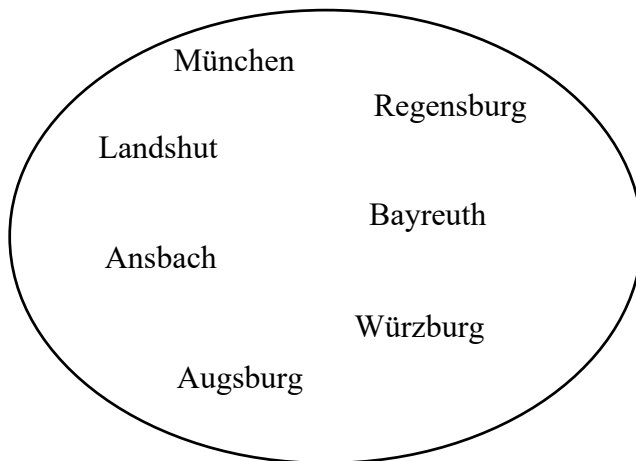


9/1

$A = \{\text{Baden-Württemberg, Bayern, Berlin, Brandenburg, Bremen}\}$

9/2



9/3

$C = \{\text{Staat} \mid \text{gehört zu Europa}\}$

Die beschreibende Form ist hier vorteilhaft, da es sehr viele solcher Staaten gibt. (47)

9/4

z. B. die Mengen aller natürlichen Zahlen, aller geraden Zahlen, aller ungeraden Zahlen, aller Primzahlen, aller Brüche, (diese sind jeweils unendlich groß, also kann man sie *nur* in beschreibender Form angeben)

Beispiele für unendlich große Mengen außerhalb der Mathematik zu finden, ist schwierig. Beispiele für Mengen, die so groß sind, dass nur die beschreibende Form *sinnvoll* ist: Menge aller Menschen auf der Erde; Menge aller Sandkörner auf der Erde; Menge aller Sterne im Universum; ...

12/1

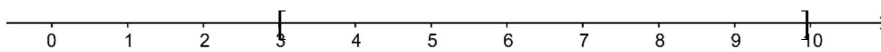
a) $a > b$

b) $a \geq b$

c) $a < b$

12/2

$I = \{3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$



12/3

Beim ersten Intervall gehört die Zahl 10 mit dazu, beim zweiten Intervall nicht.

12/4

Jedes Intervall ist eine Menge, aber nicht jede Menge ist ein Intervall – denn erstens gibt es ja auch Mengen, die keine (natürlichen) Zahlen enthalten, und zweitens ist sogar nicht jede Menge von (natürlichen) Zahlen ein Intervall (Gegenbeispiel: $\{0;2\}$).

13/1

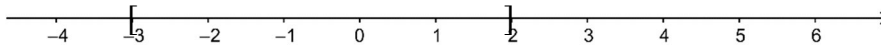
z. B. $-1; -2; -3$

13/2

-2 bzw. 4

13/3

$$I = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2\}$$

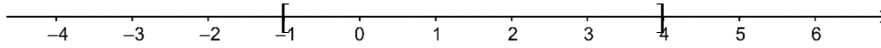


13/4

Die Zahl -4 hat auf dem Zahlenstrahl den Abstand 4 zur Zahl 0.

16/1

$$I = \{x \in \mathbb{Q} \mid -1 \leq x \leq 4\}$$



16/2

Ein Scheinbruch ist ein Bruch, der eine ganze Zahl darstellt. Ein Stammbruch ist ein Bruch, dessen Zähler (bzw. eigentlich allgemeiner: dessen Zählerbetrag) gleich 1 ist. (Es gibt genau zwei Brüche, die gleichzeitig Scheinbrüche und Stammbrüche sind, nämlich $\frac{1}{1}$ und $-\frac{1}{1}$.)

16/3

$$\text{z. B. } \frac{4}{3}, -\frac{5}{4}, \frac{8}{5}$$

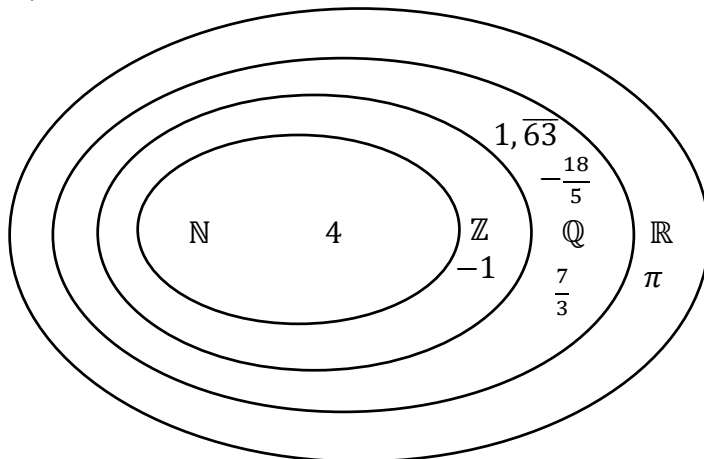
16/4

Die Zahl gehört zu beiden der Mengen. (siehe auch das Mengendiagramm auf S. 15)

17oben/1

Eine rationale Zahl kann man als Bruch schreiben, eine irrationale Zahl nicht. Alternativ: Eine rationale Zahl kann man als (abbrechende oder) periodische Dezimalzahl schreiben, eine irrationale Zahl nicht.

17oben/2



17unten/1

\mathbb{Q} enthält alle rationalen Zahlen (alle Brüche), \mathbb{Q}^- enthält nur diejenigen rationalen Zahlen, die kleiner als 0 sind (alle negativen Brüche).

17unten/2

Nach DIN ist diese Aussage falsch, da \mathbb{Z}^+ nur die positiven ganzen Zahlen enthält, aber \mathbb{N} zusätzlich auch die 0 enthält. Nach anderen Mathebüchern, die nicht nach DIN gehen, bei denen die 0 also keine natürliche Zahl ist, wäre die Aussage richtig.

17unten/3

\mathbb{R}_0 und \mathbb{R} sind identisch, da die 0 sowieso schon in der Menge der reellen Zahlen enthalten ist.

19oben/1

Wenn die beiden Mengen dieselben Elemente enthalten, dann haben sie offensichtlich auch dieselbe Anzahl an Elementen.

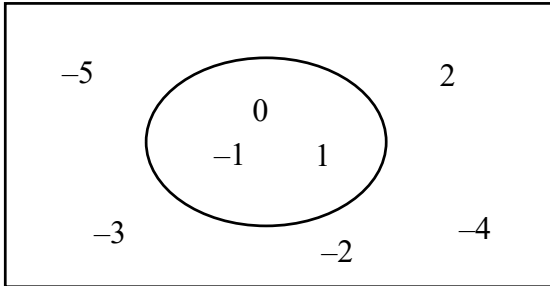
19oben/2

Beide Mengen haben das Element 0 gemeinsam.

19unten/1

a) $\bar{A} = \{-5; -4; -3; -2; 2\}$

b)



c) $|G| = 8; |A| = 3; |\bar{A}| = 5$

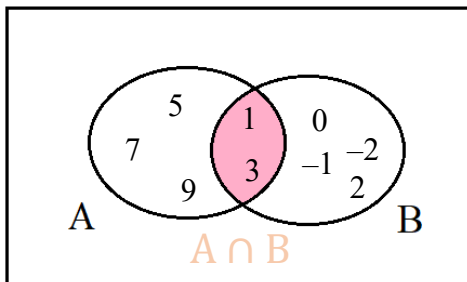
19unten/2

Die Ergänzungsmenge enthält nach Definition nur die Elemente, die nicht in der Menge selbst enthalten sind. Also können die Menge und ihre Ergänzungsmenge keine Elemente gemeinsam haben, sind also nach Definition disjunkt.

20

a) $A \cap B = \{1; 3\}$

b)

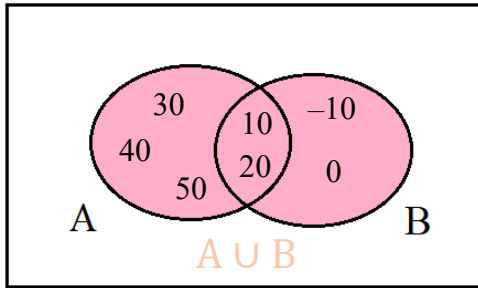


c) z. B. $C = \{0; 2; 5; 7\}$

21oben/1

a) $A \cup B = \{-10; 0; 10; 20; 30; 40; 50\}$

b)



c) $|A \cup B| = 7$

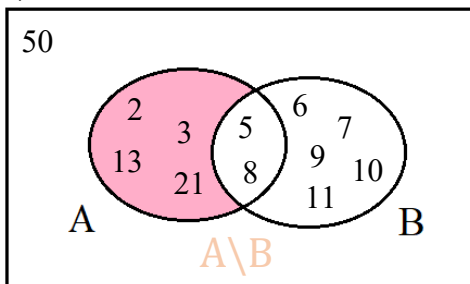
21oben/2

Da in der Aufgabe nicht steht, dass die Mengen unterschiedlich sein sollen, könnte man einfach $A = B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ nehmen... Sinnvoller wäre aber z. B. so etwas wie $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ und $B = \{5; 6; 7; 8; 9\}$.

21unten/1

a) $A \setminus B = \{2; 3; 13; 21\}$

b)



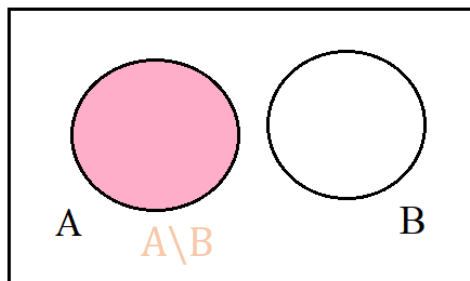
21unten/2

z. B. $A = \{0; 1\}$, $B = \{-1; 0\}$, dann ist $A \setminus B = \{1\}$ und $B \setminus A = \{-1\}$

Beachte: Es gibt Ausnahmen! z. B. wenn $A = B = \{\}$ ist, dann ist $A \setminus B = \{\}$ und $B \setminus A = \{\}$

21unten/3

erst mal anschaulich: $A \setminus B$ bedeutet, dass man aus A alle Elemente herausnimmt, die zu B gehören. Wenn als Ergebnis wieder A herauskommt, dann bedeutet das, dass in A eben keine Elemente waren, die zu B gehören haben. Also haben A und B keine Elemente gemeinsam, sind also disjunkt.



(Das Mengendiagramm veranschaulicht eigentlich eher die umgekehrte Aussage: Wenn A und B disjunkt sind, dann ist $A \setminus B = A$.)

21unten/4

Die Aussage ist richtig.

23/1

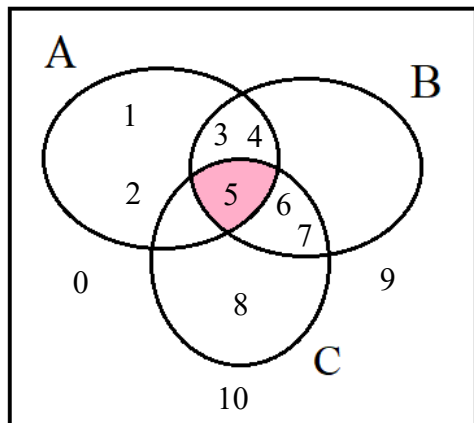
(K|F), (K|H), (K|M), (M|F), (M|H), (M|M), (S|F), (S|H), (S|M)

23/2

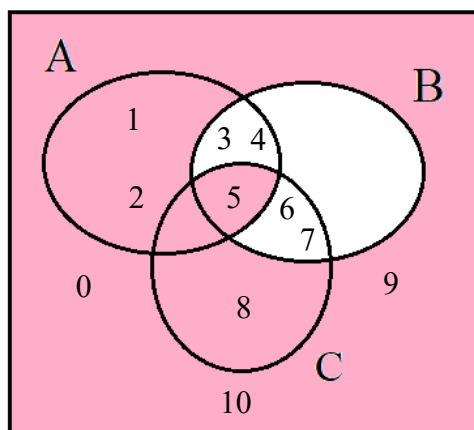
$A \times B = \{(-1|a); (-1|b); (-1|c); (0|a); (0|b); (0|c); (1|a); (1|b); (1|c)\}$

$|A \times B| = 9$

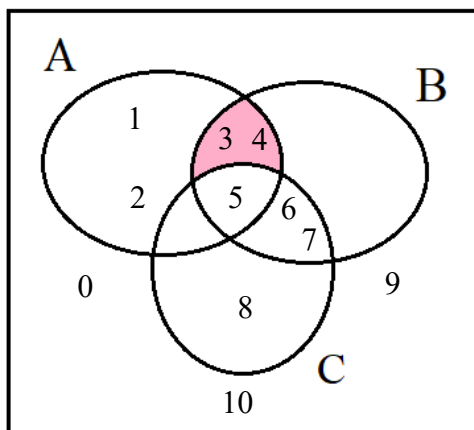
27/1



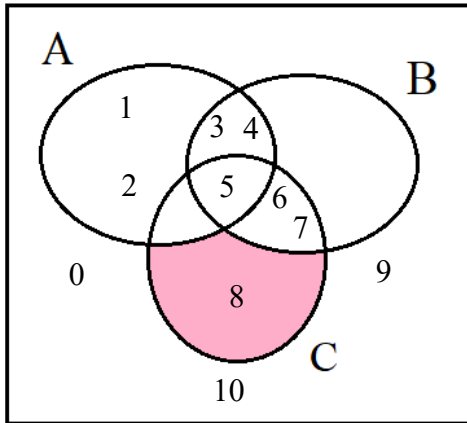
$M_1 = \{5\}$



$M_2 = \{0; 1; 2; 5; 8; 9; 10\}$



$M_3 = \{3; 4\}$



$$M_4 = \{8\}$$

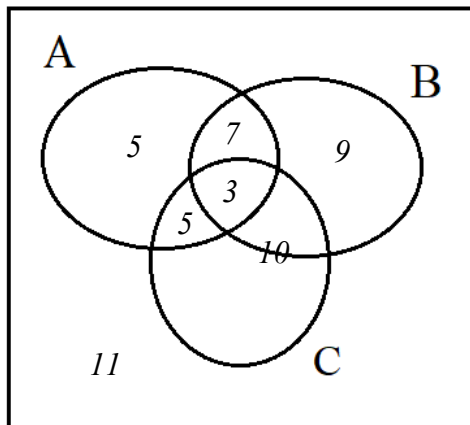
27/2

A: Menge aller Person, die ein Smartphone besitzen

B: Menge aller Person, die ein Tablet besitzen

C: Menge aller Person, die einen Laptop besitzen

Vorsicht: Die Zahlen im Diagramm geben hier keine Elemente der Mengen an, sondern ihre Mächtigkeiten!



Wie sich die 10 Personen, die einen Laptop besitzen, auf diejenigen verteilen, die nur einen Laptop besitzen, und diejenigen, die ein Laptop und ein Tablet besitzen, ist unklar, für die Lösung der Aufgabe aber auch unwesentlich.

9 Personen besitzen nur ein Tablet, aber keinen Laptop und kein Smartphone.

1.1.11/1

Diese „Menge“ besteht nicht aus wohlunterschiedenen Objekten.

1.1.11/2

Die leere Menge ist diejenige Menge, die keine Elemente enthält.

1.1.11/3

$$A = \{1; 2; 4; 5; 10; 20\}$$

Das Venn-Diagramm sollte ja hier wohl jeder selbst hinbekommen!

1.1.11/4

$$B = \{x \in \mathbb{R} | 5 < x < 500\}$$

Man kann B nicht in aufzählender Form angeben, weil es unendlich viele Elemente gibt. (Falls es hier um natürliche Zahlen geht: Dann sind es endlich viele Elemente, aber immer noch sehr viele, nämlich 494.)

1.1.11/5

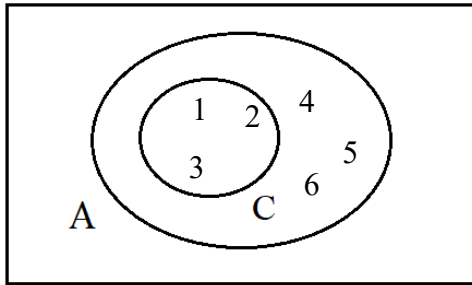
Die Aussage ist richtig, da 1,2 eine abbrechende Dezimalzahl ist, aber man $\sqrt{2}$ nicht als abbrechende Dezimalzahl schreiben kann.

1.1.11/6

$M = \{6; 7; 8; 9; 10; 11\}$

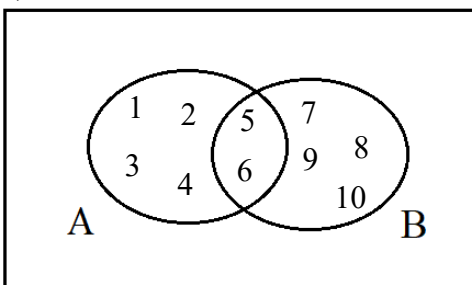
1.1.11/7

a)



C ist eine Teilmenge von A, da alle Elemente von C auch in A enthalten sind.

b)



B ist keine Teilmenge von A, da es mehrere Elemente von B gibt (nämlich 7; 8; 9; 10), die nicht in A enthalten sind.

1.1.11/8

$\bar{F} = \{\text{Oberpfalz}; \text{Schwaben}; \text{Oberbayern}; \text{Niederbayern}\}$

1.1.11/9

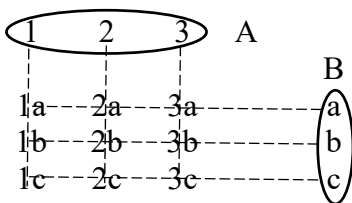
a) $A \cap B = \{2; 4; 8\}$

b) $A \cup B = \{1; 2; 4; 6; 8; 10; 16\}$

c) $A \setminus B = \{1; 16\}$

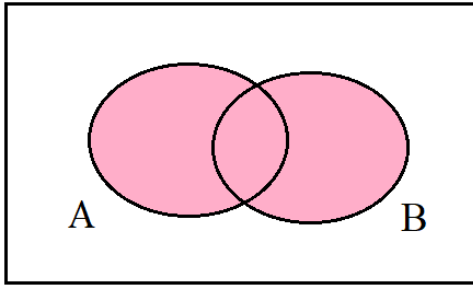
1.1.11/10

$A \times B = \{(1|a); (1|b); (1|c); (2|a); (2|b); (2|c); (3|a); (3|b); (3|c)\}$



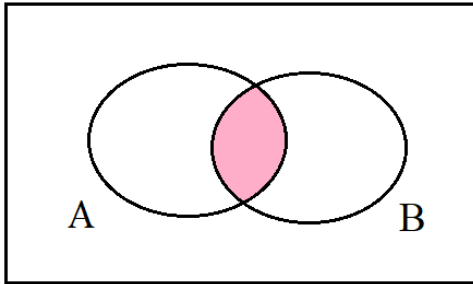
1.1.11/11

a)



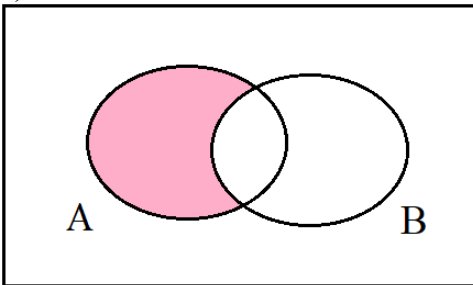
$$D = \{-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$$

b)



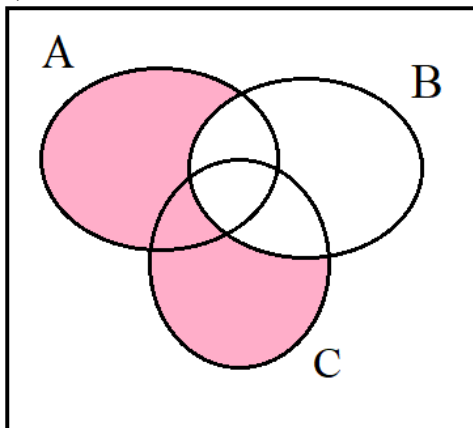
$$D = \{1; 2; 3\}$$

c)



$$F = \{-2; -1; 0\}$$

d)



$$G = \{0\}$$

1.1.11/12

a) Vermutlich ist gemeint, dass E eine Teilmenge von L sein soll: Nur Länder, die in der EU sind, haben den Euro als Währung, allerdings haben nicht alle Länder der EU den Euro als Währung. Wenn man L und E vereinigt, erhält man also einfach wieder alle Länder der EU. (Das stimmt so aber eigentlich gar nicht: einige Kleinstaaten sind keine Mitglieder der EU, haben aber trotzdem den Euro als Währung! Also ist die Behauptung $L \cup E = L$ falsch!

https://de.wikipedia.org/wiki/Eurozone#Staaten_und_Gebiete_au%3%9Ferhalb_der_EU,_die_den_Euro_als_W%3%A4hrung_nutzen)

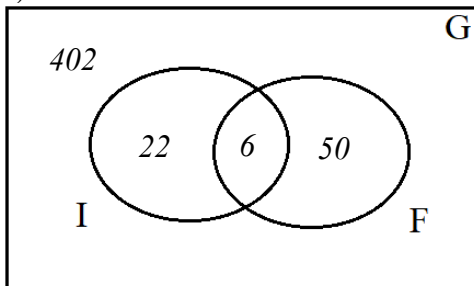
b) $N = \{\text{Dänemark; Schweden; Polen; Tschechien; Kroatien; Ungarn; Bulgarien; Rumänien}\}$

(nach <https://www.bundesregierung.de/breg-de/themen/euro/wirtschafts-und-waehrungsunion/der-euro> ; Großbritannien gehört ja inzwischen nicht mehr zur EU)

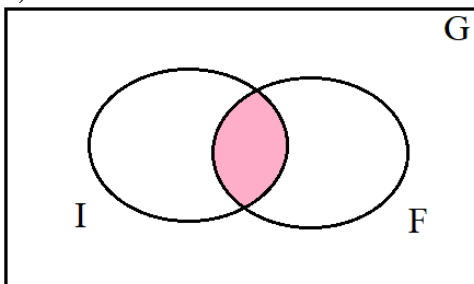
c) T beinhaltet die Länder, die nicht in der EU sind, aber trotzdem den Euro als Währung haben. Wenn die Behauptung in (a) richtig wäre, dann würde es keine solchen Länder geben, also wäre T die leere Menge. (Die Behauptung in (a) ist aber falsch, siehe oben; zu T gehören Kleinstaaten wie z. B. Andorra.)

1.1.11/13

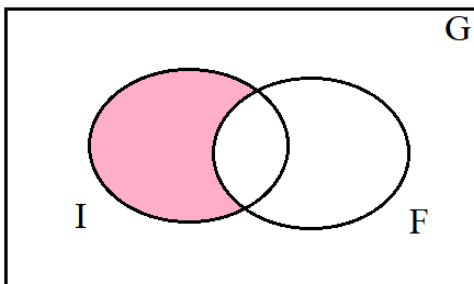
a)



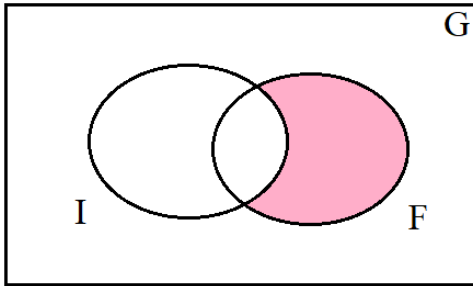
b)



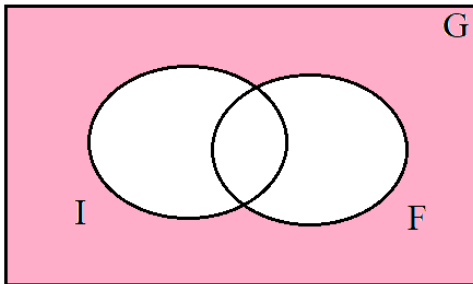
M_1 : Schüler, die an beiden Austauschprogrammen teilnehmen; $|M_1| = 6$



M_2 : Schüler, die nur am Austausch mit Italien teilnehmen; $|M_2| = 22$



M_3 : Schüler, die nur am Austausch mit Frankreich teilnehmen; $|M_3| = 50$



M_4 : Schüler, die an keinem Austauschprogramm teilnehmen; $|M_4| = 402$

1.1.11/14

- a) richtig (die Grundmenge hat die Mächtigkeit 312; 29 Mitglieder, also weniger als 10% dieser 312 Mitglieder, betreiben keine der drei Sportarten)
- b) richtig (die Mächtigkeit der Menge F ist nur 31, kleiner als die Mächtigkeiten der Mengen T und K)
- c) falsch (die Mächtigkeit von $K \cup T$ ist 259, das sind weniger als 85% von 312)
- d) falsch (die Mengen K und F sind sogar disjunkt, es gibt also überhaupt niemand, der beide Sportarten betreibt)
- e) halb richtig (die Mächtigkeit von K ist zwar 200, das ist aber nicht doppelt so groß wie 116, die Mächtigkeit von T)
- f) falsch (die jährlichen Einnahmen steigen nur um $283 \cdot 12 \cdot 1 \text{ €} + 29 \cdot 12 \cdot 0,5 \text{ €} = 3570 \text{ €}$)

34/1

Eine Aussage ist ein Satz, der schon von sich aus wahr oder falsch ist. Eine Aussageform dagegen enthält eine Variable, und je nachdem, was man für diese Variable einsetzt, kann sich eine wahre oder eine falsche Aussage ergeben.

34/2

a) $M_1 = \{4; 5; 6; 7; 8; 9\}$

b) $M_2 = \{5\}$

c) $M_3 = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11\}$

34/3

?

34/4

Die Lampe leuchtet nur dann, wenn Schalter A und Schalter B betätigt werden.

34/5

falsch bzw. wahr

38/1

Distributivgesetz; Beweis mit Wahrheitstafeln:

A	B	C	$B \wedge C$	$A \vee (B \wedge C)$
w	w	w	w	w
w	w	f	f	w
w	f	w	f	w
w	f	f	f	w
f	w	w	w	w
f	w	f	f	f
f	f	w	f	f
f	f	f	f	f

A	B	C	$A \vee B$	$A \vee C$	$(A \vee B) \wedge (A \vee C)$
w	w	w	w	w	w
w	w	f	w	w	w
w	f	w	w	w	w
w	f	f	f	w	w
f	w	w	w	w	w
f	w	f	w	f	f
f	f	w	f	w	f
f	f	f	f	f	f

38/2

A	B	C	$A \vee B$	$(A \vee B) \vee C$
w	w	w	w	w
w	w	f	w	w
w	f	w	w	w
w	f	f	w	w
f	w	w	w	w
f	w	f	w	w
f	f	w	f	w
f	f	f	f	f

A	B	C	BVC	Av(BVC)
w	w	w	w	w
w	w	f	f	w
w	f	w	w	w
w	f	f	f	w
f	w	w	w	w
f	w	f	w	w
f	f	w	w	w
f	f	f	f	f

39/1

$\bar{A} = \{x|x \in G \wedge x \notin A\}$ steht so ähnlich eigentlich schon in der Definition! (S. 19)

1.2.5/1

- a) Der Minister schlägt vor, die Lohnsteuer und die Einkommensteuer zu erhöhen.
- b) Der Minister schlägt vor, die Lohnsteuer oder die Einkommensteuer zu erhöhen.
- c) Der Minister schlägt vor, die Lohnsteuer nicht zu erhöhen.
bzw. Der Minister schlägt vor, die Einkommensteuer nicht zu erhöhen.
- d) ???

1.2.5/2

L steht für „Licht ist an“; bei A und B stehen w und f für die beiden möglichen Positionen des Schalters

a)

A	B	L
w	w	w
w	f	f
f	w	f
f	f	w

b) $L = (A \wedge B) \vee (\bar{A} \wedge \bar{B})$

1.2.5/3

a)

R1	R2	R3	L1	L2	L3
w	w	w	w	w	w
w	w	f	f	w	w
w	f	w	f	w	w
w	f	f	w	f	f
f	w	w	f	w	w
f	w	f	w	f	f
f	f	w	w	f	f
f	f	f	f	f	f

b) $L1 = (R1 \wedge \bar{R2} \wedge \bar{R3}) \vee (\bar{R1} \wedge R2 \wedge \bar{R3}) \vee (\bar{R1} \wedge \bar{R2} \wedge R3)$

1.2.5/4

- a) Der Spieler erhält eine zweiminütige und eine zehnminütige Strafe.
- b) Der Spieler erhält eine zweiminütige oder eine zehnminütige Strafe.
- c) Der Spieler erhält keine zweiminütige Strafe. bzw. Der Spieler erhält keine zehnminütige Strafe.

1.2.5/5

- a) 5,50 €
- b) 3,00 €

1.2.5/6

- a) wahr (wenn E1 den Wert 0 hat, dann hat A1 nie den Wert 1); falsch (wenn E1 den Wert 1 hat, E2 den Wert 0, aber E3 auch den Wert 0, hat A1 den Wert 0; ebenso bei E1 = 0, E2 = 1, E3 = 0); wahr (wenn E1 und E2 den Wert 1 haben, dann hat A1 den Wert 1)
- b) Wenn mindestens zwei der drei Schalter betätigt werden, fährt der Stempel der Presse aus.
- c) Wenn es nur nötig wäre, dass einer der beiden Schalter betätigt wird, dann könnte dies auch versehentlich passieren – was bei offenem Schutzgitter ungünstig ist, denn dann könnte man ja gerade die Hand unter dem Stempel haben...

1.2.5/7

Die Angabe ist hier in sich widersprüchlich (und enthält mehrere Rechtschreibfehler...). Ich gehe mal davon aus, dass im zweiten Absatz gemeint ist: „Sowohl für den Fall, dass Schalter E1 betätigt wird und sich kein Objekt in der Lichtschranke befindet, als auch für den Fall, dass Schalter E2 betätigt wird und sich kein Objekt in der Lichtschranke befindet, ...“

E1	E2	LS	A1
w	w	w	f
w	w	f	w
w	f	w	f
w	f	f	w
f	w	w	f
f	w	f	w
f	f	w	f
f	f	f	f

1.2.5/8

- im zweiten Satz: Konjunktion (Feldspieler und Torwarte stehen sich gegenüber)
- im dritten Satz: Konjunktion (Spiel ist schnell und körperbetont)
- im vierten Satz: materielle Implikation (was zu ... führt)
- im sechsten Satz: materielle Implikationen (entsteht, wenn...; dafür...)
- im siebten Satz: materielle Implikation (schießt... darf...)
- im letzten Satz: Konjunktionen (Spieler, Trainer, Funktionäre und Zuschauer hatten Spaß)

42/1

$$\begin{aligned}98 + 4 + 46 + 2 &= 98 + (4 + 46) + 2 \text{ (Assoziativgesetz)} \\ &= 98 + 50 + 2 \\ &= 98 + (50 + 2) \text{ (Assoziativgesetz)} \\ &= 98 + (2 + 50) \text{ (Kommutativgesetz)} \\ &= (98 + 2) + 50 \text{ (Kommutativgesetz)} \\ &= 100 + 50 = 150\end{aligned}$$

43/1

- a) $28x + 18y$
- b) $10ab + 19a + 13b$
- c) $15xyz + 10xy$

43/2

- a) $a + b + c$
- oder $5a + 10b + 25c$
- oder $2x + 3xy + 4xyz$
- oder

44/1

- a) $-11x + 14y$
- b) $4ab - 10b$

44/2

Die Subtraktion von b ist dasselbe wie die Addition der Gegenzahl $-b$.

47/1

- a) $x - 7$
- b) $20a + 4b$
- c) $-9xy - 4x - 4$
- d) $5x + 13$

47/2

- | | |
|-----------------|-------------------|
| a) $-5x + 4$ | b) $-3a - 4b - 3$ |
| c) $-3x - 5$ | d) $2a$ |
| e) $3x - y - 3$ | f) $7a - 4b - 6$ |
| g) $-5x - 6y$ | h) $-2b + 4$ |

47/3

- a) richtig
- b) falsch, in der zweiten Zeile muss hinten $-3a$ stehen; Ergebnis ist dann $2 - a - ab$

48

- | | |
|----------------|--------------------|
| a) $2a - 27$ | b) $-2x - 7$ |
| c) $-18b + 16$ | d) $-8p + 4$ |
| e) $3x + 2$ | f) $12a + 10b + 2$ |

49/1

$$\begin{aligned}5 \cdot 17 \cdot 2 &= 5 \cdot (17 \cdot 2) \text{ (Assoziativgesetz)} \\ &= 5 \cdot (2 \cdot 17) \text{ (Kommutativgesetz)} \\ &= (5 \cdot 2) \cdot 17 \text{ (Assoziativgesetz)} \\ &= 10 \cdot 17 = 170\end{aligned}$$

49/2

0, denn irgendetwas mal 0 ergibt immer 0

50

- a) $-160ab$
- b) $1200xyz$
- c) $-3ab$
- d) $-17ab$
- e) $-34abc$

51/1

- | | | |
|----------------------|--------------------------|----------------------|
| a) $8 - 2x$ | b) $-30x + 5$ | c) $10x + 10y$ |
| d) $30x + 3xy$ | e) $30a - 30ab$ | f) $2ax - bx$ |
| g) $12a + 36b$ | h) $-10 - 20p$ | i) $-16 + 16y$ |
| j) $30 - 50a + 60ab$ | k) $-3x - 9y + 3xy + 12$ | l) $8x - 4xy + 16xz$ |

52/1

- | | |
|-----------------------------------|--------------------------|
| a) $48 - 12x - 4y + xy$ | b) $4a + 8 - 2ab - 4b$ |
| c) $8x - 3xy + 20 + 3y$ | d) $22 + 17b + 4a - ab$ |
| e) $-2p - px + 10q + 5qx + 2 + x$ | f) $2a - 2ab + 4 + x$ |
| g) $20a - 2ax - 10 + 10b - 2bx$ | h) $4y - 30 + 2xy - 12x$ |

52/2

falsch, in der zweiten Zeile fehlen Klammern: $2 \cdot (1 \cdot 2 + 1 \cdot b - a \cdot 2 + a \cdot b)$;
das Ergebnis ist dann $-4a + 2b + 2ab + 4$

52/3

- | | |
|---------------------|-----------------------|
| a) $10x - 8$ | b) $-3a - 12b - 9$ |
| c) $40x + 25$ | d) $-4a$ |
| e) $-x + 2xy + 2y$ | f) $8a - ab - 4 - 7b$ |
| g) $-4xy - 16 + 5x$ | h) 0 |

52/4

- (1) $(1 - a)(b + 2)$ wurde ausmultipliziert zu $b + 2 - ab - 2a$. Da vor dem $(1 - a)(b + 2)$ nur ein $+$ stand, ist es nicht nötig, dieses Ergebnis weiterhin in Klammern zu schreiben. (Wäre aber auch nicht falsch!)
- (2) gleichartige Terme wurden zusammengefasst: $-2 + 2 = 0$ (und $+ 0$ muss man ja nicht hinschreiben – wäre aber auch nicht falsch); $b - b = 0$; übrig bleibt eben $-ab - 2a$
- (3) Die eckigen Klammern sind nicht überflüssig, weil davor ein Minuszeichen steht; deshalb drehen sich in Zeile (3) ja dann auch die Vorzeichen um.
- (4) $6a$ und ab sind nicht gleichartige Terme, weil die Variablen unterschiedlich sind, man kann sie also nicht direkt addieren (man könnte zwar ausklammern zu $(6 + b)a$, aber hier geht es ja um das Ausmultiplizieren der Klammern)
- (5) Klammern werden immer von innen nach außen aufgelöst; die geschweiften Klammern stehen ganz außen, kommen also als letzte dran.

53/5

- | | |
|------------------------|------------------------|
| a) $12p + 27$ | b) $4xy - 2x + 2y + 8$ |
| c) $-7b + 44$ | d) $4p - 2q$ |
| e) $2xy - 2x + 2y - 2$ | f) $-3a + 6b - 9$ |

53/6

- a) zweite Zeile falsch: $-2 \cdot (-4)$ ergibt $+8$; Ergebnis ist dann $-2a + 8$

b) zweite Zeile falsch: Nach dem Ausmultiplizieren der beiden Klammern muss man immer noch Klammern hinschreiben wegen des Minuszeichens (oder das Minus gleich mit rein multiplizieren); richtig ist: $= 2 \cdot [a + ab - (3a - ab + 9 - 3b)] = 2 \cdot [a + ab - 3a + ab - 9 + 3b] = \dots = 4ab - 4a + 6b - 18$

c) richtig

53/7

a) $(2x - xy + 2 - y); xy - 2$

b) $xy + 5x + 2y + 10; -10x - 4y - 25$

c) $30b + 20; 30a + 40b$

54/1

a) 2^3

b) $(-3)^3$

c) x^4

d) $2^3 \cdot x^2$

e) $(x + 1)^3$

54/2

Minus mal Minus mal Minus mal Minus mal Minus ergibt insgesamt Minus

57/1

a) Differenz

b) Summe

c) Produkt

d) Differenz

e) Differenz

f) Differenz

g) Produkt

h) Differenz

58/1

a) $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$

b) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$

c) $2 \cdot 11 \cdot 13$

d) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot x \cdot x \cdot y$

e) $3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot a \cdot b$

f) $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot x$

58/2

ja

61

a) 4

b) 4

c) 4

d) $3xy$

e) $3ab$

f) 3

62/1

a) 78

b) 150

c) 13 860

d) $36x^2y$

e) $168a^2b$

f) $36xy^2$

62/2

z. B. 5 und 12

63/1

a) $10x$

b) $124p$

c) $3b$

d) $-3x - y$

e) $14x + 19y$

f) $10xy - 22x$

g) $6ab$

h) $40xyz$

i) $-90xyz$

j) $-14ab$

k) $-100xyz$

l) $3xy$

m) $-21xy$

n) $-21abc$

63/2

a) $2x + 4$

c) $-5x - 20 + 10y$

e) $-2xy + 2x - 2y + 2$

g) $4xz - 14x - 24z + 84$

i) $-4xy + 12x + 2y - 6$

k) $-x$

m) $3x + 2y$

b) $xy - 2x$

d) $-18 + 6b - 12a$

f) $-ab - 2a - 5b - 10$

h) $4xyz - 8xy - 20xz - yz + 40x + 2y + 5z - 10$

j) $24abc - 24ac + 120bc - 120c$

l) $-2x + 14y - 5$

n) $8ab - 2ac - 4bc + 12b - 4c + 12$

63/3

a) $-7xy + 20x - 30y + 80$

c) -10

e) $80b - 16$

g) $-6x - 4z$

b) $abc + 3ac - 4bc - 10a - 8c - 12c + 40$

d) $-2x - 6$

f) $-2x - 5$

h) $yz + 7x - 8y - 5z - 33$

63/4

a) $2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$

b) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7$

c) $5 \cdot 7 \cdot 11$

d) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$

e) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot a \cdot b$

f) $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot x \cdot x$

g) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b \cdot b$

h) $7 \cdot 11 \cdot a \cdot b \cdot b \cdot c$

63/5

a) Differenz

c) Produkt

e) Differenz

g) Produkt

b) Summe

d) Differenz

f) Differenz

h) Differenz

63/6

a) 3

b) 1

c) 5

d) $30b$

e) $2a$

f) xy

63/7

a) 126

b) 60

c) 3564

d) $60ab^2$

e) $36xy^2$

f) $60x^2y^2$

65

$$\frac{7}{1}; \frac{1}{7}; \text{z. B. } \frac{5}{5}; \frac{0}{-3}$$

66

Die Grundmenge enthält alle Zahlen, die prinzipiell für den Term zur Verfügung stehen (z. B. aus dem Sachzusammenhang der Aufgabe zu ermitteln). Die Definitionsmenge enthält nur diejenigen Elemente der Grundmenge, für welche der Nenner nicht gleich 0 wird.

68/1

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{4}{7} & \text{b) } - & \text{c) } \frac{7}{6x} \quad (y \neq 0) \\ \text{d) } \frac{11b}{13} \quad (a \neq 0) & \text{e) } - & \text{f) } \frac{1}{3} \end{array}$$

68/2

falsch; nach Kürzen bleibt im Zähler 1 stehen, und den Bruchstrich darf man nicht einfach weglassen. Das richtige Ergebnis ist $\frac{1}{6}$.

69/1

$$\frac{15}{30}, \frac{50}{30}, -\frac{12}{30}, \frac{25x}{30}, \frac{15+3x}{30}, \frac{2x+4a}{30}$$

69/2

$$\frac{2}{2}, \frac{4}{4}, \frac{10}{10}, \frac{2a}{2a}, \frac{4x}{4x}, \frac{x+a}{x+a} \quad (a \neq 0 \text{ bzw. } x \neq 0 \text{ bzw. } x+a \neq 0)$$

69/3

$$\frac{-5}{-2}, \frac{-7}{-4}, -\frac{-10}{-3}, \frac{-2x}{-5}, -\frac{-5-x}{-4}, \frac{-x-y}{-3x}, \frac{-5}{-13-x}, \frac{-x-y}{-2x-2}$$

71/1

$$-\frac{4}{5} < -\frac{1}{5} < \frac{3}{4} < \frac{4}{5} < \frac{8}{5}$$

71/2

$$\text{a) } \frac{10}{20} < \frac{24}{20} < \frac{25}{20}, \text{ also } \frac{1}{2} < \frac{6}{5} < \frac{5}{4} \quad \text{b) } \frac{28}{126} < \frac{48}{126} < \frac{77}{126}, \text{ also } \frac{2}{9} < \frac{8}{21} < \frac{11}{18} \quad \text{c) } \frac{16}{24} < \frac{21}{24} < \frac{22}{24}, \text{ also } \frac{2}{3} < \frac{7}{8} < \frac{11}{12}$$

71/3

$$\frac{9}{4} < \frac{7}{3} < \frac{5}{2} < \frac{13}{5}$$

71/4

Die Aussage ist falsch, weil $\frac{21}{48} < \frac{20}{48}$ falsch ist.

72/1 *vermutlich Tippfehler in (a); gemeint: 3/4*

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{1}{4} & \text{b) } 1 & \text{c) } \frac{17a}{4-a} \\ \text{d) } \frac{1}{4xy} & \text{e) } \frac{2x+9}{4} & \text{f) } \frac{1}{2-b} \end{array}$$

73/2

Richtig ist nur (c).

a) Nur die Zähler dürfen addiert werden, nicht die Nenner! Der Nenner bleibt einfach stehen!

b) Klammern vergessen, richtig wäre $\frac{-7-(5-x)}{2} = \dots = \frac{-12+x}{2}$

d) Die Addition wurde richtig durchgeführt, am Schluss wurde aber falsch gekürzt. Richtig wäre $\frac{2}{x}$.

e) Die Addition wurde richtig durchgeführt, aber den Bruch $\frac{5}{5+a}$ kann man nicht kürzen.

73/3

Im Wesentlichen liegt das daran, dass $\frac{5-x}{10x}$ nur eine andere Schreibweise für $(5-x) : (10x)$ ist, die Klammern sind also eigentlich schon vorhanden, werden hier nur nicht hingeschrieben (weil die Schreibweise mit dem Bruchstrich sowieso schon eindeutig ist, die Klammern also unnötig sind). Fasst man $\frac{3}{10x} - \frac{5-x}{10x}$ auf einen Bruchstrich zusammen, muss man die Klammern dann aber hinschreiben, weil ja der komplette Nenner $5-x$ von der 3 subtrahiert werden soll.

75/1

- | | | |
|--------|---------|----------|
| a) 80 | b) 60 | c) 84 |
| d) 12 | e) 150 | f) 252 |
| g) 12a | h) 60xy | i) 225ab |

75/2

$$1260 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7; 36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3; 14 = 2 \cdot 7$$

- a) Der Hauptnenner 1260 enthält genau einmal den Primfaktor 5, die beiden anderen Nenner 36 und 14 enthalten ihn dagegen überhaupt nicht.
- b) Ja, denn das ergibt dann den Hauptnenner 1260.
- c) Der Nenner des dritten Bruchs muss also den Primfaktor 5 haben (siehe (a)), von den anderen Primfaktoren von 1260 kann er beliebig viel haben. Möglich wären also z. B. $2 \cdot 5 = 10$ oder $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 180$.

75/3

Das ist zwar manchmal einfacher, aber nicht immer. Wenn man beispielsweise die Nenner 246 und 369 hat, dann wäre es extrem umständlich, beide zu multiplizieren. Viel einfacher ist in diesem Fall eine Primfaktorzerlegung, die zeigt, dass der kleinste mögliche Hauptnenner 738 ist (das dreifache des ersten bzw. das doppelte des zweiten Nenners).

75/4

- | | | |
|---------------------------|---------------------------|--------------------------|
| a) $\frac{9}{10}$ | b) $\frac{5}{3}$ | c) $\frac{17}{70}$ |
| d) $\frac{5}{28}$ | e) $-\frac{29}{36}$ | f) $\frac{53}{28}$ |
| g) $\frac{20a^2-66}{75a}$ | h) $\frac{28y-xy+24}{8x}$ | i) $\frac{65y-8x}{120x}$ |

76/5

a) alles richtig

b) Damit man die 2 zu dem Bruch $\frac{5}{3}$ addieren kann, muss aus ihr ebenfalls ein Bruch mit dem Nenner 3 gemacht werden. Der Hauptnenner von $\frac{3}{2}$ und $\frac{11}{3}$ ist 6, und wenn man $\frac{11}{3}$ mit 2 erweitert, erhält man $\frac{22}{6}$. Der Hauptnenner von $\frac{8}{9}$ und $\frac{13}{6}$ ist 18, weil $9 = 3 \cdot 3$ und $6 = 2 \cdot 3$ ist.

78/1

- | | | | |
|------------------------------|------------------------------|---------------------------|---------------------|
| a) $\frac{35}{8}$ | b) $-\frac{7}{6}$ | c) $\frac{5}{12}$ | d) $\frac{3}{8}$ |
| e) $\frac{5}{16} (a \neq 0)$ | f) $\frac{1}{24} (x \neq 0)$ | g) $\frac{45}{28}$ | h) $-\frac{1}{4}$ |
| i) $-\frac{a}{6}$ | j) $\frac{3x-6}{20}$ | k) $\frac{15+3a}{22+11a}$ | l) $\frac{7-7y}{6}$ |

78f/2

a) falsch; im Zähler muss man $3 \cdot (x-1) = 3x-3$ rechnen

b) falsch; das Minuszeichen kann man nicht einfach weglassen! richtig ist $= -\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{1} = -\frac{3}{2}$

c) richtig

d) richtig bis zum letzten Schritt; man kann in der Summe nicht kürzen!

79/3

a) $-\frac{1}{4}$

b) $\frac{42+9x}{12}$

c) $-\frac{1}{7}x + \frac{17}{40}$

80/1

a) $\frac{1}{7}$

b) $-\frac{4}{3}$

c) $\frac{9}{50}$

d) $-\frac{1}{10}$

e) $\frac{56}{3}$

f) $-8 (a \neq 0)$

g) $\frac{32}{13}$

h) $-\frac{21}{50}$

i) $-\frac{7}{11}$

80/2

alles richtig

82/1

Es sind die Brüche (b) und (e), denn $0,24 = \frac{24}{100} = \frac{6}{25}$.

82/2

a) $\frac{5}{4}$

b) $\frac{7}{5}$

c) $\frac{1}{500}$

82/3

a) $\frac{1}{9}$

b) $\frac{8}{11}$

c) $\frac{1}{45}$

83/1

siehe das erste Beispiel zu 1.4.10.1 auf Seite 82 unten, oder das zweite Beispiel im grauen Kasten direkt über den Aufgaben

83/2

a) 64

b) -16

c) 16

83/3

-1^4 ist der kleinste Wert, denn dies ist die einzige negative Zahl

83/4

z. B. 5^1 oder 4^2

84/1

a) 2^{13}

b) b^6

c) 2^7x^4

d) -2^4b^3

84/2

Der erste Schritt ist richtig (Kommutativgesetz verwendet), der zweite Schritt ist beim Faktor 2 richtig, beim Faktor x falsch: Die Exponenten müssen addiert werden, richtig ist also x^{p+2} .

85/1

a) 3^3a^2

b) $\frac{1}{4^4b}$

c) $-5p^a$

d) $\frac{2^a+2}{2^{a+1}}$

85/2

- richtig
- falsch: Wenn man im Zähler eine Summe hat, dann ergibt sich eine Summe von zwei Brüchen mit demselben Nenner (Distributivgesetz für Quotienten!), also $\frac{p^2}{2^2} + 2^2$

86/1

a) $\left(\frac{a^n}{a^2}\right)^2 = (a^{n-2})^2 = a^{(n-2) \cdot 2} = a^{2n-4}$

b) $(2^a \cdot 2^3)^3 = (2^{a+3})^3 = 2^{3a+9}$

86/2
256 bzw. 64

87/1

a) $\frac{b^{12}}{27}$ b) $4^n x^n y^n$ c) $\frac{1}{16} a^2 b^2 c^8$ d) $\frac{16x^2 y^4}{9}$

87/2

a) $2a$
b) xyz^2
c) $2xyz^2$
d) $\frac{2a}{3}$
e) $\frac{4ab}{7c^2}$

87/3

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{5}{2x^2} \cdot \frac{4x^3}{1} \right) \text{ (mit 1 erweitern)} \\ &= \left(\frac{5 \cdot 4x^3}{2x^2 \cdot 1} \right) \text{ (Multiplikation von Brüchen)} \\ &= (5 \cdot 2x)^2 \text{ (Division von Potenzen mit gleicher Basis)} \\ &= (10x)^2 \text{ (Assoziativgesetz)} \\ &= 100x^2 \text{ (Potenzieren eines Produkts)} \end{aligned}$$

87/4

- Potenzieren von Produkt und Quotienten
- 1 hoch 4 ist doch nicht 14!?
- Division von Potenzen mit gleicher Basis bzw. Kürzen des Faktors x^3
- beide Brüche werden durch Erweitern auf den Hauptnenner $64x$ gebracht

88
selbe Rechnung wie am Anfang von 1.4.10.7, nur überall die 3 durch eine 10 ersetzen; statt der Potenz 4 könnte man auch eine beliebige andere natürliche Zahl verwenden

89/1

a) $\frac{1}{4^3}$ b) $\frac{1}{10^2}$ c) $\frac{1}{a^2}$ d) $\frac{1}{(2b)^4}$
e) 2^2 f) 2^1 g) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$ h) x^2

89/2

a) 3^{-4} b) 10^{-2} c) 4^{-2} d) 12^{-2}

89/3

$$0,05 = 5 \cdot 0,01 = 5 \cdot \frac{1}{100} = 5 \cdot 10^{-2}$$

92/1

a) $x^2 + 4xy + 4y^2$ b) $16 + 8a + a^2$ c) $\frac{1}{16} + \frac{1}{2}x + x^2$ d) $25 + 10ab + a^2b^2$
e) $x^4 + 20x^2 + 100$ f) $\frac{25}{4}x^2 + \frac{15}{4}xy + \frac{9}{16}y^2$ g) $\frac{1}{4}b^4 + 6b^2 + 36$ h) $25x^2 + 40xy + 16y^2$

92/2

a) 20
b) a; 49
c) 5x; 25x²

d) $16; 256; 2x$

e) $\frac{3}{5}x; \frac{1}{4}; \frac{9}{25}$

92/3

a) $(x + 7)^2$

b) $(2x + 6)^2$

c) $(a + b)^2$

d) $(10 + x)^2$

e) $(8x + 6)^2$

f) $\left(\frac{1}{2}x + 1\right)^2$

92/4

Der erste Schritt ist falsch: Nicht nur das x , sondern auch das $5/2$ muss quadriert werden, und: nicht nur das x^3 , sondern auch die 4 muss quadriert werden. Wie man vom zweiten Schritt zum dritten Schritt dann von $4x^6$ plötzlich zu $16x^6$ kommt, ist rätselhaft. Richtig ist:

$$= \left(\frac{5}{2}x\right)^2 + 2 \cdot \frac{5}{2}x \cdot 4x^3 + (4x^3)^2 = \frac{25}{4}x^2 + 20x^4 + 16x^6$$

92/5

- -1 wird ausgeklammert
- Potenz eines Produkts

94/1

a) $-2x^2 + 4x$

b) $2a^2 - 8a + 8$

c) $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x$

d) $-x^2 - 58x - 41$

94/2

a) 10

b) $p; 1$

c) $4y; 16; 16y^2$

d) $3; 5x; 9$

e) $\frac{6}{5}x; \frac{1}{4}; \frac{36}{25}$

95/1

a) $x^2 - 4y^2$

b) $4a^2 - 9$

c) $\left(\frac{6}{5} + x\right)\left(\frac{6}{5} - x\right)$

95/2

a) $3; 3$

b) $3x; 3x$

1.4.12/1

a) $\frac{5}{6}$

b) $\frac{5}{8}$

c) $\frac{3}{2}$

d) $\frac{7y}{5}$

e) $\frac{1}{5}$

f) 11

g) $-$

h) $\frac{7-3x}{6}$

i) $-$

j) $\frac{3 \cdot (1-ab)}{ab+1}$

1.4.12/2

a) 2

b) $-\frac{1}{3}$

c) $-\frac{1}{4}$

d) -2

e) $\frac{2}{x}$

f) $\frac{11}{1-y}$

g) $\frac{6x+3}{2}$

h) $\frac{-7x+2}{5}$

i) $-\frac{5}{21-a}$

j) 0

1.4.12/3

a) $\frac{25}{60}, \frac{8}{60}$
c) $\frac{80}{420}, \frac{72}{420}, \frac{15}{420}$
e) $\frac{25}{20xy}, \frac{2y}{20xy}$
g) $\frac{45a}{48a^2b^2}, \frac{20b}{48a^2b^2}$

b) $\frac{40}{108}, \frac{30}{108}$
d) $\frac{105}{1960}, \frac{84}{1960}, \frac{140}{1960}$
f) $\frac{12}{4ab}, \frac{3ab}{4ab}$
h) $\frac{60}{66xyz}, \frac{27yz}{66xyz}, \frac{16xz}{66xyz}$

1.4.12/4

a) $\frac{29}{48}$
c) $\frac{19}{150}$
e) $\frac{2+x}{2x}$
g) $\frac{1}{12}$
i) -3

b) $\frac{13}{36}$
d) $-\frac{77}{108}$
f) $\frac{3+14y}{4y}$
h) $\frac{11}{5}$
j) $\frac{-6+3x}{4x}$

1.4.12/5

a) $\frac{1}{6}$
c) $\frac{11}{36}$
e) 1
g) $-\frac{1}{6}$
i) $2 + 10b$

b) $-\frac{2}{3}$
d) $\frac{25ab}{16}$
f) $-\frac{3}{2}$
h) $\frac{3x-3}{20}$
j) $\frac{-ax+4a-x+4}{10-2a}$

1.4.12/6

a) $-\frac{3}{8}$
c) $\frac{5}{3}$
e) $\frac{1}{3}x + \frac{7}{4}$

b) $\frac{5}{6}a + \frac{8}{3}$
d) $\frac{11}{2}x - \frac{1}{4}ax$
f) $2ax - a - \frac{3}{2}x + \frac{3}{4}$

1.4.12/7

a) $\frac{3}{8}$ b) 6 c) $-\frac{5}{21}$ d) $\frac{11}{9}$

1.4.12/8

a) 4^{11}
c) 5^3y^7
e) 3^4
g) 10^{-2}
i) x^{12}

b) x^{13}
d) $2^{a+2} \cdot 3^{14}$
f) x
h) $\frac{1}{6^4}$
j) 2^9

1.4.12/9

a) $\frac{1}{25}a^2x^6b^4$
c) $\frac{9}{25} \cdot 4x^4$

b) $\frac{49b^6}{9a^2}$
d) $\frac{225}{4y^2} \cdot \frac{16x^4}{625}$

1.4.12/10

- a) $25 + 10a + a^2$
b) $x^2 + 6x + 9$
c) $9x^2 + 24xy + 16y^2$
d) $a^2b^2 + 20ab + 100$
e) $\frac{1}{4}x^2 + \frac{5}{2}xy + \frac{25}{4}y^2$
f) $\frac{9}{16}x^4 + \frac{5}{4}x^2y + \frac{25}{36}y^2$
g) $100 - 40b + 4b^2$
h) $4a^2b^2 - 24ab + 36$
i) $\frac{49}{36} - \frac{28}{3}x + 16x^2$
j) $\frac{81}{25}a^2 - \frac{99}{5}ab^2 + \frac{121}{4}b^4$

1.4.12/11

- a) $x^2 - 25$
b) $100 - 4y^2$
c) $\frac{1}{16} - a^2$
d) $\frac{1}{100} - 16b^2$
e) $b^4 - 36$
f) $(x + 3)(x - 3)$
g) $(2a + 5)(2a - 5)$
h) $\left(\frac{5}{8} + 3x\right)\left(\frac{5}{8} - 3x\right)$
i) $\left(x^2 + \frac{1}{2}\right)\left(x^2 - \frac{1}{2}\right)$
j) $(1 + 2a)(1 - 2a)$

1.4.12/12

- a) In den Tanks befinden sich insgesamt 4500 ℓ.
b) Es wurde $\frac{1}{4}$ des Heizöls verbraucht.
c) Die Familie muss 4500 ℓ bestellen.
d) Am Ende des Winters ist noch $\frac{1}{4}$ übrig.
e) *Viel Spaß beim Zeichnen. Das Heizöl reicht in allen Tanks jeweils bis zum untersten Strich.*
f) *siehe z. B. hier: <https://www.leifiphysik.de/mechanik/druck-und-auftrieb/versuche/kommunizierende-roehren>*

1.4.12/13

- a) Nach dem Auffüllen befinden sich $\frac{17}{12}$ ℓ im Behälter.
b) Aus der Flasche müssen $\frac{19}{24}$ entnommen werden,
c) Im Behälter sind dann $\frac{6}{7}$ ℓ.

1.4.12/14

Die Schnur ist 12 m lang.

1.4.12/15

- a) Im Jahre 1950 betrug der Anteil von Europa $\frac{7}{30}$, im Jahre 2016 $\frac{12}{67}$.
b) Es landen 16,1 bis 32,2 Millionen Tonnen im Meer.
c) Der Sprecher hat keine Ahnung von Bruchrechnung, denn $\frac{1}{6}$ bis $\frac{1}{5}$ wären ja viel mehr als $\frac{1}{20}$ bis $\frac{1}{10}$!
d) *Viel Spaß beim Zeichnen. Wenn der komplette Kreis die Weltproduktion darstellt, dann muss der Kreissektor für Europa einen Winkel von $79,2^\circ$ haben.*
e) *Viel Spaß.*

1.4.12/16

- a) Bis dort sind ca. $\frac{3}{4}$ der Gesamtstrecke zurückgelegt, es fehlt also noch $\frac{1}{4}$ der Gesamtstrecke, da $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ ist. Also sind noch etwa $\frac{1}{4}$ von 2 Std. 7 Min. zu fahren, also etwa 32 Minuten. (falls die Durchschnittsgeschwindigkeit gleich bleibt...)
b) $\frac{53}{193}$

104/1

a) $\sqrt{7^7}$ b) $\sqrt[3]{2^4}$ c) $\sqrt[5]{10}$ d) $\sqrt[4]{x^5}$ e) $\sqrt{a^7}$

104/2

a) $7^{5/4}$ b) 8 c) $10^{3/2}$ d) $x^{3/5}$ e) $x^{1/3}$

105/1

a) $8\sqrt{2}$ b) 0
c) $3\sqrt{7}$ d) $(n+3)\sqrt{11}$

105/2

$$5\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = (5 - 5) \cdot \sqrt{2} = 0 \cdot \sqrt{2} = 0$$

bzw.: Eine Zahl minus sich selbst ergibt doch sowieso immer Null!

107/1

a) $35\sqrt{30}$
b) $-\frac{1}{5}\sqrt{30}$
c) $5\sqrt{2a}$
d) $2n\sqrt{xy}$

107/2

a) $\sqrt{8}$ b) $\sqrt{75}$ c) $\sqrt{2x^2}$
d) $\sqrt{a^3}$ e) $\sqrt{12b}$ f) $\sqrt{2}$

107/3

a) $2\sqrt{3}$ b) $4\sqrt{3}$ c) $5\sqrt{x}$
d) $3\sqrt{3a}$ e) $b\sqrt{7}$ f) $a\sqrt{b}$

109/1

a) $\sqrt{4} = 2$ b) $\sqrt{27}$ c) $-\sqrt{2}$
d) $\sqrt{3a}$ e) $\sqrt{\frac{2}{x}}$ f) $\sqrt{\frac{1}{5x}}$

109/2

a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ b) $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ c) $-\frac{5\sqrt{a}}{a}$
d) $\frac{x\sqrt{y}}{y}$ e) $\frac{5\sqrt{xy}}{xy}$ f) $\frac{\sqrt{2a}}{a}$

109/3

a) $\frac{5(5-\sqrt{2})}{3}$ b) $\sqrt{3} + \sqrt{7}$
c) $\frac{12(\sqrt{x}+2)}{x-4}$ d) $\frac{2(\sqrt{y}+5)}{y-25}$

111/1

a) 7a b) 6ab c) $200x^2$ d) $ab\sqrt{ab} = (ab)^{3/2}$ e) $\frac{3}{5}\sqrt{a}$

111/2

$$\sqrt{a^2} = a^{2/2} = a^1 = a$$

bzw.: Gilt eigentlich sowieso nach Definition der Wurzel!

1.5.4/1

a) $\sqrt{10}$

d) $\sqrt{x^3}$

b) $\sqrt[3]{12}$

e) $\sqrt[3]{a^2}$

c) $\sqrt[5]{2^3}$

f) $\frac{1}{\sqrt{a}}$

1.5.4/2

a) $2^{3/2}$

d) $x^{3/2}$

b) $3^{7/4}$

e) $a^{1/4}$

c) $10^{1/3}$

f) $x^{-4/2} = x^{-2}$

1.5.4/3

a) $3\sqrt{10}$

c) $-\frac{1}{2}\sqrt{3} - \frac{5}{6}\sqrt{5}$

e) $(3n + 1)\sqrt{2}$

b) $\frac{3}{2}\sqrt{2} - \frac{1}{8}\sqrt{5}$

d) $\frac{16}{3}\sqrt{a} - \frac{1}{10}\sqrt{x}$

f) $\frac{3}{2}n\sqrt{5}$

1.5.4/4

a) $\sqrt{6}$

c) $2\sqrt{xy}$

e) $-\frac{4}{5}\sqrt{xy}$

b) 20

d) $70n\sqrt{xy}$

f) an

1.5.4/5

a) $\sqrt{32}$

d) $\sqrt{5x^3}$

b) $\sqrt{\frac{3a}{4}}$

e) $\sqrt{160b}$

c) $\sqrt{6x^4}$

f) $\sqrt{2x}$

1.5.4/6

a) $2\sqrt{6}$

d) $a\sqrt{6}$

b) $5\sqrt{3}$

e) $6b\sqrt{2}$

c) $2\sqrt{2x}$

f) $2b\sqrt{a}$

1.5.4/7

a) $\sqrt{3}$

d) $\sqrt{\frac{1}{2}}$

b) $\sqrt{3}$

e) $\sqrt{2a}$

c) $-\sqrt{\frac{x}{7}}$

f) $\sqrt{\frac{1}{10}}$

1.5.4/8

a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

d) $\frac{(1+x)\sqrt{2a}}{2a}$

b) $\frac{3\sqrt{5}}{20}$

e) $-\frac{7\sqrt{xy}}{y}$

c) $-\frac{6\sqrt{2a}}{a}$

f) $\frac{(x+y)\sqrt{2}}{2}$

1.5.4/9

a) $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$

b) $\sqrt{5} + \sqrt{7}$

a) $\frac{21(\sqrt{y}+5)}{y-5}$

a) $\frac{2(\sqrt{y}+x)}{y-x^2}$

1.5.4/10

a) $\sqrt[3]{8} = 2$

b) $\sqrt[5]{6a}$

c) $\sqrt{\frac{x}{6}}$

d) $\sqrt[3n]{2^{n+3}}$

1.5.4/11

erste Behauptung: praktisch wie in 111/2

zweite Behauptung praktisch genauso: $(\sqrt[n]{a})^n = a^{n/n} = a^1 = a$

bzw.: *Gilt eigentlich sowieso nach Definition der Wurzel!*

1.5.4/12

alles richtig

1.5.4/13

- teilweise radizieren: $\sqrt{18} = \sqrt{9 \cdot 2} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$
- Multiplikation von Potenzen mit gleicher Basis
- Beim Potenzieren von Potenzen werden die Exponenten multipliziert.

1.5.4/14

a) kürzere Seite: etwa 21 cm lang → Die längere Seite sollte etwa 29,7 cm lang sein.

b) DIN A3: kürzere Seite ist etwa $21\sqrt{2}$ cm lang, längere Seite also $21\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$ cm = 42 cm

→ DIN A3 hat etwa den Flächeninhalt $882\sqrt{2}$ cm², DIN A4 hat $441\sqrt{2}$ cm²

(könnte man auch allgemein mit einer Variablen rechnen, z. B. x, statt 21 cm...)

c) längere Seite: etwa 21 cm; kürzere Seite: etwa 14,8 cm

d) kürzere Seite: etwa 84 cm; längere Seite: etwa 118,8 cm

experimentelle Überprüfung: ??? evtl. DIN A4-Blätter passend zusammenlegen?

1.5.4/15

a) Die Spitzenspannung beträgt etwa 325 V; passt zu Bild 1.

b) Die gesteigerte Effektivspannung beträgt etwa 398 V; damit werden Elektroherde betrieben.

115/1

- a) $4(4 + 5xy)$ b) $5b(11a - 5)$ c) $11p(11 + 3q)$
d) $9(3x + 2 + y)$ e) $14(2xy + 7x - 10)$ f) $-14(15 + 20a - 14b)$
g) $x(3 - y)$ h) $2y(3x + 1 - 4z)$ i) $25a(6b + 9 - 2bx)$

115/2

- a) 2 (weil $16y : 8 = 2$ ist)
b) hinterste Lücke: 6 (weil $-12 = 6 \cdot 2$ ist); die beiden vorderen: 42 bzw. -30 (analoge Begründung)

115/3

Die erste Aussage ist richtig, weil man in Summe bekanntlich nicht kürzen kann. Die zweite Aussage ist auch richtig, weil man nach dem Ausklammern ein Produkt hat, und in diesem kann man kürzen.

115/4

- a) $\frac{x+4y}{x+2}$ b) $\frac{1+2xy+5y}{3+x}$ c) $\frac{20-50a}{5-a}$
d) $\frac{3x+4xy}{1+3x}$ e) $\frac{3+8y}{-1+2y}$ f) $\frac{2-z}{11}$

115/5

- In Summen kann man nicht kürzen.
- Das a wurde gekürzt (im Produkt in Zeile (2) darf man kürzen).
- Brüche mit gleichnamigem Nenner werden addiert, indem man den Nenner stehen lässt und die Zähler addiert.

115/6

- a) $\frac{1}{5} \left(\frac{4}{5}x + \frac{7}{3} \right)$ b) $\frac{2}{13} \left(\frac{7}{2}x + 1 \right)$ c) $\frac{5}{9} \left(\frac{1}{3} - 2b \right)$
d) $-\frac{4}{7} \left(\frac{2}{3}y + 3z \right)$ e) $\frac{5}{12} \left(-\frac{1}{3}b + a \right)$ f) $\frac{1}{3} \left(x - \frac{2}{3}y - 1 \right)$

116/1

- a) $2 + 5xy$ b) $\frac{1}{2}ab - \frac{5}{2}$ c) $2ab - 4b + 6a$
d) $3c - 5abc - 23$ e) $\frac{9}{2}ab + 7$

116/2

- a) $12xy; 16xz; 16x^2; 4x$
b) $5xy; 75x^2; 1$

125

- a) $\frac{24x^2-88x+35}{x+y}$
b) $\frac{a-7}{6a}$
c) $\frac{6}{4a^2-25}$
d) $\frac{-37x+35}{5x(x-7)}$
e) $\frac{x^2-x-32}{4(x-6)}$

128

a) $574x^2y^2 + 200xy^2z - 32y^2z^2$

b) $\frac{x+2}{x^{13}}$

c) $\frac{16b^{11}-a^2}{a^4b^3}$

d) $\frac{4cd-abca^2-4a^3b^3cd^2}{2a^2b^2}$

e) $-\frac{8x+12}{(x-3)^2}$

129/1

a) $\frac{9\sqrt{x}-10}{10} = \frac{9}{10}\sqrt{x} - 1$

b) $\frac{3\sqrt{a-4}-2a}{4}$

c) $5\sqrt{b} - 6$

129/2

$-2\sqrt{2} + 4$; Wert liegt zwischen 1 und 2

1.6.6/1

a) $5(5 + 9x)$

c) $2x(1 - 3y)$

e) $156y(3 - x)$

b) $11(6 - 8a + 4b)$

d) $15b(10a - 5)$

f) $7(2p - 3pq - 1)$

1.6.6./2

a) $\frac{x+2}{3x}$

c) $\frac{1+7b}{2-6d}$

e) $\frac{4z-7}{8z+12}$

b) $\frac{y-2}{5-y}$

d) $3x - 4$

f) $\frac{x-6y-9}{25x+20}$

1.6.6/3

a) $\frac{1}{5}\left(2a + \frac{7}{9}\right)$

c) $\frac{5}{9}\left(\frac{1}{2}x + \frac{4}{9} - \frac{2}{3}y\right)$

e) $-\frac{3}{4}\left(-\frac{10}{9}y - \frac{22}{3}\right)$

b) $\frac{5}{11}\left(x + \frac{1}{3}\right)$

d) $\frac{11}{7}\left(\frac{1}{2}a - \frac{3}{4}b + 8\right)$

f) $\frac{1}{8}(8ab - 6c + 24)$

1.6.6/4

a) $3 + 9xy$

c) $6ab - 3b + 12a$

e) $-\frac{71}{4}bc + 15$

b) $b - 10a + 2$

d) $3a + 25$

1.6.6/5

a) $\frac{5x^2-25x}{x+y}$

b) $\frac{2a^2b+2b^3-3a^3-3ab^2+2ab}{8ab}$

c) $\frac{-50a^2b+2b^3+20a^2-9b^2}{4b^2}$

d) $\frac{10y^2-6x^2-8+4xy}{2(x+y)^2}$

1.6.6/6

- a) $-\frac{b^2+2b+1}{4x^2-4}$
b) $-\frac{5ab+10b^2}{12+3x}$
c) $\frac{-2ax+4bx+4b}{x^3+2x^2+x}$
d) $-\frac{2}{x+2}$
e) $\frac{x^2-25}{5x-x^2}$

1.6.6/7

- a) $\frac{3a+4}{36a+108}$ *im ersten Bruch ist sicher a gemeint statt x*
b) $\frac{2x^2-3xy-2y^2}{30ax+15ay-60bx-30by}$
c) $\frac{25x^2-110x-75}{6x^2-30x}$
d) $\frac{24}{2-x}$

1.6.6/8

- a) $\frac{x^2-40x-49}{4x+12}$
b) $\frac{5}{2}$
c) $\frac{1}{2a^2-5a}$
d) $\frac{7-15x^2+15xy}{9x^2-9y^2}$

1.6.6/9

- a) $\frac{2x+1}{10x}$
b) $\frac{-28x^2-581x+105}{x(35x-7)(2x+4)}$
c) $\frac{a^3+a^2-11,75a-25}{4(a+2,5)^2}$
d) $\frac{75x}{(x+5)(x-1)}$

1.6.6/10

- a) $3x$
b) $\frac{2x^3+102+101x+1}{4x-20}$
c) $-\frac{x+1}{4}$
d) 1

1.6.6/11

- a) $6m^2x - (4mx)^2 + 2m^2x^2 = 6m^2x - 16m^2x^2 + 2m^2x^2 = 6m^2x - 14m^2x^2 = 2m^2x(3 - 7x)$
b) $\frac{2b^2}{4a} \cdot \frac{5a^2}{14b^3} = \frac{10a^2b^2}{56ab^3} = \frac{5a}{28b}$
c) $\left(\frac{4m}{3a}\right)^2 \cdot \left(\frac{12ba^2}{m^2}\right) = \frac{16m^2}{9a^2} \cdot \frac{12ba^2}{m^2} = \frac{192a^2bm^2}{9a^2m^2} = \frac{64b}{3}$ *im ersten Bruch muss im Nenner 3a stehen statt 34*
d) $\frac{48a^2b^3}{5x^2y} : \frac{4a^3bc^3}{25xy} = \frac{48a^2b^3}{5x^2y} \cdot \frac{25xy}{4a^3bc^3} = \frac{12b^2}{x} \cdot \frac{5}{ac^3} = \frac{60b^2}{ac^3x}$
e) $\left(\frac{9b}{4x}\right)^a \cdot \left(\frac{2x}{3b}\right)^a = \left(\frac{9b}{4x} \cdot \frac{2x}{3b}\right)^a = \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{1}\right)^a = \left(\frac{3}{2}\right)^a = \frac{3^a}{2^a}$ *Ergebnis im Buch ist falsch!*

1.6.6/12 *in (b) gehört die Wurzel wohl nicht über die -4*

- a) $\frac{19\sqrt{x}-1}{12}$ b) $\frac{11b-48}{6}$ c) $-3\sqrt{a} + 40$

1.6.6/13

$\frac{\sqrt{2}}{4} + 3$; der Wert liegt zwischen 3 und 4 (genauer: zwischen 3,25 und 3,5)

1.6.6/14

Es werden $4x - 4$ Platten benötigt.

1.6.6/15

Die Kosten betragen $\frac{1296}{170}x$ €.

1.6.6/16

a) Die Differenz ist $\left(3500 - \frac{340}{3}x\right)$ kWh.

b) Sie müssen jährlich $\left(1050 - \frac{5083}{375}x\right)$ € überweisen.

133/1

$$4 \in \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$$

$$-3 \in \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$$

$$\frac{1}{2}; 1, 2, 3; 1, \bar{2} \in \mathbb{Q}, \mathbb{R}$$

$$\sqrt{2} \in \mathbb{R}$$

133/2

Das Symbol \vee muss eingesetzt werden, denn dann ergibt sich nach Anwendung des Assoziativgesetzes insgesamt die Aussage $(A \vee \bar{A}) \vee (B \vee C)$. Die Aussage $A \vee \bar{A}$ ist aber immer wahr (entweder A oder \bar{A} muss ja wahr sein), also ist die gesamte Aussage auch immer wahr.

133/3

$$-\frac{59}{60}$$

133/4

$$\frac{-27x^2(x-1)}{8}$$

133/5

$$2\sqrt{2} - 2$$