

## Ergänzungen zur Trigonometrie

### 1) sin und cos in beliebigen Dreiecken

In beliebigen Dreiecken (also auch in nicht rechtwinkligen!) mit den Seitenlängen  $a$ ,  $b$ ,  $c$  und den Winkeln  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  gelten immer die Sinus- und die Cosinus-Sätze:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

### 2) Additionstheoreme (siehe Formelsammlung)

Für beliebige Winkel  $\alpha$ ,  $\beta$  gilt immer:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Als Spezialfälle folgen daraus die „Doppelwinkelformeln“:

$$\sin(2\alpha) = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$
$$\cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

Damit und mit dem „trigonometrischen Pythagoras“ findet man dann die „Halbwinkelformeln“:

$$\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1}{2}(1 - \cos \alpha)$$
$$\cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1}{2}(1 + \cos \alpha)$$