

Proportionalitäten

Im „Giant Forest“ in Kalifornien steht das größte Lebewesen der Erde: ein Mammutbaum, der sogenannte „General-Sherman-Baum“. Er ist etwa 2500 Jahre alt und 84 m hoch; damit ist er zwar nicht der höchste Baum (eine Montezuma-Zypresse in Mexiko ist sogar 30 m höher), aber der Baum mit dem größten Volumen, nämlich etwa 1500 m^3 .

Beim Anblick dieses Riesen fragt mancher sich unwillkürlich, wie viel er wohl wiegt. Direkt nachwiegen geht natürlich schlecht – aber man kann's ja versuchen auszurechnen... Im Besucherzentrum ist ein Quader ausgestellt, der ein Volumen von $0,02 \text{ m}^3$ hat und 17 kg wiegt.

1) Stellen Sie eine Tabelle auf:

Volumen V in m^3	0,01	0,02	0,03	0,04	2	10	100	1500
Masse m in kg		17						

Wie kommt man jeweils von den Werten in einer Tabellenspalte zu denen in anderen?

Solch ein Zusammenhang zwischen zwei Größen, wie man ihn hier sieht, kommt sehr häufig vor, deshalb bekommt er einen eigenen Namen.

Definition:

Gehört zum 2-, 3-, ..., n-fachen Wert einer Größe x immer auch der 1-, 2-, ..., n-fachen Wert einer anderen Größe y, so heißen die beiden Größen x und y (direkt) proportional zueinander; man schreibt dafür kurz:

$$x \sim y$$

Beachten Sie: Jedem Wert der Größe x wird also ein Wert der Größe y eindeutig zugeordnet – also sind Proportionalitäten spezielle Funktionen!

Beispiele:

- Volumen und Masse (s. o.)
- Zeit und zurückgelegter Weg
- Brötchenanzahl und Preis
- Währungsumrechnungen

2) Suchen Sie mindestens drei weitere Beispiele.

Direkt proportionale Größen haben mehrere wichtige Eigenschaften, die Sie am obigen Beispiel erforschen sollen.

3) Die Tabelle wird erweitert: in einer dritten Zeile sollen Sie nun die Quotienten aus den Werten in den beiden ersten Zeilen eintragen (auf 4 Dezimalen gerundet).

Volumen V in m^3	0,01	0,02	0,03	0,04	2	10	100	1500
Masse m in kg		17						
V / m in m^3 / kg		$0,02 / 17$ $\approx 0,0012$						

Was fällt auf?

4) Wie kann man mit Hilfe des Ergebnisses in (3) zu jedem beliebigen vorgegebenen Volumen die zugehörige Masse berechnen? Stellen Sie eine Formel dafür auf.

5) Bekanntlich kann man zu jeder Funktion einen Graphen zeichnen. Zeichnen Sie also nun ein Koordinatensystem (x-Achse von 0 bis 0,05, in m^3 , y-Achse von 0 bis 90, in kg) und tragen Sie die Wertepaare aus der Tabelle in (1) als Punkte ein. Was fällt auf?