II.1 Die Strahlensätze

419
a) Die Skizze kann sowohl für den 1. als auch für den 2. Strahlensatz verwendet werden.
b) $\frac{e}{f} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

421/1
a) 2. Strahlensatz; die Höhe des Baumes minus der Augenhöhe Z ist gleich der Entfernung vom Auge zum Baum (Verhältnis 1:1)
b) Wenn das Dreieck die Höhe h und die Länge l hat, die Objekthöhe H, die Augenhöhe a und die Entfernung zum Baum d ist, dann gilt: $H = \frac{h}{l} \cdot d + a$
c) Man könnte ein Lot am Geodreieck anbringen; der Faden des Lots muss dann parallel zur senkrechten Seite des Geodreiecks sein. Zweite Möglichkeit: ? *(Die Frage hat nichts mit Mathematik zu tun…)*
d) Die Gegenkathete muss länger sein als die Ankathete.

421/2
Der Baum ist 24,65 m hoch.

431/1
Länge eines Schritts in Metern messen, mit 40 multiplizieren, 0,75 m dazu addieren

431/2
siehe 421/2c

431/3
Ja, wieso sollte das nicht möglich sein?! Geht genauso wie beim Baum oder Maibaum.

6.3/1
Der Mast ist 33 m hoch.

6.3/2
a) 1. Strahlensatz
b) a = 40

6.3/3
a) 2. Strahlensatz
b) Die Deckenbalken müssen 4,08 m lang sein.

6.3/4
a) 2. Strahlensatz
b) *Ich wüsste nicht, wie es anders gehen soll… um den 1. Strahlensatz zu verwenden, müsste man schon die Länge einer Strecke kennen, die quer über den Fluss geht.*
c) Der Fluss ist 65 m breit.

6.3/5
a) 2. Strahlensatz
b) Der Mast ist 10,625 m hoch. *unterschiedliche Weisen: ?*

6.3/6
a) 2. Strahlensatz……
b) $h = \frac{b}{l} \cdot e$; dies ist aber nicht (wie der Aufgabentext behauptet) die Höhe des Baumes! Um die Höhe des Baumes zu berechnen, muss man zu diesem h noch die Augenhöhe a addieren.

II.2 Vielecke und Flächenmaße

423/1

a) Die Seitenwände haben insgesamt einen Flächeninhalt von 45 m^2, die Decke 20 m^2.

b) Die benötigte Tapetenfläche ist 41,88 m^2.

6.3/9

a) 28

b) 14

c) *Weder Umfang noch Fläche kann berechnet werden, da keinerlei Angaben über die Seitenlängen gemacht werden!*

6.3/18

a) $D_A =]0; 7{,}5[$ (a in cm)

b) $A(a) = -2a^2 + 15a$

c) Der Flächeninhalt wird maximal für a = 3,75 cm, nämlich 28,125 cm^2,

6.3/19

a) $D_A =]0; 8[$ (a in m)

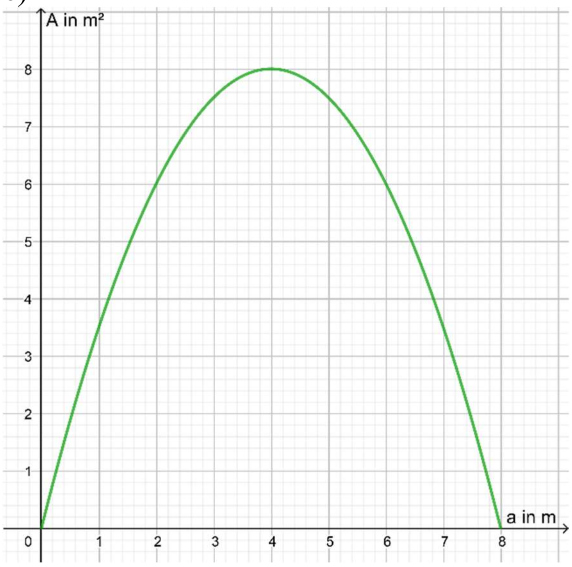
b) $y = -\frac{1}{2}x + 4$

c) Die Länge ist a; die Breite erhält man, indem man x = a in die Geradengleichung einsetzt: $-\frac{1}{2}a + 4$

➔ $A = a \cdot \left(-\frac{1}{2}a + 4\right) = -\frac{1}{2}a^2 + 4a$

d) Der Flächeninhalt wird maximal für a = 4, nämlich 8 m^2.

e)



6.3/21

a) *? Ist doch im Bild schon vorgegeben?*

b) $A(a) = -\frac{1}{2}a^2 + a + 40; \quad D_A = [0; 4]$

c) Der Flächeninhalt wird am größten für a = 1, nämlich 40,5.

d) Der Abfall beträgt etwa 27,7%.

II.3 Kreise

410/1

a) $\frac{\pi}{10} \approx 0{,}314$ b) $\frac{7\pi}{9} \approx 2{,}44$ c) $\frac{16}{9} \approx 5{,}59$

410/2

a) $\approx 45{,}84°$ b) $\approx 91{,}67°$ c) $\approx 137{,}51°$

410/3
$\approx 57{,}30°$

410/4
Skizze: viel Spaß.
$\frac{8\pi}{3}$ cm $\approx 8{,}38$ cm; $\frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0{,}8660$; $\frac{1}{2}$

5.3/11

α	73°	85,94°	22,67°	126,99°	68,84°
x in rad	1,25	1,5	0,396	2,22	1,20
sin α	0,9563	0,9975	0,3854	0,7987	0,9326
cos α	0,2924	0,0707	0,9227	–0,6017	0,3610
tan α	3,2709	14,1014	0,4177	–1,3274	2,583

6.3/8
a) *Annahme: Maße in Millimeter!*
Es werden etwa 23,9 dm^2 Blech benötigt.
b) Der Abfall beträgt etwa 39,8%.

II.4 Zusammengesetzte Figuren

423/2
a) Der Flächeninhalt beträgt 4500 mm^2.
b) Der Umfang beträgt 360 mm.
c) Der Abfall beträgt 55%.

423/3
a) Das Rechteck muss mindestens die Maße 340 mal 365 haben, also einen Flächeninhalt von 124 100.
b) Die Abdeckfläche ist etwa 53 414, der Umfang ist etwa 1281.

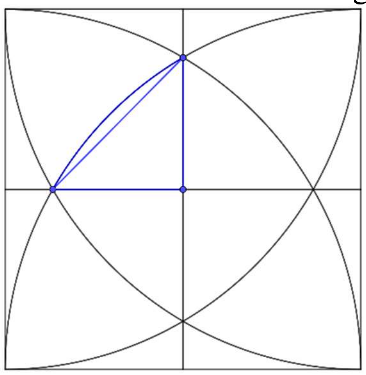
430/1
a) $A = 4b - \left(\frac{3}{8} + \frac{\pi}{4}\right) b^2$
b) Der Flächeninhalt ist maximal, nämlich $\frac{32}{3+2\pi}\,\mathrm{m}^2 \approx 3{,}45\ \mathrm{m}^2$, bei einer Breite von $\frac{16}{3+2\pi}\,\mathrm{m} \approx 1{,}72\ \mathrm{m}$ und einer Länge von $\approx 2{,}46$ m.

5.3/18
Man muss voraussetzen, dass innen in der Öffnung ein Halbkreis ist und am rechten Ende auch zwei (gleich große) Kreisbögen!
$x \approx 84{,}9$

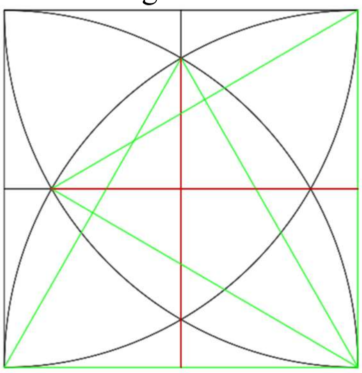
6.3/7
a) Trapez und Halbkreis
b) Es werden etwa 30,5 m^2 Teppichboden benötigt.

6.3/10
a) Quadrat zeichnen, von jedem Eckpunkt aus jeweils einen Viertelkreis abtragen, dessen Radius gleich der Seitenlänge des Quadrats ist
b) Am besten teilt man sich die Fläche zunächst in vier gleich Teilflächen auf, indem man das Quadrat durch je eine senkrechte und eine waagrechte Mittellinie insgesamt viertelt. Jede Teilfläche besteht dann

jeweils aus einem gleichschenklig-rechtwinkligen Dreieck und einem Kreissegment, im Bild unten beispielhaft für das Viertel links oben gezeigt (blau markiert):



Als nächstes verbindet man je einen Schnittpunkt der Viertelkreise mit jeweils den gegenüberliegenden Eckpunkten des Quadrats; es entstehen gleichseitige Dreiecke (grün, der Übersichtlichkeit halber nur zwei gezeigt) der Seitenlänge 1:



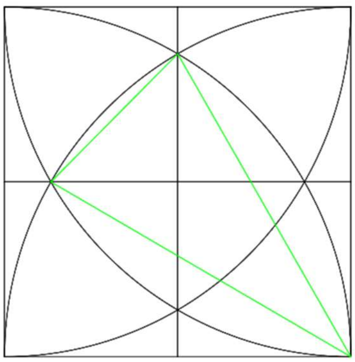
Die Höhen in diesen Dreiecken (rot) haben also die Länge $\frac{\sqrt{3}}{2}$, vgl. Aufgabe 412/2, und damit haben die Schenkel des oben gezeigten blauen Dreiecks die Länge $\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}$. Also ist der Flächeninhalt dieses Dreiecks:

$$A_{blaues\ Dreieck} = \frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}\right) = \cdots = \frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{4}$$

Da man in jedem gleichseitigen Dreieck Innenwinkel von 60° hat, kann man außerdem folgern, dass der Winkel des blauen Kreisbogens von oben genau 30° ist. Der zugehörige Kreissektor hat also den Flächeninhalt

$$A_{Kreissektor} = \frac{30°}{360°}\cdot\pi\cdot 1^2 = \frac{\pi}{12}$$

Zuletzt muss man noch den Flächeninhalt des grünen Dreiecks ausrechnen:



Dieses ist gleichschenklig, wobei die Schenkel die Länge 1 haben, und hat an der Spitze den Winkel 30°. Dafür kann man z. B. zunächst die Höhe und die Grundseite ausrechnen mithilfe von cos bzw. sin. Am Schluss ergibt sich:

$$A_{grünes\ Dreieck} = \frac{1}{4}$$

Der Flächeninhalt des blauen Kreissegments ist die Differenz aus dem Flächeninhalt des Kreissektors und dieses grünen Dreiecks, also:

$$A_{Kreissegment} = \frac{\pi}{12} - \frac{1}{4}$$

Und schließlich ist der gesamte gesuchte Flächeninhalt gleich viermal dem Inhalt eines solchen Kreissegments plus des Inhalts eines blauen Dreiecks,

$$A = 4 \cdot \left(\frac{\pi}{12} - \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) = \frac{\pi}{3} + 1 - \sqrt{3}$$

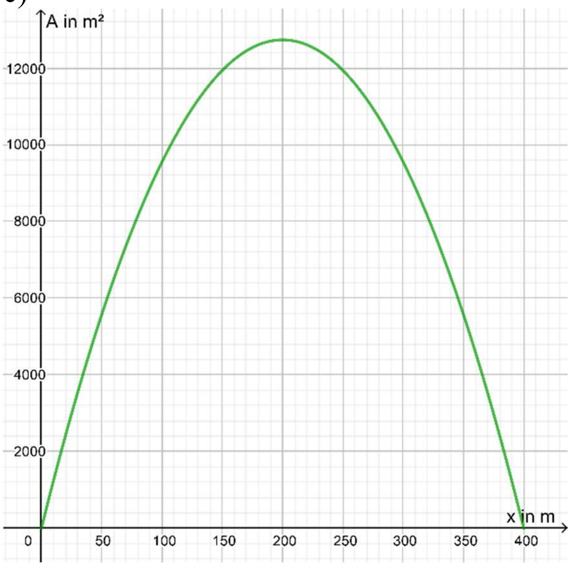
Wenn jemand eine einfachere Lösung kennt, bitte Bescheid sagen!

6.3/20

a) x minimal: Das Rechteck hat keine Länge, verschwindet also, das Spielfeld besteht also nur noch aus den zwei Halbkreisen. r minimal: Das Rechteck hat keine Breite, damit verschwinden auch die Halbkreise, das Spielfeld ist also nur noch ein Strich.

b) $A(x) = \frac{400x \quad ^{2}}{\pi}$

c)



Die Spielfeldfläche wird maximal für $x = 200$ (m), nämlich etwa 12 732 m^2.

II.5 Polyeder und Volumenmaße

430/2

Die Höhe ist entweder 1,5 m (für x = 5 m) oder 2,5 m (für x = 3 m). Beides klingt nicht nach sinnvollen Maßen für den Raum…

6.3/12

a) Das Volumen ist 30 000 cm^3, die Oberfläche 7200 cm^2.

b) Man braucht noch 25 Würfel.

6.3/17 a) $O(a) = 6a^2 - 2$ b) $a = \sqrt{\frac{55}{3}} \approx 4{,}28$

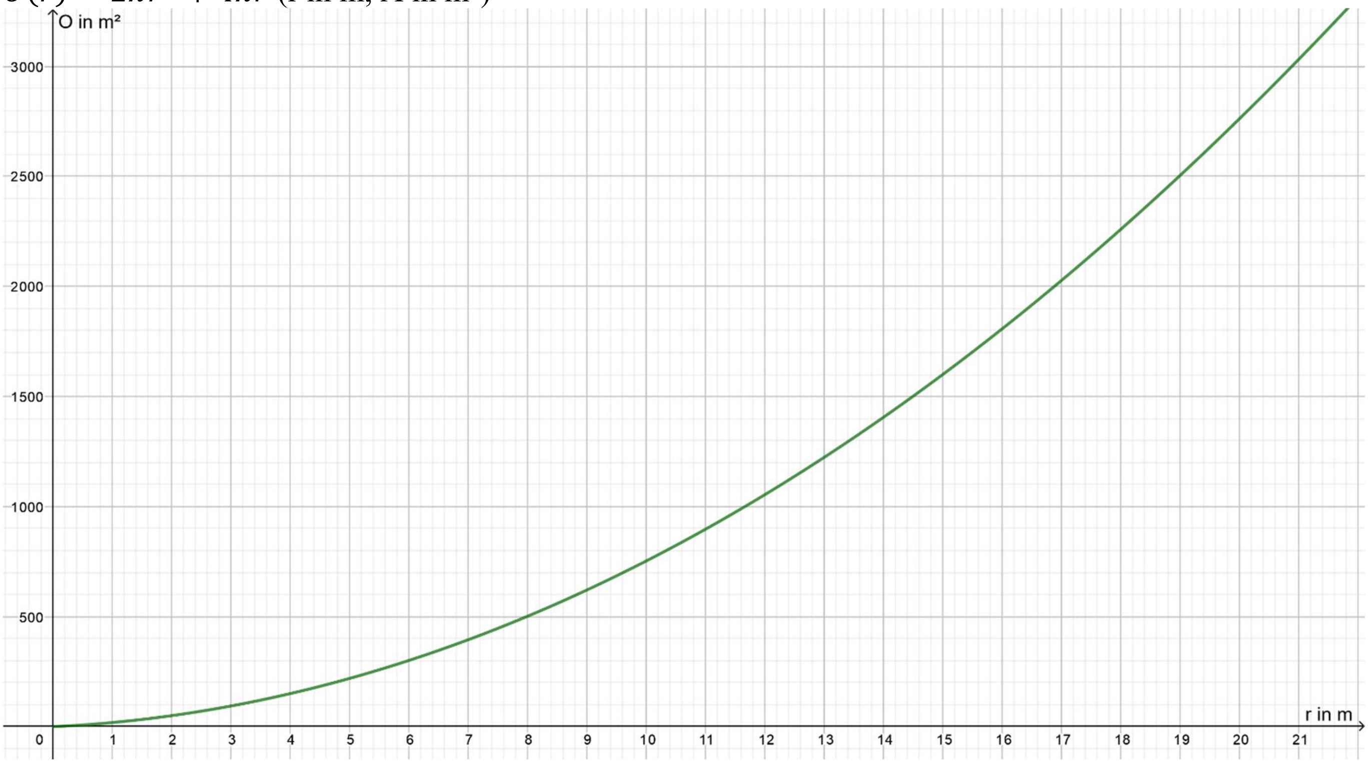
II.6 Runde Körper

426/1

$V_{Zylinder} = \frac{1}{4}\pi d^3$; $V_{Kugel} = \frac{1}{6}\pi d^3$; $V_{Kegel} = \frac{1}{12}\pi d^3$, die Volumina verhalten sich also wie 3:2:1.

$O_{Zylinder} = \frac{3}{2}\pi d^2$; $O_{Kugel} = \pi d^2$; $O_{Kegel} = \frac{1}{4}\pi d^2(1 + \sqrt{5})$; die Oberflächen verhalten sich also wie $6: 4: (1 + \sqrt{5})$.

426/3
a) Der Hubraum ist etwa 300 cm^3 pro Zylinder, also insgesamt 1,2 Liter.
b) ? *Soweit ich sehe, kann man das nicht berechnen, weil die Länge der längeren Stange nicht bekannt ist.*
430/3
$O(r) = 2\pi r^2 + 4\pi r$ (r in m, A in m^2)



Was soll man da interpretieren???

6.3/11
Für ein halbvolles Glas braucht man nur 1/8 der Menge, nicht die Hälfte, da sowohl Radius als auch Höhe dann jeweils nur halb so groß sind – und das Volumen ist ja proportional zum Quadrat des Radius und zur Höhe. Wenn man die Gläser nur halb hoch voll macht, dann reicht die Flasche also für 56 Gläser.

6.3/14
a) Die Oberfläche beträgt etwa 452 m^2.
b) Der Tank enthält dann etwa 860 m^3 = 860 000 ℓ Heizöl.
c) Die Höhe muss mindestens etwa 4,02 m sein.

6.3/16
Der Radius ist etwa 2,515 dm, die Höhe 10,06 dm.

II.7 Zusammengesetzte Körper

426/2
a) Das Volumen ist etwa 12 579, die Oberfläche etwa 4481.
b) *Annahmen: (1) Die Maße sind in Millimetern. (2) Die Dichte von Holz ist 0,8 g/cm^3.*
Wenn es aus Stahl besteht, ist die Masse etwa 98,7 g; wenn es aus Holz besteht, etwa 10,1 g.

6.3/13
a) $A = \left(\frac{\pi}{2} + 3\right) a^2$; $u = \left(\frac{\pi}{2} + 2 + 2\sqrt{2}\right) a$
b) $V = 2\pi a^3$; $O = \left(4 + \sqrt{2}\right)\pi a^2$

6.3/15

a) $V = 8r^2h + 2\pi r^3$

b) $A = A_{Rechtecke} + A_{Halbkreise} + A_{halber\ Z.Mantel} = 12rh + \pi r^2 + 4\pi r^2 = 12rh + 5\pi r^2$

aus (a): $h = \frac{V}{8r^2} - \frac{\pi r}{4}$

einsetzen ➔ $A(r) = 12r\left(\frac{V}{8r^2} - \frac{\pi r}{4}\right) + 5\pi r^2 = \cdots = \frac{3V}{2r} + 2\pi r^2$

437/1
Der Baum ist etwa 8,47 m hoch.

437/2
a) Sie legt etwa 40 074 km zurück.
b) Die Geschwindigkeit ist etwa 26 716 km/h.

437/3
a) Es müssen etwa 516 m^2 gestrichen werden.
b) Man braucht knapp 13 Eimer Farbe.
c) Es passen 888 000 Liter Wasser hinein.

437/4
a) $A(a) = 9a^2$
b) $V(a) = 2a^3$
c) $a = 2$ dm