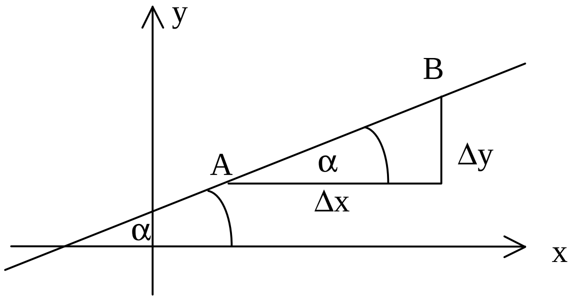
Lineare Funktionen

Lineare Funktionen haben Terme der Form $f(x) = mx + c$, also Gleichungen der Form $y = mx + c$ (oder auch: „implizite Form“ $ax + by + c = 0$). Ihre maximal mögliche Definitionsmenge ist $\mathbb{D} = \mathbb{R}$, die Wertemenge ist dann ebenfalls $\mathbb{W} = \mathbb{R}$. Ihre Graphen sind (nicht senkrechte!) Geraden.

- c ist der y-Achsenabschnitt, d. h. die Gerade schneidet die y-Achse in $S_y(0|c)$.
- m ist die Steigung; sie kann mit Hilfe eines Steigungsdreiecks berechnet werden:



$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$$

(Reihenfolge der Punkte ist also egal!
aber wichtig: y oben, x unten!)

Zusammenhang mit Steigungswinkel: *(nur Technik!)*

$$m = \tan \alpha$$

Ist $m > 0$, so steigt die Gerade; ist $m < 0$, so fällt sie (***wichtig!***); je größer $|m|$ ist, desto steiler verläuft die Gerade. Anschaulich gibt die Steigung an, um wie viel sich y verändert, wenn sich x um eine Einheit verändert.

- Verläuft eine Gerade durch den Punkt $P(x_0|y_0)$ und hat die Steigung m, so kann man ihre Gleichung in der <u>Punktsteigungsform</u> schreiben: $y = m(x - x_0) + y_0$
- Schnittpunkte mit den Achsen:
    - den Schnittpunkt mit der y-Achse kann man direkt ablesen (siehe y-Achsenabschnitt)
    - den Schnittpunkt mit der x-Achse muss man berechnen: Funktionsterm gleich 0 setzen, lineare Gleichung lösen (also Nullstelle x_0 berechnen!); der Schnittpunkt ist dann $S_x(x_0|0)$
    - *oder: in der normalen Gleichung m ausklammern, sie also in die Form $y = m(x - x_0)$ bringen; dann ist x_0 die Nullstelle*
    - *oder: implizite Form zu $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ umformen; dann sind a und b die Schnittstellen mit den Achsen*
- besondere Geraden:
    - Geraden mit Gleichungen der Form $x = a$ (mit beliebigem $a \in \mathbb{R}$) verlaufen senkrecht (vertikal), also parallel zur y-Achse; solche Geraden stellen ***keine*** Funktionen dar!
    - Geraden mit Gleichungen der Form $y = b$ (mit beliebigem $b \in \mathbb{R}$) verlaufen waagrecht (horizontal; ***wichtig!***), also parallel zur x-Achse; solche Geraden stellen lineare Funktionen mit $m = 0$ dar (auch konstante Funktionen genannt).
    - Geraden mit Gleichungen der Form $y = mx$ (mit beliebigem $m \in \mathbb{R}$) verlaufen durch den Ursprung, heißen also Ursprungsgeraden; solche Geraden stellen lineare Funktionen mit $c = 0$ dar (auch Proportionalitäten genannt).
    - Die Geraden mit den Gleichungen $y = x$ bzw. $y = -x$ verlaufen durch den Ursprung und halbieren jeweils den I. und III. bzw. den II. und IV. Quadranten; sie heißen Winkelhalbierende. Sie stellen lineare Funktionen mit $b = 0$ und $m = 1$ bzw. -1 dar.
- Lage von Geraden zueinander:
    - Sind die Steigungen zweier Geraden gleich ($m_1 = m_2$), so verlaufen sie parallel zueinander.
    - Ist die Steigung der einen Geraden der negative Kehrwert der Steigung der anderen Geraden ($m_2 = -1/m_1$), bzw. äquivalent dazu: ist das Produkt der Steigungen gleich -1 ($m_1 \cdot m_2 = -1$), so stehen sie senkrecht aufeinander.
- Geradengleichungen aufstellen:
    - wenn die Steigung und ein Punkt gegeben sind: Geradengleichung allgemein hinschreiben, Punkt einsetzen, y-Achsenabschnitt ausrechnen
    - wenn die Gerade parallel zu einer gegebenen sein soll: selbe Steigung!
    - wenn die Gerade senkrecht zu einer gegebenen sein soll: negativer Kehrwert der Steigung!
    - wenn zwei Punkte gegeben sind: Steigung mit Formel ausrechnen, dann weiter wie oben
- Schnitt von Geraden: Funktionsterme gleichsetzen; lineare Gleichung lösen ➔ x-Wert des Schnittpunkts; diesen in einen der beiden Funktionsterme einsetzen ➔ y-Wert des Schnittpunkts