersprüchlich (und enthält mehrere Rechtschreibfehler…). Ich gehe mal davon aus, dass im zweiten Absatz gemeint ist: „Sowohl für den Fall, dass Schalter E1 betätigt wird und sich kein Objekt in der Lichtschranke befindet, als auch für den Fall, dass Schalter E2 betätigt wird und sich kein Objekt in der Lichtschranke befindet, …‘‘‘

E1	E2	LS	A1
w	w	w	f
w	w	f	w
w	f	w	f
w	f	f	w
f	w	w	f
f	w	f	w
f	f	w	f
f	f	f	f

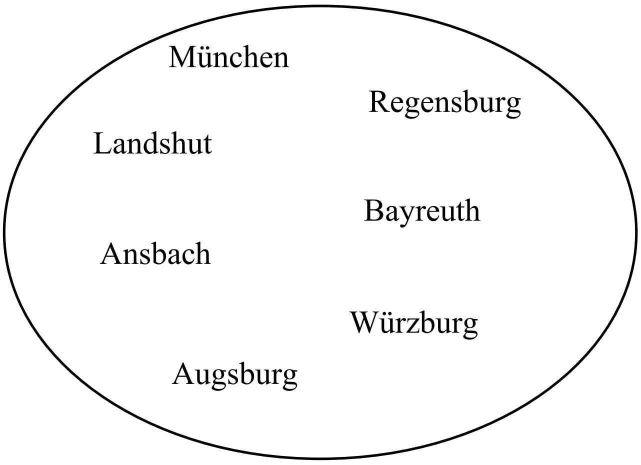
1.2.5/8

im zweiten Satz: Konjunktion (Feldspieler und Torwarte stehen sich gegenüber)
im dritten Satz: Konjunktion (Spiel ist schnell und körperbetont)
im vierten Satz: materielle Implikation (was zu … führt)
im sechsten Satz: materielle Implikationen (entsteht, wenn…; dafür…)
im siebten Satz: materielle Implikation (schießt… darf…)
im letzten Satz: Konjunktionen (Spieler, Trainer, Funktionäre und Zuschauer hatten Spaß)

I.2 Mengen

9/1
A = {Baden-Württemberg, Bayern, Berlin, Brandenburg, Bremen}

9/2



9/3
C = {Staat | gehört zu Europa}
Die beschreibende Form ist hier vorteilhaft, da es sehr viele solcher Staaten gibt. (47)

9/4
z. B. die Mengen aller natürlichen Zahlen, aller geraden Zahlen, aller ungeraden Zahlen, aller Primzahlen, aller Brüche, …… (diese sind jeweils unendlich groß, also kann man sie *nur* in beschreibender Form angeben)
Beispiele für unendlich große Mengen außerhalb der Mathematik zu finden, ist schwierig. Beispiele für Mengen, die so groß sind, dass nur die beschreibende Form *sinnvoll* ist: Menge aller Menschen auf der Erde; Menge aller Sandkörner auf der Erde; Menge aller Sterne im Universum; …

34/2
a) M_1 = {4; 5; 6; 7; 8; 9}
b) M_2 = {5}
c) M_3 = {0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11}

1.1.11/1
Diese „Menge‘‘ besteht nicht aus wohlunterschiedenen Objekten.

1.1.11/2
Die leere Menge ist diejenige Menge, die keine Elemente enthält.

1.1.11/3
A = {1; 2; 4; 5; 10; 20}
Das Venn-Diagramm sollte ja hier wohl jeder selbst hinbekommen!

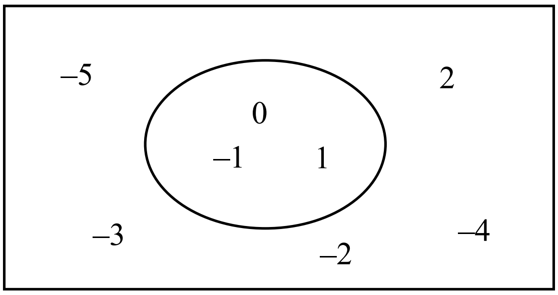
1.1.11/4
B = $\{x \in \mathbb{R} | 5 < x < 500\}$
Man kann B nicht in aufzählender Form angeben, weil es unendlich viele Elemente gibt. (Falls es hier um natürliche Zahlen geht: Dann sind es endlich viele Elemente, aber immer noch sehr viele, nämlich 494.)

1.1.11/6
M = {6; 7; 8; 9; 10; 11}

19oben/1
Wenn die beiden Mengen dieselben Elemente enthalten, dann haben sie offensichtlich auch dieselbe Anzahl an Elementen.

39/1
$\bar{A} = \{x | x \in G \wedge x \notin A\}$ *steht so ähnlich eigentlich schon in der Definition! (S. 19)*

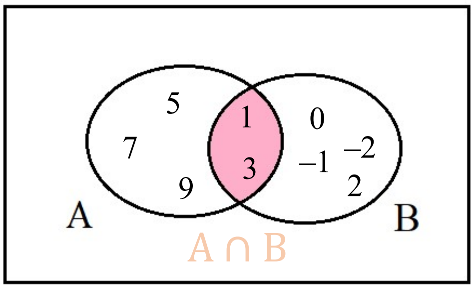
19unten/1
a) $\bar{A} = \{-5; -4; -3; -2; 2\}$
b)



c) $|G| = 8$; $|A| = 3$; $|\bar{A}| = 5$

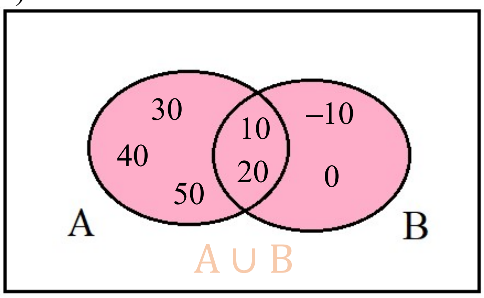
19unten/2
Die Ergänzungsmenge enthält nach Definition nur die Elemente, die nicht in der Menge selbst enthalten sind. Also können die Menge und ihre Ergänzungsmenge keine Elemente gemeinsam haben, sind also nach Definition disjunkt.

20
a) $A \cap B = \{1; 3\}$
b)



c) z. B. C = {0; 2; 5; 7}

21oben/1
a) $A \cup B = \{-10; 0; 10; 20; 30; 40; 50\}$
b)

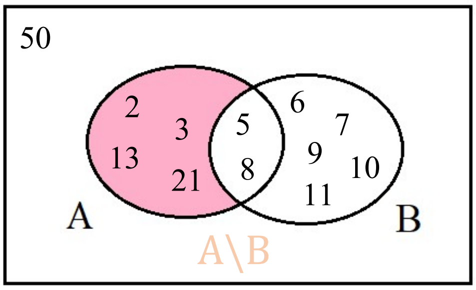


c) $|A \cup B| = 7$

21oben/2

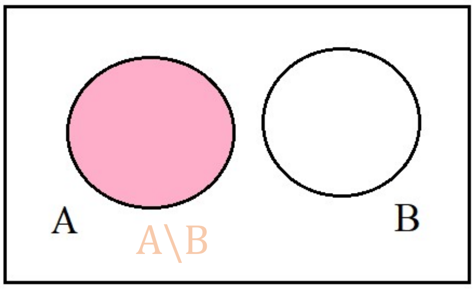
Da in der Aufgabe nicht steht, dass die Mengen unterschiedlich sein sollen, könnte man einfach A = B = {1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9} nehmen… Sinnvoller wäre aber z. B. so etwas wie A = {1; 2; 3; 4; 5} und B = {5; 6; 7; 8; 9}.

21unten/1
a) A\B = {2; 3; 13; 21}
b)



21unten/2
z. B. A = {0; 1}, B = {–1; 0}, dann ist A\B = {1} und B\A = {–1}
Beachte: Es gibt Ausnahmen! z. B. wenn A = B = {} ist, dann ist A\B = {} und B\A = {}

21unten/3
erst mal anschaulich: A\B bedeutet, dass man aus A alle Elemente herausnimmt, die zu B gehören. Wenn als Ergebnis wieder A herauskommt, dann bedeutet das, dass in A eben keine Elemente waren, die zu B gehört haben. Also haben A und B keine Elemente gemeinsam, sind also disjunkt.



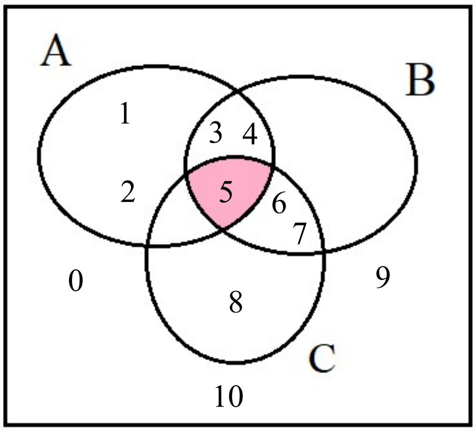
(Das Mengendiagramm veranschaulicht eigentlich eher die umgekehrte Aussage: Wenn A und B disjunkt sind, dann ist A\B = A.)

21unten/4
Die Aussage ist richtig.

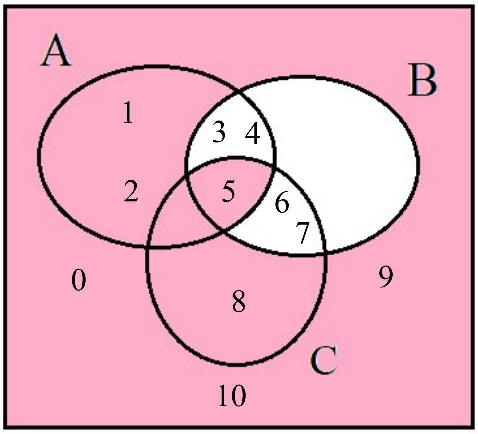
23/1
(K|F), (K|H), (K|M), (M|F), (M|H), (M|M), (S|F), (S|H), (S|M)

23/2
A×B = {(–1|a); (–1|b); (–1|c); (0|a); (0|b); (0|c); (1|a); (1|b); (1|c)}
|A×B| = 9

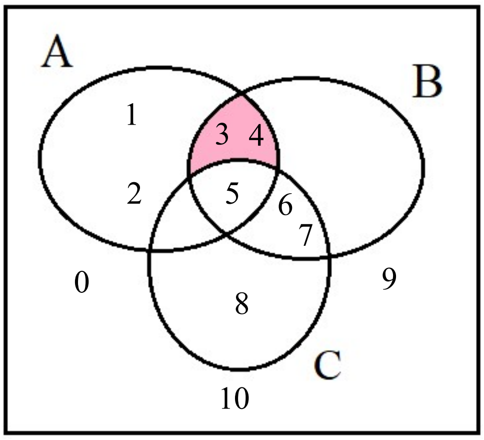
27/1



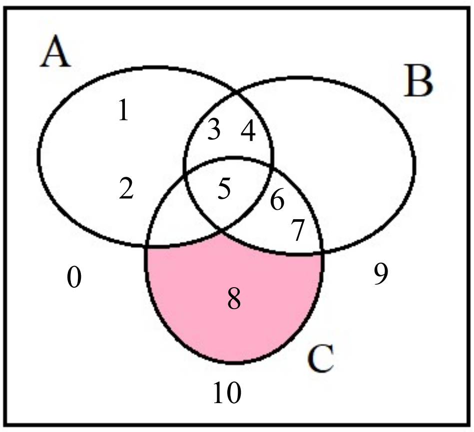
$M_1 = \{5\}$



$M_2 = \{0; 1; 2; 5; 8; 9; 10\}$

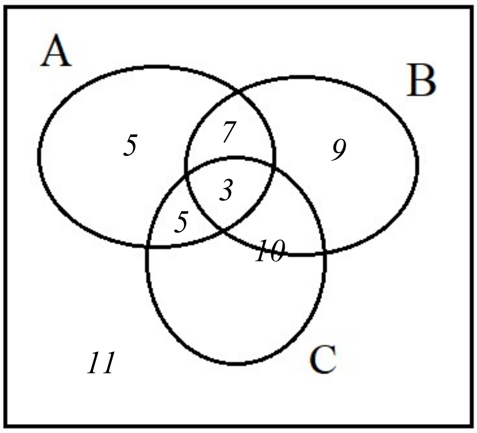


$M_3 = \{3; 4\}$



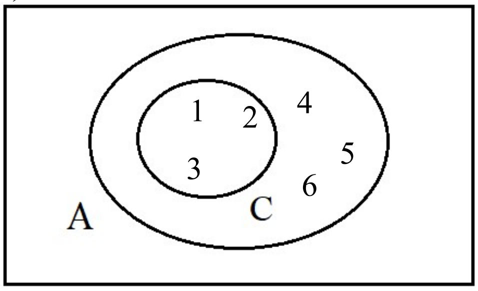
$M_4 = \{8\}$

27/2
A: Menge aller Person, die ein Smartphone besitzen
B: Menge aller Person, die ein Tablet besitzen
C: Menge aller Person, die einen Laptop besitzen
Vorsicht: Die Zahlen im Diagramm geben hier keine Elemente der Mengen an, sondern ihre Mächtigkeiten!



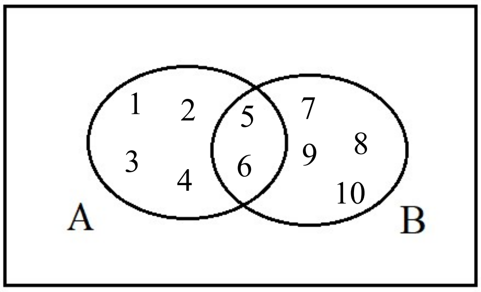
Wie sich die 10 Personen, die einen Laptop besitzen, auf diejenigen verteilen, die nur einen Laptop besitzen, und diejenigen, die ein Laptop und ein Tablet besitzen, ist unklar, für die Lösung der Aufgabe aber auch unwesentlich.
9 Personen besitzen nur ein Tablet, aber keinen Laptop und kein Smartphone.

1.1.11/7
a)



C ist eine Teilmenge von A, da alle Elemente von C auch in A enthalten sind.

b)



B ist keine Teilmenge von A, da es mehrere Elemente von B gibt (nämlich 7; 8; 9; 10), die nicht in A enthalten sind.

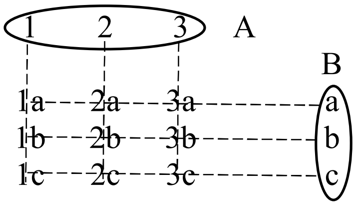
1.1.11/8
$\bar{F}$ = {Oberpfalz; Schwaben; Oberbayern; Niederbayern}

1.1.11/9
a) $A \cap B$ = {2; 4; 8}
b) $A \cup B$ = {1; 2; 4; 6; 8; 10; 16}

c) $A \backslash B = \{1; 16\}$

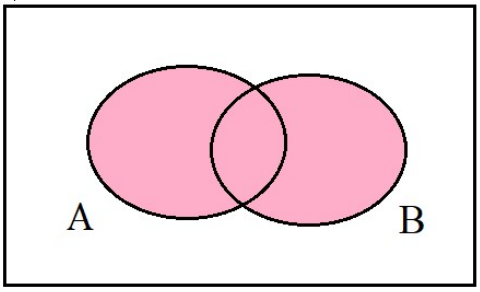
1.1.11/10

A×B = {(1|a); (1|b); (1|c); (2|a); (2|b); (2|c); (3|a); (3|b); (3|c)}



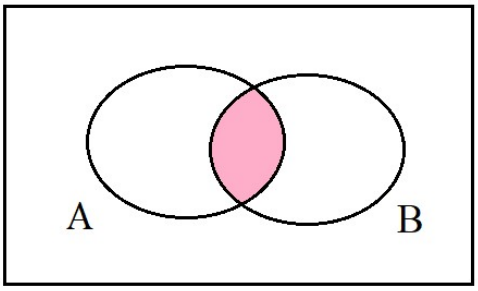
1.1.11/11

a)



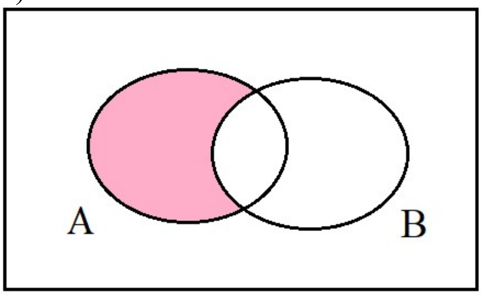
$D = \{-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$

b)



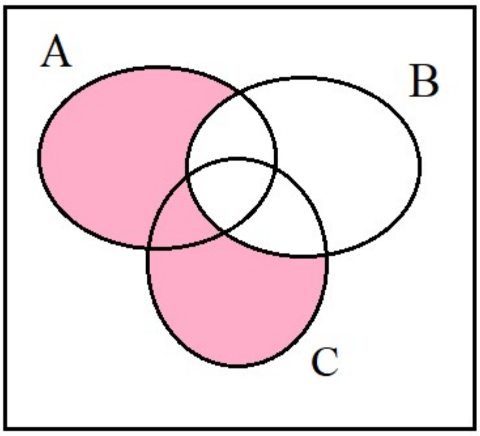
$D = \{1; 2; 3\}$

c)



$F = \{-2; -1; 0\}$

d)



$G = \{0\}$

1.1.11/12

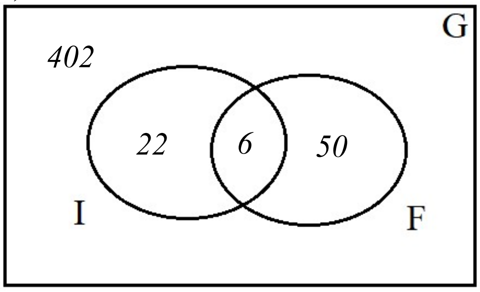
a) Vermutlich ist gemeint, dass E eine Teilmenge von L sein soll: Nur Länder, die in der EU sind, haben den Euro als Währung, allerdings haben nicht alle Länder der EU den Euro als Währung. Wenn man L und E vereinigt, erhält man also einfach wieder alle Länder der EU. (Das stimmt so aber eigentlich gar nicht: einige Kleinstaaten sind keine Mitglieder der EU, haben aber trotzdem den Euro als Währung! Also ist die Behauptung $L \cup E = L$ falsch!
https://de.wikipedia.org/wiki/Eurozone#Staaten_und_Gebiete_au%C3%9Ferhalb_der_EU,_die_den_Euro_als_W%C3%A4hrung_nutzen)

b) N = {Dänemark; Schweden; Polen; Tschechien; Kroatien; Ungarn; Bulgarien; Rumänien}
(nach https://www.bundesregierung.de/breg-de/themen/euro/wirtschafts-und-waehrungsunion/der-euro ; Großbrittanien gehört ja inzwischen nicht mehr zur EU)

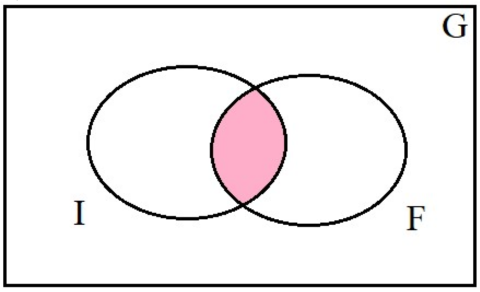
c) T beinhaltet die Länder, die nicht in der EU sind, aber trotzdem den Euro als Währung haben. Wenn die Behauptung in (a) richtig wäre, dann würde es keine solchen Länder geben, also wäre T die leere Menge. (Die Behauptung in (a) ist aber falsch, siehe oben; zu T gehören Kleinstaaten wie z. B. Andorra.)

1.1.11/13

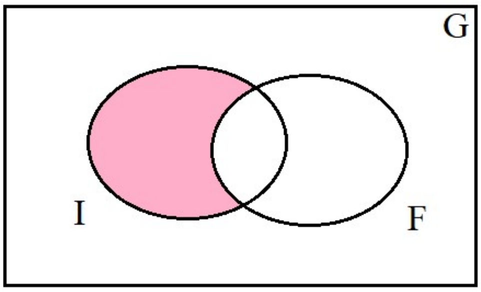
a)



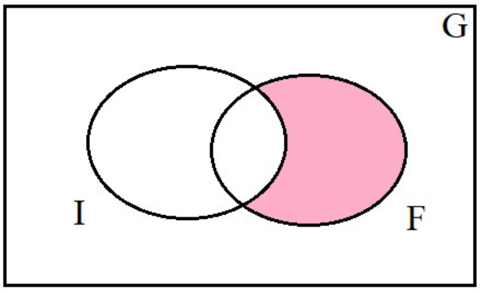
b)



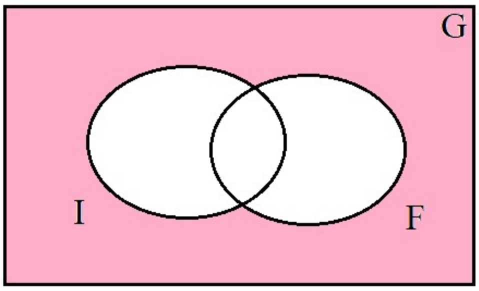
M_1: Schüler, die an beiden Austauschprogrammen teilnehmen; $|M_1| = 6$



M_2: Schüler, die nur am Austausch mit Italien teilnehmen; $|M_2| = 22$



M_3: Schüler, die nur am Austausch mit Frankreich teilnehmen; $|M_3| = 50$



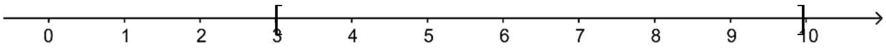
M_4: Schüler, die an keinem Austauschprogramm teilnehmen; $|M_4| = 402$

1.1.11/14
a) richtig (die Grundmenge hat die Mächtigkeit 312; 29 Mitglieder, also weniger als 10% dieser 312 Mitglieder, betreiben keine der drei Sportarten)
b) richtig (die Mächtigkeit der Menge F ist nur 31, kleiner als die Mächtigkeiten der Mengen T und K)
c) falsch (die Mächtigkeit von $K \cup T$ ist 259, das sind weniger als 85% von 312)
d) falsch (die Mengen K und F sind sogar disjunkt, es gibt also überhaupt niemand, der beide Sportarten betreibt)
e) halb richtig (die Mächtigkeit von K ist zwar 200, das ist aber nicht doppelt so groß wie 116, die Mächtigkeit von T)
f) falsch (die jährlichen Einnahmen steigen nur um $283 \cdot 12 \cdot 1\ € + 29 \cdot 12 \cdot 0{,}5\ € = 3570\ €$)

I.3 Grundlegende Zahlenmengen

12/1
a) a > b
b) $a \geq b$
c) a < b

12/2
I = {3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10}



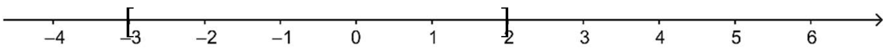
12/3 Beim ersten Intervall gehört die Zahl 10 mit dazu, beim zweiten Intervall nicht.

12/4
Jedes Intervall ist eine Menge, aber nicht jede Menge ist ein Intervall – denn erstens gibt es ja auch Mengen, die keine (natürlichen) Zahlen enthalten, und zweitens ist sogar nicht jede Menge von (natürlichen) Zahlen ein Intervall (Gegenbeispiel: {0;2}).

13/1 z. B. –1; –2; –3

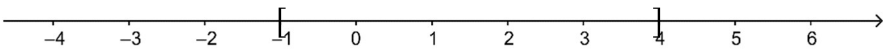
13/2 –2 bzw. 4

13/3
I = {–3; –2; –1; 0; 1; 2}



13/4 Die Zahl –4 hat auf dem Zahlenstrahl den Abstand 4 zur Zahl 0.

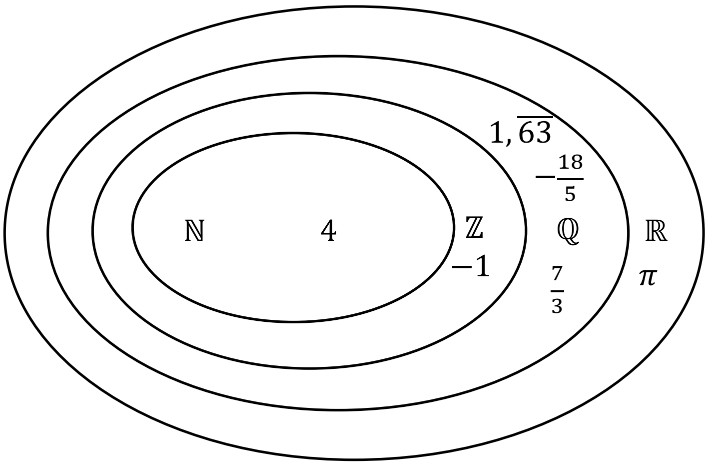
16/1
I = $\{x \in \mathbb{Q} | -1 \leq x \leq 4\}$



16/4
Die Zahl gehört zu beiden der Mengen. (siehe auch das Mengendiagramm auf S. 15)

17oben/1
Eine rationale Zahl kann man als Bruch schreiben, eine irrationale Zahl nicht. Alternativ: Eine rationale Zahl kann man als (abbrechende oder) periodische Dezimalzahl schreiben, eine irrationale Zahl nicht.

17oben/2



17unten/1
$\mathbb{Q}$ enthält alle rationalen Zahlen (alle Brüche), $\mathbb{Q}^-$ enthält nur diejenigen rationalen Zahlen, die kleiner als 0 sind (alle negativen Brüche).

17unten/2
Nach DIN ist diese Aussage falsch, da $\mathbb{Z}^+$ nur die positiven ganzen Zahlen enthält, aber $\mathbb{N}$ zusätzlich auch die 0 enthält. Nach anderen Mathebüchern, die nicht nach DIN gehen, bei denen die 0 also keine natürliche Zahl ist, wäre die Aussage richtig.

17unten/3
$\mathbb{R}_0$ und $\mathbb{R}$ sind identisch, da die 0 sowieso schon in der Menge der reellen Zahlen enthalten ist.

19oben/2
Beide Mengen haben das Element 0 gemeinsam.

1.1.11/5
Die Aussage ist richtig, da 1,2 eine abbrechende Dezimalzahl ist, aber man $\sqrt{2}$ nicht als abbrechende Dezimalzahl schreiben kann.

I.4 Grundlegende Rechengesetze

42

$98 + 4 + 46 + 2 = 98 + (4 + 46) + 2$ (Assoziativgesetz)
$= 98 + 50 + 2$
$= 98 + (50 + 2)$ (Assoziativgesetz)
$= 98 + (2 + 50)$ (Kommutativgesetz)
$= (98 + 2) + 50$ (Kommutativgesetz)
$= 100 + 50 = 150$

49/1

$5 \cdot 17 \cdot 2 = 5 \cdot (17 \cdot 2)$ (Assoziativgesetz)
$= 5 \cdot (2 \cdot 17)$ (Kommutativgesetz)
$= (5 \cdot 2) \cdot 17$ (Assoziativgesetz)
$= 10 \cdot 17 = 170$

49/2

0, denn irgendetwas mal 0 ergibt immer 0

57/1

a) Differenz b) Summe
c) Produkt d) Differenz

58/1

a) $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$ b) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$ c) $2 \cdot 11 \cdot 13$

58/2

ja

61

a) 4 b) 4 c) 4

62/1

a) 78 b) 150 c) 13 860

62/2

z. B. 5 und 12

63/4

a) $2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$ b) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7$ c) $5 \cdot 7 \cdot 11$ d) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$

63/5

a) Differenz b) Summe
c) Produkt d) Differenz

63/6

a) 3 b) 1 c) 5

63/7

a) 126 b) 60 c) 3564

I.5 Rechnen mit ganzen Zahlen

54/1

a) 2^3 b) $(-3)^3$

54/2

Minus mal Minus mal Minus mal Minus mal Minus ergibt insgesamt Minus

83/1

siehe das erste Beispiel zu 1.4.10.1 auf Seite 82 unten, oder das zweite Beispiel im grauen Kasten direkt über den Aufgaben

83/2

a) 64 b) –16 c) 16

83/3

-1^4 ist der kleinste Wert, denn dies ist die einzige negative Zahl

83/4

z. B. 5^1 oder 4^2

I.6 Rechnen mit Dezimalbrüchen

I.7 Rechnen mit Brüchen

16/2
Ein Scheinbruch ist ein Bruch, der eine ganze Zahl darstellt. Ein Stammbruch ist ein Bruch, dessen Zähler (bzw. eigentlich allgemeiner: dessen Zählerbetrag) gleich 1 ist. (Es gibt genau zwei Brüche, die gleichzeitig Scheinbrüche und Stammbrüche sind, nämlich $\frac{1}{1}$ und $-\frac{1}{1}$.)

16/3
z. B. $\frac{4}{3}, -\frac{5}{4}, \frac{8}{5}$

65 $\frac{7}{1}$; $\frac{1}{7}$; z. B. $\frac{5}{5}$; $\frac{0}{-3}$

78/1
a) $\frac{35}{8}$ b) $-\frac{7}{6}$ c) $\frac{5}{12}$ d) $\frac{3}{8}$

78f/2
b) falsch; das Minuszeichen kann man nicht einfach weglassen! richtig ist $= -\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{1} = -\frac{3}{2}$

79/3
a) $-\frac{1}{4}$

1.4.12/5
a) $\frac{1}{6}$ b) $-\frac{2}{3}$
c) $\frac{11}{36}$
e) 1 f) $-\frac{3}{2}$
g) $-\frac{1}{6}$

80/1
a) $\frac{1}{7}$ b) $-\frac{4}{3}$ c) $\frac{9}{50}$ d) $-\frac{1}{10}$ e) $\frac{56}{3}$
g) $\frac{32}{13}$ h) $-\frac{21}{50}$ i) $-\frac{7}{11}$

1.4.12/7
a) $\frac{3}{8}$ b) 6 c) $-\frac{5}{21}$ d) $\frac{11}{9}$

82/1
Es sind die Brüche (b) und (e), denn $0{,}24 = \frac{24}{100} = \frac{6}{25}$.

82/2
a) $\frac{5}{4}$ b) $\frac{7}{5}$ c) $\frac{1}{500}$

82/3
a) $\frac{1}{9}$ b) $\frac{8}{11}$ c) $\frac{1}{45}$

68/1
a) $\frac{4}{7}$ f) $\frac{1}{3}$

1.4.12/1

a) $\frac{5}{6}$

b) $\frac{5}{8}$

c) $\frac{3}{2}$

69/1

$\frac{15}{30}, \frac{50}{30}, -\frac{12}{30}$

69/2

$\frac{2}{2}, \frac{4}{4}, \frac{10}{10}$

69/3

$\frac{-5}{-2}, \frac{-7}{-4}, -\frac{-10}{-3}$

71/1

$-\frac{4}{5} < -\frac{1}{5} < \frac{3}{4} < \frac{4}{5} < \frac{8}{5}$

71/2

a) $\frac{10}{20} < \frac{24}{20} < \frac{25}{20}$, also $\frac{1}{2} < \frac{6}{5} < \frac{5}{4}$

b) $\frac{28}{126} < \frac{48}{126} < \frac{77}{126}$, also $\frac{2}{9} < \frac{8}{21} < \frac{11}{18}$

c) $\frac{16}{24} < \frac{21}{24} < \frac{22}{24}$, also $\frac{2}{3} < \frac{7}{8} < \frac{11}{12}$

71/3

$\frac{9}{4} < \frac{7}{3} < \frac{5}{2} < \frac{13}{5}$

71/4

Die Aussage ist falsch, weil $\frac{21}{48} < \frac{20}{48}$ falsch ist.

75/1

a) 80
b) 60
c) 84
d) 12
e) 150
f) 252

75/2

1260 = 2 · 2 · 3 · 3 · 5 · 7; 36 = 2 · 2 · 3 · 3; 14 = 2 · 7

a) Der Hauptnenner 1260 enthält genau einmal den Primfaktor 5, die beiden anderen Nenner 36 und 14 enthalten ihn dagegen überhaupt nicht.

b) Ja, denn das ergibt dann den Hauptnenner 1260.

c) Der Nenner des dritten Bruchs muss also den Primfaktor 5 haben (siehe (a)), von den anderen Primfaktoren von 1260 kann er beliebig viel haben. Möglich wären also z. B. $2 \cdot 5 = 10$ oder $= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 180$.

75/3

Das ist zwar manchmal einfacher, aber nicht immer. Wenn man beispielsweise die Nenner 246 und 369 hat, dann wäre es extrem umständlich, beide zu multiplizieren. Viel einfacher ist in diesem Fall eine Primfaktorzerlegung, die zeigt, dass der kleinste mögliche Hauptnenner 738 ist (das dreifache des ersten bzw. das doppelte des zweiten Nenners).

1.4.12/3

a) $\frac{25}{60}, \frac{8}{60}$

b) $\frac{40}{108}, \frac{30}{108}$

c) $\frac{80}{420}, \frac{72}{420}, \frac{15}{420}$

d) $\frac{105}{1960}, \frac{84}{1960}, \frac{140}{1960}$

72/1 *vermutlich Tippfehler in (a); gemeint: 3/4*

a) $\frac{1}{4}$ b) 1

75/4

a) $\frac{9}{10}$ b) $\frac{5}{3}$ c) $\frac{17}{70}$

d) $\frac{5}{28}$ e) $-\frac{29}{36}$ f) $\frac{53}{28}$

76/5

a) alles richtig

b) Damit man die 2 zu dem Bruch $\frac{5}{3}$ addieren kann, muss aus ihr ebenfalls ein Bruch mit dem Nenner 3 gemacht werden. Der Hauptnenner von $\frac{3}{2}$ und $\frac{11}{3}$ ist 6, und wenn man $\frac{11}{3}$ mit 2 erweitert, erhält man $\frac{22}{6}$. Der Hauptnenner von $\frac{8}{9}$ und $\frac{13}{6}$ ist 18, weil $9 = 3 \cdot 3$ und $6 = 2 \cdot 3$ ist.

1.4.12/2

a) 2 b) $-\frac{1}{3}$

c) $-\frac{1}{4}$ d) –2

1.4.12/4

a) $\frac{29}{48}$ b) $\frac{13}{36}$

c) $\frac{19}{150}$ d) $-\frac{77}{108}$

g) $\frac{1}{12}$

1.4.12/12

a) In den Tanks befinden sich insgesamt 4500 ℓ.

b) Es wurde $\frac{1}{4}$ des Heizöls verbraucht.

c) Die Familie muss 4500 ℓ bestellen.

d) Am Ende des Winters ist noch $\frac{1}{4}$ übrig.

e) *Viel Spaß beim Zeichnen. Das Heizöl reicht in allen Tanks jeweils bis zum untersten Strich.*

f) *siehe z. B. hier: https://www.leifiphysik.de/mechanik/druck-und-auftrieb/versuche/kommunizierende-roehren*

1.4.12/13

a) Nach dem Auffüllen befinden sich $\frac{17}{12}$ ℓ im Behälter.

b) Aus der Flasche müssen $\frac{19}{24}$ entnommen werden,

c) Im Behälter sind dann $\frac{6}{7}$ ℓ.

1.4.12/14

Die Schnur ist 12 m lang.

1.4.12/15

a) Im Jahre 1950 betrug der Anteil von Europa $\frac{7}{30}$, im Jahre 2016 $\frac{12}{67}$.

b) Es landen 16,1 bis 32,2 Millionen Tonnen im Meer.

c) Der Sprecher hat keine Ahnung von Bruchrechnung, denn $\frac{1}{6}$ bis $\frac{1}{5}$ wären ja viel mehr als $\frac{1}{20}$ bis $\frac{1}{10}$!

d) *Viel Spaß beim Zeichnen. Wenn der komplette Kreis die Weltproduktion darstellt, dann muss der Kreissektor für Europa einen Winkel von 79,2° haben.*

e) *Viel Spaß.*

1.4.12/16

a) Bis dort sind ca. $\frac{3}{4}$ der Gesamtstrecke zurückgelegt, es fehlt also noch $\frac{1}{4}$ der Gesamtstrecke, da $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ ist. Also sind noch etwa $\frac{1}{4}$ von 2 Std. 7 Min. zu fahren, also etwa 32 Minuten. (falls die Durchschnitts-Geschwindigkeit gleich bleibt…)

b) $\frac{53}{193}$

<u>I.8 Die Potenzgesetze</u>

84/1
a) 2^{13}

86/2
256 bzw. 64

88
selbe Rechnung wie am Anfang von 1.4.10.7, nur überall die 3 durch eine 10 ersetzen; statt der Potenz 4 könnte man auch eine beliebige andere natürliche Zahl verwenden

1.4.12/8
a) 4^{11} e) 3^4 j) 2^9

<u>I.9 Potenzen mit negativen Exponenten</u>

89/1

a) $\frac{1}{4^3}$ b) $\frac{1}{10^2}$

e) 2^2 f) 2^1 g) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$

89/2

a) 3^{-4} b) 10^{-2} c) 4^{-2} d) 12^{-2}

89/3

$0{,}05 = 5 \cdot 0{,}01 = 5 \cdot \frac{1}{100} = 5 \cdot 10^{-2}$

I.10 Rechnen mit Quadratwurzeln

1.6.6/13
$\frac{\sqrt{2}}{4} + 3$; der Wert liegt zwischen 3 und 4 (genauer: zwischen 3,25 und 3,5)

105/1
a) $8\sqrt{2}$ b) 0
c) $3\sqrt{7}$

105/2
$5\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = (5 - 5) \cdot \sqrt{2} = 0 \cdot \sqrt{2} = 0$
bzw.: Eine Zahl minus sich selbst ergibt doch sowieso immer Null!

1.5.4/3
a) $3\sqrt{10}$ b) $\frac{3}{2}\sqrt{2} - \frac{1}{8}\sqrt{5}$
c) $-\frac{1}{2}\sqrt{3} - \frac{5}{6}\sqrt{5}$

107/1
a) $35\sqrt{30}$
b) $-\frac{1}{5}\sqrt{30}$

109/1
a) $\sqrt{4} = 2$ b) $\sqrt{27}$

1.5.4/4
a) $\sqrt{6}$ b) 20

1.5.4/7
a) $\sqrt{3}$ b) $\sqrt{3}$

107/2
a) $\sqrt{8}$ b) $\sqrt{75}$ f) $\sqrt{2}$

107/3
a) $2\sqrt{3}$ b) $4\sqrt{3}$

1.5.4/5 a) $\sqrt{32}$

1.5.4/6
a) $2\sqrt{6}$ b) $5\sqrt{3}$

129/2
$-2\sqrt{2} + 4$; Wert liegt zwischen 1 und 2

109/2
a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ b) $\frac{6\sqrt{5}}{5}$

109/3
a) $\frac{5(5-\sqrt{2})}{3}$ b) $\sqrt{3} + \sqrt{7}$

1.5.4/8

a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ b) $\frac{3\sqrt{5}}{20}$

1.5.4/9

a) $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$

b) $\sqrt{5}+\sqrt{7}$

1.5.4/14

a) kürzere Seite: etwa 21 cm lang ➔ Die längere Seite sollte etwa 29,7 cm lang sein.
b) DIN A3: kürzere Seite ist etwa $21\sqrt{2}$ cm lang, längere Seite also $21\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}$ cm = 42 cm
➔ DIN A3 hat etwa den Flächeninhalt $882\sqrt{2}$ cm^2, DIN A4 hat $441\sqrt{2}$ cm^2
(könnte man auch allgemein mit einer Variablen rechnen, z. B. x, statt 21 cm…)
c) längere Seite: etwa 21 cm; kürzere Seite: etwa 14,8 cm
d) kürzere Seite: etwa 84 cm; längere Seite: etwa 118,8 cm
experimentelle Überprüfung: ??? evtl. DIN A4-Blätter passend zusammenlegen?

1.5.4/15

a) Die Spitzenspannung beträgt etwa 325 V; passt zu Bild 1.
b) Die gesteigerte Effektivspannung beträgt etwa 398 V; damit werden Elektroherde betrieben.

I.11 Allgemeine Potenzen

104/1
a) $\sqrt{7^7}$ b) $\sqrt[3]{2^4}$ c) $\sqrt[5]{10}$

104/2
a) $7^{5/4}$ b) 8 c) $10^{3/2}$

1.5.4/1
a) $\sqrt{10}$ b) $\sqrt[3]{12}$ c) $\sqrt[5]{2^3}$

1.5.4/2
a) $2^{3/2}$ b) $3^{7/4}$ c) $10^{1/3}$

1.5.4/10
a) $\sqrt[3]{8} = 2$

1.5.4/erste Aufgabe 12
z. B. ist $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{2} \approx 1{,}26$, aber $\sqrt[7]{2} \approx 1{,}10$

1.5.4/zweite Aufgabe 12
alles richtig

1.5.4/13
- teilweise radizieren: $\sqrt{18} = \sqrt{9 \cdot 2} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$
- Multiplikation von Potenzen mit gleicher Basis
- Beim Potenzieren von Potenzen werden die Exponenten multipliziert.

133/1
$4 \in \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$
$-3 \in \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$
$\frac{1}{2}; 1{,}23; 1{,}\overline{2} \ \in \mathbb{Q}, \mathbb{R}$
$\sqrt{2} \in \mathbb{R}$

133/2
Das Symbol $\vee$ muss eingesetzt werden, denn dann ergibt sich nach Anwendung des Assoziativgesetzes insgesamt die Aussage $(A \vee \bar{A}) \vee (B \vee C)$. Die Aussage $A \vee \bar{A}$ ist aber immer wahr (entweder A oder $\bar{A}$ muss ja wahr sein), also ist die gesamte Aussage auch immer wahr.

133/3
$-\frac{59}{60}$

133/5
$2\sqrt{2} - 2$