Lineare Gleichungen mit Parameter lösen

(wenn nach der Variable x aufzulösen ist)

Allgemein	Beispiel: $t^2 x - 4 = 2tx - t^2$ mit $t \in \mathbb{R}$
1. Summanden mit x auf die linke Seite, Konstanten auf die rechte Seite bringen.	$t^2 x - 4 = 2tx - t^2 \quad \mid -2tx + 4$ $\Longrightarrow \quad t^2 x - 2tx = -t^2 + 4$
2. linke Seite zusammenfassen (x ausklammern)	$(t^2 - 2t) \cdot x = -t^2 + 4$
3. überprüfen: kann der Vorfaktor von x gleich 0 werden? wenn ja: Fallunter-scheidung nötig! (weil man ja dadurch teilen müsste!)	*kann $t^2 - 2t = 0$ sein? ja, für $t = 0$ oder $t = 2$*
4. Die Fälle, für die der Vorfaktor gleich 0 wird, einzeln anschauen: den jeweiligen Wert des Parameters in die Gleichung einsetzen und überprüfen, ob die Gleichung dann keine Lösung hat (falsche Aussage, z. B. 0 = 1) oder unendlich viele Lösungen (wahre Aussage, z. B. 0 = 0)	Fallunterscheidung: 1) $t^2 - 2t = 0$, also $t = 0$ oder $t = 2$: 1a) $t = 0$: $\quad 0 \cdot x = -0^2 + 4 \Longrightarrow 0 = 4$ $\Longrightarrow$ keine Lösung ($L = \{\}$) 1b) $t = 2$: $\quad 0 \cdot x = -2^2 + 4 \Longrightarrow 0 = 0$ $\Longrightarrow$ unendlich viele Lösungen ($L = \mathbb{R}$)
5. Für alle anderen Werte des Parameters die Gleichung allgemein lösen; das Ergebnis so weit wie möglich vereinfachen! (z. B. in einem Bruch Zähler und Nenner faktorisieren und den Bruch dann kürzen)	2) $t \neq 0$ und $t \neq 2$: $(t^2 - 2t) \cdot x = -t^2 + 4 \quad \mid : (t^2 - 2t) \neq 0$ $x = \frac{-t^2 + 4}{t^2 - 2t} = \frac{-(t+2)(t-2)}{t\,(t-2)} = -\frac{t+2}{t}$ $\left(= -\frac{t}{t} - \frac{2}{t} = -1 - \frac{2}{t}\right)$

Lineare Gleichungen mit Parameter lösen

(wenn nach der Variable x aufzulösen ist)

Allgemein	Beispiel: $t^2 x - 4 = 2tx - t^2$ mit $t \in \mathbb{R}$
1. Summanden mit x auf die linke Seite, Konstanten auf die rechte Seite bringen.	$t^2 x - 4 = 2tx - t^2 \quad \mid -2tx + 4$ $\Longrightarrow \quad t^2 x - 2tx = -t^2 + 4$
2. linke Seite zusammenfassen (x ausklammern)	$(t^2 - 2t) \cdot x = -t^2 + 4$
3. überprüfen: kann der Vorfaktor von x gleich 0 werden? wenn ja: Fallunter-scheidung nötig! (weil man ja dadurch teilen müsste!)	*kann $t^2 - 2t = 0$ sein? ja, für $t = 0$ oder $t = 2$*
4. Die Fälle, für die der Vorfaktor gleich 0 wird, einzeln anschauen: den jeweiligen Wert des Parameters in die Gleichung einsetzen und überprüfen, ob die Gleichung dann keine Lösung hat (falsche Aussage, z. B. 0 = 1) oder unendlich viele Lösungen (wahre Aussage, z. B. 0 = 0)	Fallunterscheidung: 1) $t^2 - 2t = 0$, also $t = 0$ oder $t = 2$: 1a) $t = 0$: $\quad 0 \cdot x = -0^2 + 4 \Longrightarrow 0 = 4$ $\Longrightarrow$ keine Lösung ($L = \{\}$) 1b) $t = 2$: $\quad 0 \cdot x = -2^2 + 4 \Longrightarrow 0 = 0$ $\Longrightarrow$ unendlich viele Lösungen ($L = \mathbb{R}$)
5. Für alle anderen Werte des Parameters die Gleichung allgemein lösen; das Ergebnis so weit wie möglich vereinfachen! (z. B. in einem Bruch Zähler und Nenner faktorisieren und den Bruch dann kürzen)	2) $t \neq 0$ und $t \neq 2$: $(t^2 - 2t) \cdot x = -t^2 + 4 \quad \mid : (t^2 - 2t) \neq 0$ $x = \frac{-t^2 + 4}{t^2 - 2t} = \frac{-(t+2)(t-2)}{t\,(t-2)} = -\frac{t+2}{t}$ $\left(= -\frac{t}{t} - \frac{2}{t} = -1 - \frac{2}{t}\right)$