

# Tipps zum Integrieren

als erstes immer: In die Formelsammlung schauen, ob das Integral da evtl. sogar drin steht! Rechenregeln für Integrale verwenden! (Integral einer Summe = Summe der Integrale; konstante Faktoren kann man rausziehen)

## häufig:

\* gebrochenrational: siehe eigenes Blatt

\*  $\sin^2$  oder  $\cos^2$  (und andere gerade Potenzen): Formel aus Formelsammlung verwenden! (alternativ: einmal partiell Integrieren, trigonometrischen Pythagoras verwenden, dann Phönix)

\* bei Logarithmusfunktionen oft sinnvoll: Term erst mit Logarithmenrechenregeln zerlegen (auch beim Ableiten!)

$$\begin{aligned} \text{(z. B.: } \int \ln \frac{x+1}{x-1} dx &= \int \ln(x+1) dx - \int \ln(x-1) dx \\ &= (x+1) \ln(x+1) - (x+1) - (x-1) \ln(x-1) + (x-1) + C \end{aligned}$$

\* bei Brüchen mit Exponentialfunktionen oft sinnvoll: geeignet erweitern oder kürzen (auch beim Ableiten!)

$$\text{(z. B.: } \int \frac{1}{e^{x+1}} dx = \int \frac{e^{-x}}{1+e^{-x}} dx = \int \frac{-(1+e^{-x})'}{1+e^{-x}} dx = -\ln(1+e^{-x}) + C = \ln \frac{1}{1+e^{-x}} + C = \ln \frac{e^x}{e^x+1} + C \text{)}$$

\* ganzrational  $\cdot e^{ax+b}$  oder  $\cdot \sin(ax+b)$  oder  $\cdot \cos(ax+b)$ : partielle Integration, dabei die ganzrationale Funktion ableiten

\* rational  $\cdot \ln(\dots)$  oder rational  $\cdot \arctan(\dots)$ : partielle Integration, dabei den  $\ln$  bzw.  $\arctan$  ableiten

\* Integrand ist Funktion, deren Ableitung man schon kennt / halbwegs leicht berechnen kann: 1 einfügen, partielle Integration, dabei die 1 aufleiten; sinnvoll z. B. bei  $\ln$  oder Arcusfunktion von rationaler Funktion oder Wurzel davon

\*  $f' \cdot f$ : partielle Integration (einmal), Phönix; oder:  $u = f(x)$  substituieren

\*  $\sin(ax+b) \cdot e^{cx+d}$  oder  $\sin(ax+b) \cdot \cos(cx+d)$  o.ä.: partielle Integration (i. A. zweimal), Phönix

\* Verkettung multipliziert mit Ableitung der inneren Funktion bzw. Vielfache davon (o. ä.): innere Funktion substituieren

## sollte eigentlich nicht vorkommen:

\* Wurzel  $(a^2 - x^2)^n$ : versuchen,  $a \cdot \sin(u)$  oder  $a \cdot \cos(u)$  zu substituieren

\* ganzrational verkettet mit  $\sin(x)$  oder  $\cos(x)$ : versuchen,  $\cos(x)$  oder  $\sin(x)$  zu substituieren (also immer genau anders herum!); gerade Potenzen: siehe oben

\* rational verkettet mit  $\sin(x)$  und/oder  $\cos(x)$ : evtl. klappt auch hier,  $\cos(x)$  oder  $\sin(x)$  zu substituieren; ansonsten: Trick von Weierstraß ( $u = \tan(x/2)$ ) substituieren)