44/1
Gesucht ist der Flächeninhalt eines Rechtecks: A = $\ell \cdot b$
Nebenbedingung: Gesamtlänge des Maschendrahts ist 4,80 m, also $\ell + b = 4{,}8$
➔ … $A(b) = -b^2 + 4{,}8b$ mit $D_A =]0; 4{,}8[$
➔ … $A_{max} = 5{,}76$ m² für $b_{max} = 2{,}4$ m und $\ell_{max} = 2{,}4$ m (d. h. das Rechteck ist ein Quadrat)

44/2
Gesucht ist das Volumen eines Quaders mit quadratischer Grundfläche: $V = G \cdot h = a^2 \cdot h$
Nebenbedingung: Gesamtlänge der Kanten ist 2,40 m, also $8a + 4h = 2{,}4$
➔ … $V(a) = -2a^3 + 0{,}6a^2$ mit $D_V =]0; 0{,}3[$
➔ … $V_{max} = 0{,}008$ m³ für $a_{max} = 0{,}2$ m und $h_{max} = 0{,}2$ m (Es handelt sich also um einen Würfel.)

44/3 vgl. 45/10!
Gesucht ist das Volumen eines Kegels: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$
Nebenbedingung: Hypotenuse des Dreiecks (also Seitenlinie des Kegels), ist 12 cm lang ➔ Satz von Pythagoras verwenden!
➔ … $V(h) = \frac{1}{3}\pi \cdot (-h^3 + 144h)$ mit $D_V =]0; 12[$
➔ … $V_{max} = 128\sqrt{3}\pi \approx 696$ cm³ für $r_{max} = 4\sqrt{6} \approx 9{,}80$ cm und $h_{max} = 4\sqrt{3} \approx 6{,}93$ cm

44/4
Gesucht ist das Volumen einer Pyramide mit quadratischer Grundfläche: $V = \frac{1}{3}a^2 h$
Nebenbedingung: Zeltstangen, also Seitenkanten der Pyramide, sind 3 m lang ➔ Satz des Pythagoras verwenden! (zweimal: einmal im roten, einmal im grünen Dreieck, ineinander einsetzen)
➔ … $V(h) = \frac{2}{3} \cdot (-h^3 + 9h)$ mit $D_V =]0; 3[$
➔ … $V_{max} = 4\sqrt{3} \approx 6{,}93$ m³ für $h_{max} = \sqrt{3} \approx 1{,}73$ m und $a_{max} = 2\sqrt{3} \approx 3{,}46$ m; $G_{max} = 12$ m²

44/5
Gesucht ist jeweils das Volumen eines Zylinders: $V = \pi r^2 h$
Nebenbedingung: Summe aus Länge der Rolle und vierfachem Radius r ist 108 cm bzw. Summe aus Länge der Rolle (h) und Durchmesser (also doppeltem Radius r) ist 68 cm
➔ … $V(r) = 4\pi(-r^3 + 27r^2)$ mit $D_V =]0; 27[$ bzw. $V(r) = 2\pi(-r^3 + 34r^2)$ mit $D_V =]0; 34[$
➔ … $V_{max} = 11664\pi \approx 36644$ cm³ für $h_{max} = 36$ cm und $d_{max} = 36$ cm
bzw. $V_{max} = \frac{314\,432}{27}\pi \approx 36586$ cm³ für $h_{max} = \frac{68}{3}$ cm und $d_{max} = \frac{136}{3}$ cm

45/6
Gesucht ist das Volumen eines Zylinders: $V = \pi r^2 h$
Nebenbedingung: Käse passt unter die Halbkugel, d. h. Länge der Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, bei dem die eine Hypotenuse r und die andere h ist, ist 10 cm ➔ Satz des Pythagoras verwenden! ➔ … $V(h) = \pi(-h^3 + 100h)$ mit $D_V =]0; 10[$
➔ … $V_{max} = \frac{2000}{9}\sqrt{3}\,\pi \approx 1209$ cm³ für $h_{max} = \frac{10}{3}\sqrt{3}$ cm und $r_{max} = \frac{10}{3}\sqrt{6}$ cm

45/7
Gesucht ist der Flächeninhalt eines Rechtecks: $A = a \cdot b$
Nebenbedingung: Der obere rechte Punkt P(a|b) liegt auf dem Graph der Funktion f, d. h. b = f(a);
a muss dabei so gewählt werden, dass P auf der Platte liegt ➔ … $90 \leq a \leq 120$
➔ … $A(a) = -\frac{2}{3}a^2 + 240a$ mit $D_A = [90; 120]$
➔ … $A_{max} = 19200$ cm² für $a_{max} = 120$ cm, $b_{max} = 160$ cm

45/8
Gesucht ist das Volumen eines Kegels: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$
Nebenbedingung: Der Kegel soll aus der Kugel gefertigt werden, siehe Skizze ➔ Satz von Pythagoras verwenden! (Die eine Kathete hat offensichtlich die Länge r; bei der anderen muss man beachten, dass man die Länge der Strecke oberhalb des Mittelpunkts ja auch kennt.)
➔ … $V(h) = \frac{1}{3}\pi \cdot (-h^3 + 18h^2)$ mit $D_V =]0; 18[$
➔ … $V_{max} = 288\pi \approx 905$ cm³ für $r_{max} = 6\sqrt{2} \approx 8{,}49$ cm und $h_{max} = 12$ cm

45/9
Gesucht ist der Flächeninhalt eines Rechtecks: A = $a \cdot b = 2x \cdot b$
Nebenbedingung: Der obere rechte Punkt P(x|y=b) liegt auf dem Graph von f, d. h. b = f(x); x muss dabei zwischen 0 und der ersten positiven Nullstelle von f liegen
➔ … $A(x) = \frac{2}{25}x^5 - \frac{4}{3}x^3 + \frac{18}{5}x$ mit $D_A =]0; \approx 1{,}84[$
➔ … $A_{max} = \frac{176}{75}$ für $a_{max} = 2$ und $b_{max} = \frac{88}{75}$

45/10 vgl. 44/3!
a) Gesucht ist das Volumen eines Kegels: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$
Nebenbedingung: Seitenlinie des Kegels ist 12 cm lang ➔ Satz von Pythagoras verwenden!
➔ … $V(h) = \frac{1}{3}\pi \cdot (-h^3 + 144h)$ mit $D_V =]0; 12[$
➔ … $V_{max} = 128\sqrt{3}\pi \approx 696$ cm³ für $r_{max} = 4\sqrt{6} \approx 9{,}80$ cm und $h_{max} = 4\sqrt{3} \approx 6{,}93$ cm
b) h kann beliebig groß werden ==> V kann beliebig groß werden

45/11
a) $p(x) = -0{,}08x^2 + 8$
c) Gesucht ist der Flächeninhalt eines Rechtecks: A = $b \cdot h = 2u \cdot h$
Nebenbedingung: Der rechte obere Punkt P(x=u|y=h+3) liegt auf dem Graph von p, d. h. h = p(u) – 3
➔ … $A(u) = -0{,}16u^3 + 10u$ mit $D_A = \left]0; \frac{5}{2}\sqrt{10}\right[$
➔ … $A_{max} \approx 30{,}43$ m² für $u_{max} \approx 4{,}56$ m, $h_{max} \approx 3{,}33$ m, $b_{max} \approx 9{,}13$ m

46/12
d) Gesucht ist das Volumen eines Quaders mit quadratischer Grundfläche: V = t·h·b = t·h·15
Nebenbedingung: Der Container passt unter dem Bogen durch, d. h. der obere rechte Punkt P(x=t/2|y=h+1) liegt auf dem Graph von f, d. h. h = f(t/2) – 1
➔ … $V(t) = -t^3 + 300t$ mit $D_V =]0; 1{,}5\sqrt{35}[$
➔ … $V_{max} = 2000\ \ell$ für $t_{max} = 10$ dm und $h_{max} = 13{,}\overline{3}$ dm

46/13
b) Gesucht ist der Flächeninhalt eines Rechtecks: A = $u \cdot v$
Nebenbedingung: Der obere rechte Punkt P(u|v) liegt auf dem Graph von f, d. h. v = f(u); u muss dabei zwischen 0 und der ersten positiven Nullstelle von f liegen
➔ … $A(u) = -\frac{1}{4}u^4 + \frac{27}{8}u$ mit $D_A =]0; \frac{3}{\sqrt[3]{2}} \approx 2{,}38[$
➔ … $A_{max} = \frac{243}{64} \approx 3{,}80$ für $u_{max} = \frac{3}{2}$ und $v_{max} = \frac{81}{32}$

c) Gesucht ist der Umfang eines Rechtecks: A = $2u + 2v$
Nebenbedingung: Der obere rechte Punkt P(u|v) liegt auf dem Graph von f, d. h. v = f(u); u muss dabei zwischen 0 und der ersten positiven Nullstelle von f liegen
➔ … $U(u) = -\frac{1}{2}u^3 + 2u + \frac{27}{4}$ mit $D_U = [0; \frac{3}{\sqrt[3]{2}} \approx 2{,}38]$
➔ … $U_{max} = \frac{8}{9}\sqrt{3} + \frac{27}{4} \approx 8{,}29$ für $u_{max} = \frac{2}{3}\sqrt{3} \approx 1{,}15$ und $v_{max} = -\frac{2}{9}\sqrt{3} + \frac{27}{8} \approx 2{,}99$

46/14
Gesucht ist der Flächeninhalt eines Dreiecks: A = $\frac{1}{2}gh$
Nebenbedingung: A ist der y-Achsenschnittpunkt, also A(0|3); B liegt auf der x-Achse, also B(x=h|0); C(x=h|y=g) liegt auf dem Graph von f, also g = f(h); x muss dabei zwischen 0 und der ersten positiven Nullstelle von f liegen
➔ … $A(h) = -0{,}1h^3 + 0{,}2h^2 + 1{,}5h$ mit $D_A =]0; 5[$
➔ … $A_{max} = 3{,}6$ für C(3|2,4)

46/15
Gesucht ist der Flächeninhalt eines Rechtecks: A = $b \cdot h$
Nebenbedingung: $\frac{b}{4-h} = \frac{3}{4}$ (2. Strahlensatz bzw. Vierstreckensatz)
➔ … $A(h) = 3h - \frac{3}{4}h^2$ mit $D_A =]0; 4[$
➔ … $A_{max} = 3$ für $b_{max} = 1{,}5$ und $h_{max} = 2$ (füllt dann 50% der Wandfläche aus)