Beweis:
Die Graphen kubischer Funktionen sind symmetrisch zu ihrem Wendepunkt

kubische Funktion: $f(x) = a\,x^3 + b\,x^2 + c\,x + d$ mit $a \neq 0$
==> Ableitungen: $f'(x) = 3\,a\,x^2 + 2\,b\,x + c$; $f''(x) = 6\,a\,x + 2b$

Flachstellen: $6\,a\,x + 2b = 0$ ==> $x_W = -\frac{b}{3a}$ einfach ==> VZW von f " ==> Wendestelle
$y_W = f\left(-\frac{b}{3a}\right) = \ldots = \frac{2b^3}{27a^2} - \frac{bc}{3a} + d$ ==> $\mathrm{WeP}\left(-\frac{b}{3a} \middle| \frac{2b^3}{27a^2} - \frac{bc}{3a} + d\right)$

$f(x_W + h) = a\,(x_W + h)^3 + b\,(x_W + h)^2 + c\,(x_W + h) + d$
$= a\,(x_W^3 + 3\,x_W^2\,h + 3\,x_W\,h^2 + h^3) + b\,(x_W^2 + 2\,x_W\,h + h^2) + c\,(x_W + h) + d$
$= -\frac{b^3}{27a^2} + \frac{b^2}{3a}h - b\,h^2 + a\,h^3 \quad + \quad \frac{b^3}{9a^2} - \frac{2b^2}{3a}h + b\,h^2 \quad - \quad \frac{bc}{3a} + c\,h \quad + d$
$= \frac{2b^3}{27a^2} - \frac{bc}{3a} + d - \frac{b^2}{3a}h + c\,h$
$= y_W - \frac{b^2}{3a}h + c\,h$

$f(x_W - h) = \ldots\ldots\ldots\ldots = y_W + \frac{b^2}{3a}h - c\,h$

==> $\frac{1}{2}\left(f(x_W + h) + f(x_W - h)\right) = \frac{1}{2}(y_W + y_W) = y_W$
==> G_f ist symmetrisch zu WeP

alternativ: $m_W = f'(x_W) = \ldots = -\frac{b^2}{3a} + c$

==> Der Graph von g mit $g(x) = a\,x^3 + m_W\,x$ hat denselben Leitkoeffizienten und dieselbe Steigung im WeP wie der Graph von f, der WeP ist aber der Ursprung – und offensichtlich ist der Graph von g symmetrisch zum Ursprung, also zu seinem WeP.

Außerdem gilt: $g(x - x_W) + y_W = a\,(x - x_W)^3 + m_W\,(x - x_W) + y_W$
$= a\,(x^3 - 3\,x^2\,x_W + 3\,x\,x_W^2 - x_W^3) + m_W\,(x - x_W) + y_W$
$= a\,x^3 + b\,x^2 + \frac{b^2}{3a}x + \frac{b^3}{27a^2} \quad - \frac{b^2}{3a}x + c\,x - \frac{b^3}{9a^2} + \frac{bc}{3a} \quad + \frac{2b^3}{27a^2} - \frac{bc}{3a} + d$
$= a\,x^3 + b\,x^2 + c\,x + d = f(x)$,
d.h. der Graph von f ergibt sich aus dem von g durch Verschieben um x_W in x-Richtung und um y_W in y-Richtung ==> der Graph von f ist symmetrisch zu $\mathrm{WeP}(x_W \mid y_W)$