

Verhalten an Polstellen

Gegeben sind die Funktionen mit den Gleichungen $f_1(x) = \frac{1}{x-1}$, $f_2(x) = \frac{-2}{(x-1)^2}$ und $f_3(x) = \frac{x^2 - x}{(x-1)^2}$.

1) Bestimmen Sie jeweils die maximal mögliche Definitionsmenge. Kürzen Sie die Funktionsterme dann soweit wie möglich und ermitteln Sie die Polstellen und die stetig behebbaren Definitionslücken.

2) Skizzieren Sie (z. B. mit Hilfe von Wertetabellen) die Graphen der drei Funktionen (jeden in ein eigenes Koordinatensystem).

3) Versuchen Sie eine allgemeine Regel dafür zu formulieren, wie sich die Graphen von gebrochen-rationalen Funktionen bei Polstellen verhalten. Geben Sie insbesondere an, wie man erkennt, ob die Funktionswerte an der Polstelle das Vorzeichen wechseln oder nicht. Benutzen Sie dabei den Begriff „Vielfachheit einer Nullstelle“.