Lineare Gleichungen mit Parameter lösen

(wenn nach der Variable x aufzulösen ist)

Allgemein	Beispiel 1: $ax + 3 = -x - 1$ mit $a \in \mathbb{R}$	Beispiel 2: $2kx + 3k = 6x + 9$ mit $k \in \mathbb{R}$
1. Summanden mit x auf die linke Seite, Konstanten auf die rechte Seite bringen.	$ax + 3 = -x - 1 \quad \mid +x - 3$ ==> $ax + x = -4$	$2kx + 3k = 6x + 9 \quad \mid -6x - 3k$ ==> $2kx - 6x = 9 - 3k$
2. linke Seite zusammenfassen (x ausklammern)	$(a + 1) \cdot x = -4$	$(2k - 6) \cdot x = 9 - 3k$
3. als Nebenrechnung überprüfen (kann man oft im Kopf machen!): kann der Vorfaktor von x (also die Steigung m der Gerade) gleich 0 werden? wenn ja: Fallunter-scheidung nötig! (weil man ja dadurch teilen müsste!)	*NR: kann $m = 0$ sein?* $a + 1 = 0$ $a = -1$	*NR: kann $m = 0$ sein?* $2k - 6 = 0$ $2k = 6$ $k = 3$
4. Die Fälle, für die der Vorfaktor gleich 0 wird, einzeln anschauen: den jeweiligen Wert des Parameters in die Gleichung einsetzen und überprüfen, ob die Gleichung dann keine Lösung hat (falsche Aussage, z. B. 0 = 1) oder unendlich viele Lösungen (wahre Aussage, z. B. 0 = 0)	Fallunterscheidung: 1) $m = 0$ ==> $a + 1 = 0$ ==> $a = -1$: $0 \cdot x = -4$ ==> $0 = -4$ ==> keine Lösung ($L = \{\}$)	Fallunterscheidung: 1) $m = 0$ ==> $2k - 6 = 0$ ==> $k = 3$: $0 \cdot x = 9 - 3 \cdot 3$ ==> $0 = 0$ ==> unendlich viele Lösungen ($L = \mathbb{R}$)
5. Für alle anderen Werte des Parameters die Gleichung allgemein lösen; das Ergebnis so weit wie möglich vereinfachen! (z. B. in einem Bruch Zähler und Nenner faktorisieren und den Bruch dann kürzen)	2) $m \neq 0$ ==> $a + 1 \neq 0$ ==> $a \neq -1$: $(a + 1) \cdot x = -4 \quad \mid :(a + 1) \neq 0$ $x = \frac{-4}{a+1}$ *(weiteres Vereinfachen nicht möglich)*	2) $m \neq 0$ ==> $2k - 6 \neq 0$ ==> $k \neq 3$: $(2k - 6) \cdot x = 9 - 3k \quad \mid :(2k - 6) \neq 0$ $x = \frac{9-3}{2k-6} = \frac{-3(-3+k)}{2\,(k-3)} = -\frac{3}{2}$