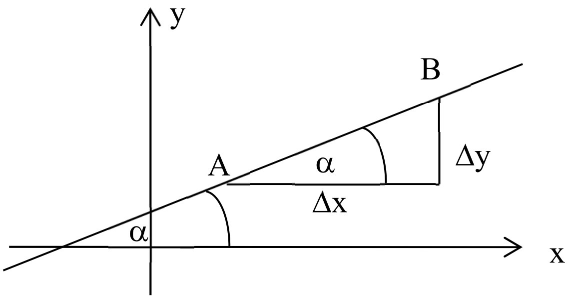
Lineare Funktionen

Lineare Funktionen haben Terme der Form f(x) = mx + t, also Gleichungen der Form y = mx + t *(oder auch: „implizite Form" ax + by + c = 0)*. Ihre maximal mögliche Definitionsmenge ist $D_f = \mathbb{R}$, die Wertemenge ist (für m ≠ 0) dann ebenfalls $W_f = \mathbb{R}$. Ihre Graphen sind (nicht senkrechte!) Geraden.

- t ist der y-Achsenabschnitt, d. h. die Gerade schneidet die y-Achse in $S_y(0|t)$.
- m ist die Steigung; sie kann mit Hilfe eines Steigungsdreiecks berechnet werden:



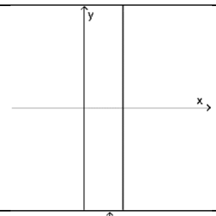
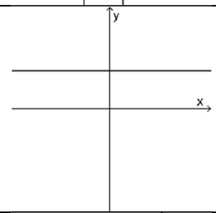
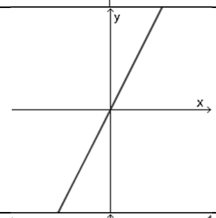
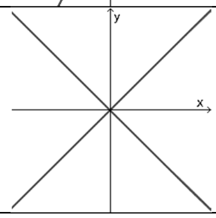
$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$$

(Reihenfolge der Punkte ist also egal!
aber wichtig: y oben, x unten!)

Zusammenhang mit Steigungswinkel: m = tan α

Ist m > 0, so steigt die Gerade; ist m < 0, so fällt sie (***wichtig!***); je größer |m| (d. h. der Wert von m *ohne* Vorzeichen) ist, desto steiler verläuft die Gerade. Anschaulich gibt die Steigung an, um wie viel sich y verändert, wenn sich x um eine Einheit verändert.

- besondere Geraden:

Geraden mit Gleichungen der Form x = a (mit beliebigem a ∈ ℝ) verlaufen senkrecht (vertikal), also parallel zur y-Achse; solche Geraden stellen ***keine*** Funktionen dar!	
Geraden mit Gleichungen der Form y = t (mit beliebigem t ∈ R) verlaufen waagrecht (horizontal; ***wichtig!***), also parallel zur x-Achse; solche Geraden stellen lineare Funktionen mit m = 0 dar (auch konstante Funktionen genannt). Diese Funktionen haben immer entweder überhaupt keine Nullstelle (für t ≠ 0) oder sogar unendlich viele (für t = 0).	
Geraden mit Gleichungen der Form y = mx (mit beliebigem m ∈ ℝ) verlaufen durch den Ursprung, heißen also Ursprungsgeraden; solche Geraden stellen lineare Funktionen mit t = 0 dar (auch Proportionalitäten genannt).	
Die Geraden mit den Gleichungen y = x bzw. y = –x verlaufen durch den Ursprung und halbieren jeweils den I. und III. bzw. den II. und IV. Quadranten; sie heißen Winkelhalbierende. Sie stellen lineare Funktionen mit t = 0 und m = 1 bzw. –1 dar.	

- Schnittpunkte mit den Achsen:
  - den Schnittpunkt mit der y-Achse kann man direkt ablesen (siehe y-Achsenabschnitt)
  - den Schnittpunkt mit der x-Achse muss man berechnen: Funktionsterm gleich 0 setzen, lineare Gleichung lösen (also Nullstelle x_0 berechnen!); der Schnittpunkt ist dann $N(x_0|0)$

- Schnitt von Geraden: Funktionsterme gleichsetzen; lineare Gleichung lösen ➔ x-Wert des Schnittpunkts; diesen in einen der beiden Funktionsterme einsetzen ➔ y-Wert des Schnittpunkts

- Lage von Geraden zueinander:
    - Sind die Steigungen zweier Geraden gleich ($m_1 = m_2$), so verlaufen sie parallel zueinander.
    - Ist die Steigung der einen Geraden der negative Kehrwert der Steigung der anderen Geraden ($m_2 = -1/m_1$), bzw. äquivalent dazu: ist das Produkt der Steigungen gleich –1 ($m_1 \cdot m_2 = -1$), so stehen sie senkrecht aufeinander.

- Verläuft eine Gerade durch den Punkt $P(x_0|y_0)$ und hat die Steigung m, so kann man ihre Gleichung in der <u>Punktsteigungsform</u> schreiben: $y = m\,(x - x_0) + y_0$