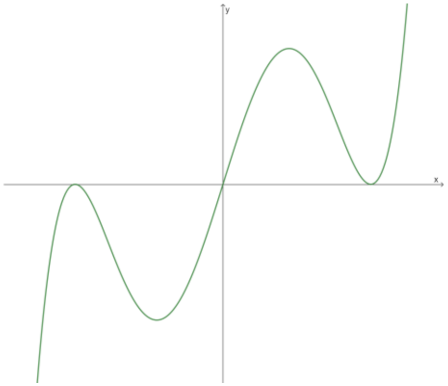
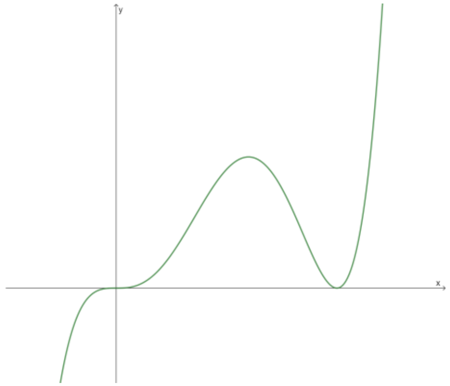
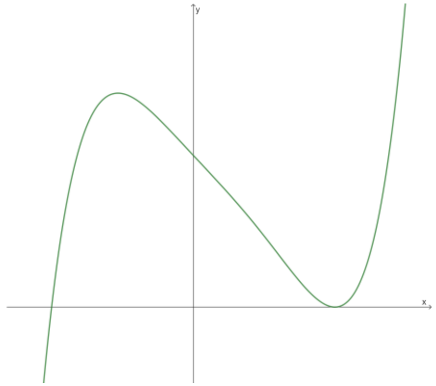
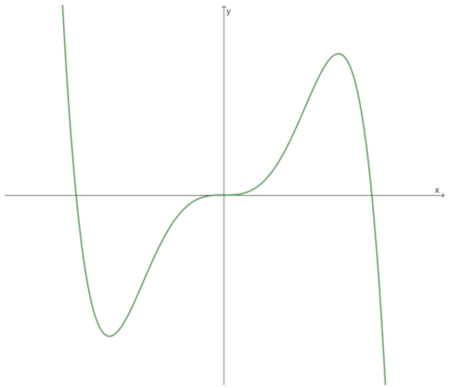
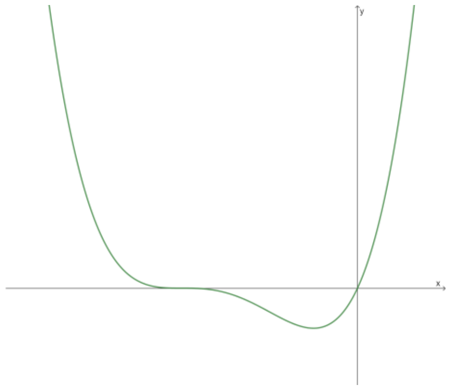
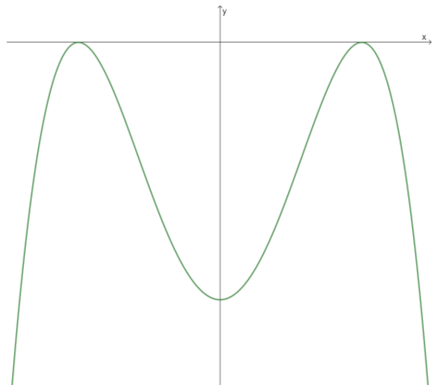
Ganzrationale Funktionen: Beispiele und wichtige Eigenschaften

Beispiele:

1) $f(x) = 5\cdot x\cdot(x+1)^2\cdot(x-1)^2$ $= 5x^5 - 10x^3 + 5x$ 	3) $f(x) = 20\cdot x^3\cdot(x-1)^2$ $= 20x^5 - 40x^4 + 20x^3$ 	5) $f(x) = (x^2+1)\cdot(x+1)\cdot(x-1)^2$ $= x^5 - x^4 - x + 1$ 
2) $f(x) = -2\cdot x^3\cdot(x+1)\cdot(x-1)$ $= -2x^5 + 2x^3$ 	4) $f(x) = x\cdot(x+1)^3$ $= x^4 + 3x^3 + 3x^2 + x$ 	6) $f(x) = -(x+1)^2\cdot(x-1)^2$ $= -x^4 + 2x^2 - 1$ 

Bitte wenden!

Symmetrie:

Treten im Funktionsterm einer ganzrationalen Funktion nur auf, so ist sie gerade (Graph symmetrisch), treten nur auf, so ist sie ungerade (Graph symmetrisch).

Verhalten bei Nullstellen:

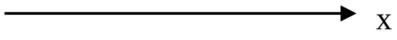
Ist der Funktionsterm gegeben als ein Produkt von Linearfaktoren (von denen manche auch mehrfach vorkommen können) und evtl. einer ganzrationalen Funktion g ohne Nullstellen, also

$$f(x) = (x - x_1)^{k_1} \cdot (x - x_2)^{k_2} \cdot \ldots \cdot g(x),$$

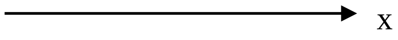
so sind x_1, x_2, ... die Nullstellen. Die Zahlen k_1, k_2, ... heißen die Vielfachheiten der Nullstellen.

Hat eine Nullstelle ungerade Vielfachheit, so der Graph die x-Achse an dieser Stelle (für $k \geq 3$ waagrecht), und die Funktionswerte wechseln ihr Vorzeichen (VZW); hat eine Nullstelle gerade Vielfachheit, so der Graph die x-Achse an dieser Stelle (kein VZW):

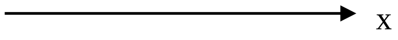
k = 1



k = 3, 5, ...



k = 2, 4, ...



Verhalten für $x \to \pm\infty$ / Grenzverhalten / Verhalten am Rand von D_f / Globalverlauf:

„Ganz links“ und „ganz rechts“ im Graphen ist nur der Summand mit der Potenz wichtig: der Funktionsgraph verläuft dort wie der Graph von

Vorteile der beiden Formen:

faktorisierte Form: ablesen

normale Form: ablesen