

1. a) Hier wurden einfach (Einer-)Ziffern gegeneinander gekürzt. Das wäre im Prinzip so etwas wie Kürzen in Summen: $\frac{12}{22} = \frac{10+2}{22+2}$ bzw. $\frac{26}{156} = \frac{20+6}{150+6}$, und dann wurden in diesen Summen eben die Zweier bzw. die Sechser „gekürzt“ (und das noch nicht mal richtig, weil eigentlich nach dem Kürzen Einsen übrig bleiben müssten; stattdessen wurden die Zweier bzw. Sechser einfach weggelassen). Richtig Kürzen kann man nur in Produkten, denn man nutzt letztlich aus, dass man den Bruch als ein Produkt aus zwei Brüchen schreiben kann, wobei der zweite Bruch eben den Wert 1 hat:

$$\frac{12}{22} = \frac{6 \cdot 2}{11 \cdot 2} = \frac{6}{11} \cdot \frac{2}{2} = \frac{6}{11} \cdot 1 = \frac{6}{11} \text{ bzw. } \frac{26}{156} = \frac{1 \cdot 26}{6 \cdot 26} = \frac{1}{6} \cdot \frac{26}{26} = \frac{1}{6} \cdot 1 = \frac{1}{6}$$

b) $\frac{3 \cdot 7}{6 \cdot 10} = \frac{21}{60} = \frac{1 \cdot 7}{2 \cdot 10} = \frac{7}{20}$ hier kann man schon vorher kürzen; $\frac{3+7}{6 \cdot 10} = \frac{10}{60} = \frac{1}{6}$

c) $T(1) = 2$; $T(3) = 1$

Wenn man „halb richtig“ kürzt und aus den x jeweils eine Eins macht (was natürlich auch eigentlich schon falsch ist, denn im Zähler steht ja eine Summe!), erhält man $T(x) = \frac{1+3}{2 \cdot 1} = \frac{4}{2} = 2$. Die meisten Leute kürzen aber noch falscher und lassen die x (und das Pluszeichen) einfach weg, schreiben also $T(x) = \frac{3}{2}$ hin. Im ersten Fall wäre nun $T(1) = 2$ und $T(3) = 2$, im zweiten Fall wäre nun $T(1) = \frac{3}{2}$ und $T(3) = \frac{3}{2}$. In beiden Fällen sieht man, dass der Term nach dem Kürzen falsch sein muss, denn es ergeben sich ja nicht dieselben Werte wie vor dem Kürzen – also sind die Terme eben nicht äquivalent.

2. a) $\frac{21}{35}$; $D = D' = \mathbb{R}$ b) $\frac{7x^2}{11x}$; $D = \mathbb{R}, D' = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ c) $\frac{a+b}{2}$; $D = D' = \mathbb{R}$
d) $\frac{3x}{6x^2}$; $D = D' = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ e) $\frac{2x^2+2x}{x^2-1}$; $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}, D' = \mathbb{R} \setminus \{1, -1\}$ f) $\frac{2x^2-2x}{(x-1)^2}$; $D = D' = \mathbb{R} \setminus \{1\}$
h) $\frac{x^2-9}{(x+3)^2}$; $D = D' = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$ i) $\frac{2x}{2}$; $D = D' = \mathbb{R}$ k) $\frac{2x}{x}$; $D = \mathbb{R}, D' = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
l) $\frac{x^2}{x}$; $D = \mathbb{R}, D' = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ m) $\frac{x^2-1}{x-1}$; $D = \mathbb{R}, D' = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

In manchen Fällen hat man Glück, aber bei bekm wird durch das Erweitern die Definitionsmenge jeweils kleiner. (Das heißt umgekehrt natürlich auch: Durch Kürzen kann die Definitionsmenge größer werden! Das ist in der 12. Klasse (T) bzw. 13. Klasse (W,S) wichtig; Stichworte „stetig behebbarer Definitionslücken“, „stetige Fortsetzung“.)

3. a) $\frac{ac-ab}{b}$ b) $\frac{1-ab}{b}$ c) $\frac{a-b}{b}$ d) $3b-4a$ e) $\frac{3b-4a}{36 \cdot 2b^2}$ f) $\frac{15a^3-4ab^2}{6}$ g) $\frac{(x+y)^2}{xy}$ h) $\frac{1}{xy}$ i) $\frac{1}{xy}$ k) $\frac{x+1}{x-1}$
l) $a^2x^2 - ax + 1$ m) $\frac{y^2-x^2}{x^2y^2}$ n) $\frac{gb}{b+g}$ o) $\frac{y+x}{y-x}$ p) 2

4. a) $\frac{1}{x+3}$ b) $\frac{x^2+4}{(x+2)^2}$ c) $\frac{x+1}{x-1}$ d) $\frac{2}{y(y+1)}$ e) $\frac{p+5}{p-5}$ f) $\frac{a}{a^2-49}$

5. a) Punkt vor Strich b) D-Gesetz; binomische Formel c) falsch erweitert (multiplizieren!)
d) in Summe gekürzt