aus Abschlussprüfung 2003-AI

aus Abschlussprüfung 2004-AI

aus Abschlussprüfung 2008-AI

aus Abschlussprüfung 2009-AII

aus Abschlussprüfung 2002-AII

aus Abschlussprüfung 2008-AII

aus Abschlussprüfung 2005-AII

Tipps zu 2003-AI/3.1

Weitergehende Tipps zu 2003-AI/3.1

Lösung zu 2003-AI/3.1

Tipps zu 2003-AI/3.2

Weitergehende Tipps zu 2003-AI/3.2

Lösung zu 2003-AI/3.2

- Suchen Sie aus dem Aufgabentext heraus, was gesucht ist, und schreiben Sie sich die allgemeine Formel dafür auf.
- Suchen Sie aus dem Aufgabentext heraus, was außerdem noch gegeben ist (wichtig ist hier vor allem, dass der Punkt P auf der Parabel liegt).
- Bestimmen Sie damit die fehlenden Größen in der Formel.
- Die Definitionsmenge erhält man, indem man sich anschaut, welche Werte a annehmen kann (auch hier ist wieder wesentlich, dass der Punkt P auf der Parabel liegt).

- Gesucht ist der Flächeninhalt eines Rechtecks; die Formel dafür sollten Sie kennen... (steht aber auch in der Formelsammlung)
- Die eine Seite des Rechtecks (Breite) liegt auf der x-Achse und geht dort von a bis 3; deren Länge in Abhängigkeit von a kann man also sofort angeben. Die andere Seitelänge des Rechtecks (Länge) entspricht dem Abstand des Punkts P von der x-Achse, also der y-Koordinate des Punkts P. Verwenden Sie, dass P auf der Parabel liegt, um diese y-Koordinate zu erhalten.
- In der Aufgabe ist schon angegeben, welche x-Werte für die Parabel möglich sind (Definitionsmenge!); damit erhält man sofort, welche Werte a annehmen kann.

- Flächeninhalt eines Rechtecks: $A = \ell \cdot b$
- Breite: $b = 3 - a$; Länge: $\ell = y_P = g(a) = a^2 + \frac{8}{3}$ (da P auf G_g liegt und $x_P = a$ ist!)
- also: $A(a) = \left(a^2 + \frac{8}{3}\right) \cdot (3 - a) = 3a^2 - a^3 + 8 - \frac{8}{3}a = -a^3 + 3a^2 - \frac{8}{3}a + 8$
- Weil P auf der Parabel liegen soll, muss die x-Koordinate von P, also a, in $\mathbb{D}_g$ liegen. Also: $\mathbb{D}_A = \mathbb{D}_g = \left[0; \sqrt{\frac{10}{3}}\right]$. (als Anhaltspunkt: $\sqrt{\frac{10}{3}} \approx 1{,}83$)

- Bestimmen Sie zunächst das relative Maximum der Funktion A.
- Ermitteln Sie dann, ob dieses relative Maximum der absolut größte Wert ist.

- Bestimmen Sie wie bekannt die Extrempunkte von A: erste Ableitung gleich Null setzen, aus dieser Gleichung die Stellen mit waagrechter Tangente ermitteln, mit der zweiten Ableitung überprüfen, welche dieser Stellen eine Maximalstelle ist, mit der Funktion selbst das relative Maximum berechnen.
- Berechnen Sie die Randwerte und vergleichen Sie mit dem eben berechneten relativen Maximum.

- $A'(a) = -3a^2 + 6a - \frac{8}{3}$; $A''(a) = -6a + 6$
- $A'(a) = 0 \Rightarrow -3a^2 + 6a - \frac{8}{3} \Rightarrow 9a^2 - 18a + 8 = 0 \Rightarrow a_{1,2} = \frac{18 \pm \sqrt{(-18)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 8}}{2 \cdot 9} = \frac{18 \pm 6}{18}$

  $\Rightarrow a_1 = \frac{4}{3}$; $a_2 = \frac{2}{3}$ (beide liegen in der Definitionsmenge)
- $A''\left(\frac{4}{3}\right) = -2 < 0 \Rightarrow$ relative Maximalstelle; $A''\left(\frac{2}{3}\right) = 2 > 0 \Rightarrow$ relative Minimalstelle
- $A\left(\frac{4}{3}\right) \approx 7{,}407 \Rightarrow$ relatives Maximum: 7,407
- Randwerte: $A(0) = 8$; $A\left(\sqrt{\frac{10}{3}}\right) \approx 7{,}046 \Rightarrow$ Das absolute Maximum, nämlich 8, wird für a = 0 angenommen.

Tipps zu 2004-AI/2.1

Weitergehende Tipps zu 2004-AI/2.1

Lösung zu 2004-AI/2.1

Tipps zu 2004-AI/2.2

Weitergehende Tipps zu 2004-AI/2.2

Lösung zu 2004-AI/2.2

- Suchen Sie aus dem Aufgabentext heraus, was gesucht ist, und schreiben Sie sich die allgemeine Formel dafür auf.
- Suchen Sie aus dem Aufgabentext heraus, was außerdem noch gegeben ist (wichtig ist hier vor allem, dass der Punkt P auf der Strecke [CD], also auf der Gerade CD, liegt).
- Bestimmen Sie damit die fehlenden Größen in der Formel.
- Die Definitionsmenge erhält man, indem man sich anschaut, welche Werte a annehmen kann (auch hier ist wieder wesentlich, dass der Punkt P auf der Strecke [CD] liegt).

- Gesucht ist der Flächeninhalt eines Rechtecks; die Formel dafür sollten Sie kennen... (steht aber auch in der Formelsammlung)
- Die eine Seite des Rechtecks (Länge) liegt auf der x-Achse; deren Länge in Abhängigkeit von a kann man direkt ablesen. Die andere Seitelänge des Rechtecks (Breite) entspricht dem Abstand des Punkts P von der x-Achse, also der y-Koordinate des Punkts P. Verwenden Sie, dass P auf der Gerade CD liegt, um diese y-Koordinate zu erhalten; Sie benötigen dafür die Gleichung der Geraden CD.
- Schauen Sie sich an, welche Werte a jeweils haben muss, damit P ganz links (also in D) bzw. ganz rechts (also in C) liegt; diese Werte sind die Intervallgrenzen der Definitionsmenge.

- Flächeninhalt eines Rechtecks: $A = \ell \cdot b$; Länge: $\ell = 10 - a$
- Geradengleichung für CD: $m = \frac{6-4}{6-10} = -\frac{1}{2}$ ➔ $y = -\frac{1}{2}x + b$; C einsetzen: $4 = -\frac{1}{2} \cdot 10 + b$ ➔ $b = 9$ ➔ CD: $y = -\frac{1}{2}x + 9$
- Breite: $b = y_P = -\frac{1}{2}x_P + 9 = -\frac{1}{2}(10 - a) + 9 = \frac{1}{2}a + 4$ (laut Zeichnung ist $x_P = 10 - a$)
- also: $A(a) = (10 - a) \cdot \left(\frac{1}{2}a + 4\right) = 5a + 40 - \frac{1}{2}a^2 - 4a = -\frac{1}{2}a^2 + a + 40 = -\frac{1}{2}\left(a^2 - 2a - 80\right)$
- P = C für a = 0; P = D für a = 10 – 6 = 4 ➔ $\mathbb{D}_A = [0;4]$

- Bestimmen Sie zunächst das relative Maximum der Funktion A.
- Ermitteln Sie dann, ob dieses relative Maximum der absolut größte Wert ist.
- Berechnen Sie den gesamten Flächeninhalt, damit den Abfall und vergleichen Sie mit der Rechtecksfläche.

- Bestimmen Sie wie bekannt die Extrempunkte von A: erste Ableitung gleich Null setzen, aus dieser Gleichung die Stellen mit waagrechter Tangente ermitteln, mit der zweiten Ableitung überprüfen, welche dieser Stellen eine Maximalstelle ist, mit der Funktion selbst das relative Maximum berechnen.
- Berechnen Sie die Randwerte und vergleichen Sie mit dem eben berechneten relativen Maximum.
- oder: A(a) ist eine quadratrische Funktion ➔ bestimmen Sie den Scheitelpunkt der zugehörigen Parabel (z. B. mit quadratischer Ergänzung); dessen y-Koordinate ist der absolut größte Wert
- Den Flächeninhalt des Fünfecks erhält man z. B. als Flächeninhalt eines großen Rechtecks minus Flächeninhalt eines Dreiecks; den Abfall erhält man, indem man die berechnete größte Rechteckfläche davon abzieht; die Prozentzahl erhält man, indem man die Abfallfläche dadurch teilt (und mit 100% multipliziert).

- $A(a) = -\frac{1}{2}\left(a^2 - 2a - 80\right) = -\frac{1}{2}\left(a^2 - 2a + 1^2 - 1^2 - 80\right) = -\frac{1}{2}\left((a-1)^2 - 81\right) = -\frac{1}{2}(a-1)^2 + 40{,}5$
- S(1|40,5) ➔ der absolute größte Flächeninhalt, nämlich 40,5, wird für a = 1 angenommen
- $A_{Fünfeck} = 10 \cdot 6 - 0{,}5 \cdot 4 \cdot 2 = 56$; $A_{Abfall} = 56 - 40{,}5 = 15{,}5$; $15{,}5 : 56 \approx 28\%$

Tipps zu 2008-AI/4.1

Weitergehende Tipps zu 2008-AI/4.1

Lösung zu 2008-AI/4.1

Tipps zu 2008-AI/4.2

Weitergehende Tipps zu 2008-AI/4.2

Lösung zu 2008-AI/4.2

- Suchen Sie aus dem Aufgabentext heraus, was gesucht ist, und schreiben Sie sich die allgemeine Formel dafür auf.
- Suchen Sie aus dem Aufgabentext heraus, was außerdem noch gegeben ist.
- Bestimmen Sie damit die fehlenden Größen in der Formel.
- Die Definitionsmenge erhält man, indem man sich berücksichtigt, dass alle vorkommenden Streckenlängen positiv sein müssen.

- Gesucht ist das Volumen eines Quaders; die Formel dafür sollten Sie kennen... (steht aber auch in der Formelsammlung)
- Zwei Seitenlängen (Länge und Breite) des Quaders sind vorgegeben, die dritte (Höhe) erhält man aus der Bedingung, dass alle Kanten des Quaders zusammen 72 (cm) ergeben müssen.
- Da die Länge und Breite positiv sein müssen, muss a positiv sein; aber auch die Höhe muss positiv sein – aus dieser Bedingung kann man bestimmen, wie groß a höchstens sein kann. Damit hat man die Intervallgrenzen der Definitionsmenge.

- $V = \ell \cdot b \cdot h$
- $\ell = 2a$; $b = a$ (vorgegeben); $4 \cdot a + 4 \cdot 2a + 4 \cdot h = 72$ (es gibt jeweils 4 Kanten mit Länge a bzw. 2a bzw. h) ➔ $12\,a + 4\,h = 72$ ➔ $4\,h = 72 - 12\,a$ ➔ $h = 18 - 3\,a$
- also: $V(a) = 2a \cdot a \cdot (18 - 3\,a) = 2\,a^2 \cdot (18 - 3\,a) = 36\,a^2 - 6\,a^3$
- $a > 0$ und $2a > 0$ ➔ $a > 0$ und $h > 0$ ➔ $18 - 3\,a > 0$ ➔ $18 > 3\,a$ ➔ $a < 6$; also: $\mathbb{D}_V =]0;6[$

- Bestimmen Sie zunächst das relative Maximum der Funktion V.
- Ermitteln Sie dann, ob dieses relative Maximum der absolut größte Wert ist.

- Bestimmen Sie wie bekannt die Extrempunkte von V: erste Ableitung gleich Null setzen, aus dieser Gleichung die Stellen mit waagrechter Tangente ermitteln, mit der zweiten Ableitung überprüfen, welche dieser Stellen eine Maximalstelle ist, mit der Funktion selbst das relative Maximum berechnen.
- Berechnen Sie die Randwerte und vergleichen Sie mit dem eben berechneten relativen Maximum.

- $V'(a) = 72\,a - 18\,a^2$; $V''(a) = 72 - 36\,a$
- $V'(a) = 0$ ➔ $72\,a - 18\,a^2 = 0$ ➔ $18\,a \cdot (4 - a) = 0$ ➔ $a_1 = 0 \notin \mathbb{D}_V$; $a_2 = 4$
- $V''(4) = -72 < 0$ ➔ relative Maximalstelle
- $V(4) = 192$ ➔ relatives Maximum: 192
- Randwerte: $V(0) = 0$; $V(6) = 0$ ➔ Das absolute Maximum, nämlich 192, wird für $a = 4$ angenommen.

Tipps zu 2009-AII/4.1

Weitergehende Tipps zu 2009-AII/4.1

Lösung zu 2009-AII/4.1

Tipps zu 2009-AII/4.2

Weitergehende Tipps zu 2009-AII/4.2

Lösung zu 2009-AII/4.2

- Suchen Sie aus dem Aufgabentext heraus, was gesucht ist, und schreiben Sie sich die allgemeine Formel dafür auf.
- Suchen Sie aus dem Aufgabentext heraus, was außerdem noch gegeben ist.
- Bestimmen Sie damit die fehlenden Größen in der Formel.
- Die Definitionsmenge erhält man, indem man sich berücksichtigt, dass alle vorkommenden Streckenlängen positiv sein müssen.

- Gesucht ist das Volumen V eines Zylinders; die Formel finden Sie in der Formelsammlung.
- Laut Aufgabenstellung soll V in Abhängigkeit des Durchmessers d angegeben werden; drücken Sie also zunächst mit der Bedingung, dass die Summe aus Höhe h und Durchmesser d 100 (cm) sein muss, die Höhe in Abhängigkeit vom Durchmesser aus. Berücksichtigen Sie bei der Volumenberechnung auch den bekannten Zusammenhang zwischen Durchmesser und Radius!
- Der Durchmesser muss positiv sein; aus der Bedingung, dass die Höhe ebenfalls positiv sein muss, kann man bestimmen, wie groß der Durchmesser höchstens sein kann. Damit hat man die Intervallgrenzen der Definitionsmenge.

- $V = \pi\, r^2\, h$
- $h + d = 100 \Rightarrow h = 100 - d$; $r = d/2$ (!)
- also: $V(d) = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot (100 - d) = \pi \cdot \frac{d^2}{4} \cdot (100 - d) = \pi \cdot \left(\frac{100d^2}{4} - \frac{d^3}{4}\right) = \pi \cdot \left(25d^2 - \frac{1}{4}d^3\right)$
- $d > 0$ und $h > 0 \Rightarrow 100 - d > 0 \Rightarrow d > 100$; also: $\mathbb{D}_V =]0;100[$

- Bestimmen Sie zunächst das relative Maximum der Funktion V.
- Ermitteln Sie dann, ob dieses relative Maximum der absolut größte Wert ist.
- Berechnen Sie für die Maximalstelle d die zugehörige Höhe h.

- Bestimmen Sie wie bekannt die Extrempunkte von V: erste Ableitung gleich Null setzen, aus dieser Gleichung die Stellen mit waagrechter Tangente ermitteln, mit der zweiten Ableitung überprüfen, welche dieser Stellen eine Maximalstelle ist, mit der Funktion selbst das relative Maximum berechnen.
- Berechnen Sie die Randwerte und vergleichen Sie mit dem eben berechneten relativen Maximum.

- $V'(d) = \pi \cdot \left(50d - \frac{3}{4}d^2\right)$; $V''(d) = \pi \cdot \left(50 - \frac{3}{2}d\right)$
- $V'(d) = 0 \Rightarrow 50d - \frac{3}{4}d^2 = 0$ (da $\pi \neq 0$) $\Rightarrow \frac{1}{4}d \cdot (200 - 3d) = 0 \Rightarrow d_1 = 0 \notin \mathbb{D}_V$; $d_2 = \frac{200}{3}$
- $V''\left(\frac{200}{3}\right) = \pi \cdot (-50) < 0 \Rightarrow$ relative Maximalstelle
- $V\left(\frac{200}{3}\right) = \pi \cdot \frac{1000000}{27} \approx 116\,000$ (relatives Maximum)
- Randwerte: $V(0) = V(100) = 0$
- $h = 100 - \frac{200}{3} = \frac{100}{3} \Rightarrow$ Das absolute Maximum, nämlich etwa 116 000, wird für einen Durchmesser von $\frac{200}{3}$ und eine Höhe von $\frac{100}{3}$ angenommen.

Tipps zu 2002-AII/4.1

Weitergehende Tipps zu 2002-AII/4.1

Lösung zu 2002-AII/4.1

Tipps zu 2002-AII/4.2

Weitergehende Tipps zu 2002-AII/4.2

Lösung zu 2002-AII/4.2

- Suchen Sie aus dem Aufgabentext heraus, was gesucht ist, und schreiben Sie sich die allgemeine Formel dafür auf.
- Suchen Sie aus dem Aufgabentext heraus, was außerdem noch gegeben ist.
- Bestimmen Sie damit die fehlenden Größen in der Formel; berücksichtigen Sie dabei, dass in der Zeichnung ein rechtwinkliges Dreieck zu sehen ist, dessen Hypotenuse gegeben ist.
- Die Definitionsmenge erhält man, indem man sich anschaut, wie niedrig bzw. hoch die Dose jeweils höchstens sein kann.

- Gesucht ist das Volumen V eines Zylinders; die Formel finden Sie in der Formelsammlung.
- In der Zeichnung ist ein rechtwinkliges Dreieck mit den Katheten 2r und h und der Hypotenuse 12 zu sehen. Mit Hilfe des Satzes von Pythagoras erhalten Sie also einen Zusammenhang zwischen r^2 und h; achten Sie dabei auf die nötige Klammersetzung!
- Die Höhe muss positiv sein; höher als die Länge der Diagonalen kann die Dose aber natürlich auch nicht sein. Damit erhält man die Intervallgrenzen der Definitionsmenge.

- $V = \pi r^2 h$
- $(2r)^2 + h^2 = 12^2$ (die Klammern sind nötig!) ➔ $4r^2 + h^2 = 144$ ➔ $4r^2 = 144 - h^2$ ➔ $r^2 = 36 - \frac{1}{4}h^2$

  (da man in der Formel sowieso r^2 braucht, ist es hier nicht sinnvoll, die Wurzel zu ziehen)
- also: $V(h) = \pi \cdot \left(36 - \frac{1}{4}h^2\right) \cdot h = \pi \cdot \left(36h - \frac{1}{4}h^3\right) = \pi \cdot \left(-\frac{1}{4}h^3 + 36h\right)$
- $h > 0$ und $h < 12$; also: $\mathbb{D}_V =]0;12[$

- Bestimmen Sie zunächst das relative Maximum der Funktion V.
- Ermitteln Sie dann, ob dieses relative Maximum der absolut größte Wert ist.
- Berechnen Sie für die Maximalstelle h den zugehörigen Radius r.

- Bestimmen Sie wie bekannt die Extrempunkte von V: erste Ableitung gleich Null setzen, aus dieser Gleichung die Stellen mit waagrechter Tangente ermitteln, mit der zweiten Ableitung überprüfen, welche dieser Stellen eine Maximalstelle ist, mit der Funktion selbst das relative Maximum berechnen.
- Berechnen Sie die Randwerte und vergleichen Sie mit dem eben berechneten relativen Maximum.

- $V'(h) = \pi \cdot \left(-\frac{3}{4}h^2 + 36\right)$; $V''(h) = \pi \cdot \left(-\frac{3}{2}h\right)$
-
- $V'(h) = 0$ ➔ $-\frac{3}{4}h^2 + 36 = 0$ (da $\pi \neq 0$) ➔ $-\frac{3}{4}h^2 = -36$ ➔ $h^2 = 48$ ➔ $h = \sqrt{48}$ $(= 4\sqrt{3}) \approx 6{,}9$

  (nur eine Lösung, da $h > 0$ sein muss!)
- $V''\left(\sqrt{48}\right) = \pi \cdot \left(-\frac{3}{2}\sqrt{48}\right) < 0$ ➔ relative Maximalstelle
- $V\left(\sqrt{48}\right) = \pi \cdot \left(-\frac{1}{4}\sqrt{48}^3 + 36 \cdot \sqrt{48}\right) = \pi \cdot \left(-\frac{1}{4} \cdot 48 \cdot \sqrt{48} + 36 \cdot \sqrt{48}\right) = 24\pi\sqrt{48}$ $(= 96\pi\sqrt{3}) \approx 520$

  (relatives Maximum)
- Randwerte: $V(0) = V(12) = 0$
- $r^2 = 36 - \frac{1}{4} \cdot \sqrt{48}^2 = 36 - \frac{1}{4} \cdot 48 = 24$ ➔ $r = \sqrt{24}$ $(=2\sqrt{6}) \approx 4{,}9$ ➔ Das absolute Maximum, nämlich etwa 520, wird für eine Höhe von etwa 6,9 und einen Radius von etwa 4,9 angenommen.

Tipps zu 2008-AII/4.1

Weitergehende Tipps zu 2008-AII/4.1

Lösung zu 2008-AII/4.1

Tipps zu 2008-AII/4.2

Weitergehende Tipps zu 2008-AII/4.2

Lösung zu 2008-AII/4.2

- Suchen Sie aus dem Aufgabentext heraus, was gesucht ist, und schreiben Sie sich die allgemeine Formel dafür auf.
- Suchen Sie aus dem Aufgabentext heraus, was außerdem noch gegeben ist.
- Bestimmen Sie damit die fehlenden Größen in der Formel; die Rechnung wird einfacher, wenn man beachtet, dass zwei Halbkreise zusammen einen Kreis ergeben.
- Die Definitionsmenge erhält man, indem man beachtet, dass alle vorkommenden Längen positiv sein müssen.

- Gesucht ist der Flächeninhalt des Fensters; dieses besteht aus einem Rechteck (bekannte Formel) und zwei Halbkreisflächen, also einer ganzen Kreisfläche (siehe Formelsammlung)
- Gegeben ist der gesamte Umfang; dieser besteht aus drei Strecken, wovon die untere Strecke genauso lang ist wie vier Kreisradien, und zwei Halbkreislinien, also einer ganzen Kreislinie (siehe Formelsammlung)
- Der Radius r muss positiv sein. Außerdem muss die Breite b positiv sein; daraus erhält man, wie groß der Radius höchstens sein kann. Damit hat man die Intervallgrenzen der Definitionsmenge.

- Flächeninhalt: $A = 4r \cdot b + \pi r^2$
- Umfang: $2b + 4r + 2\pi r = 10 \Rightarrow 2b = 10 - 4r - 2\pi r \Rightarrow b = 5 - 2r - \pi r = 5 - (2 + \pi)\, r$
- also: $A(r) = 4r \cdot (5 - 2r - \pi r) + \pi r^2 = 20r - 8r^2 - 4\pi r^2 + \pi r^2 = 20r - 8r^2 - 3\pi r^2 = 20r - (3\pi+8)\, r^2$
- $r > 0$ und $b > 0 \Rightarrow 5 - 2r - \pi r > 0 \Rightarrow 5 - (2 + \pi)\, r > 0 \Rightarrow (2 + \pi)\, r < 5 \Rightarrow r < \frac{5}{2+\pi}$, also

  $\mathbb{D}_A = \left]0; \frac{5}{2+\pi}\right[$ (als Anhaltspunkt: $\frac{5}{2+\pi} \approx 0{,}972$)

- Bestimmen Sie zunächst das relative Maximum der Funktion A.
- Ermitteln Sie dann, ob dieses relative Maximum der absolut größte Wert ist.
- Berechnen Sie den Flächeninhalt des Rechtecks und vergleichen Sie mit der Gesamtfläche.

- Bestimmen Sie wie bekannt die Extrempunkte von A: erste Ableitung gleich Null setzen, aus dieser Gleichung die Stellen mit waagrechter Tangente ermitteln, mit der zweiten Ableitung überprüfen, welche dieser Stellen eine Maximalstelle ist, mit der Funktion selbst das relative Maximum berechnen.
- Berechnen Sie die Randwerte und vergleichen Sie mit dem eben berechneten relativen Maximum.
- oder: A(r) ist eine quadratrische Funktion ➔ bestimmen Sie den Scheitelpunkt der zugehörigen Parabel (z. B. mit quadratischer Ergänzung); dessen y-Koordinate ist der absolut größte Wert
- Den prozentualen Anteil erhält man, indem man den Flächeninhalt des Rechtecks durch den gesamten Flächeninhalt teilt (und mit 100% multipliziert).

- $A(r) = 20r - (3\pi + 8)\, r^2 = -(3\pi + 8) \cdot \left(r^2 - \frac{20}{3\pi+8} r\right)$ (oder gleich hier runden...)

  $= -(3\pi + 8) \cdot \left(r^2 - \frac{20}{3\pi+8} r + \left(\frac{10}{3\pi+8}\right)^2 - \left(\frac{10}{3\pi+8}\right)^2\right) = -(3\pi + 8) \cdot \left(\left(r - \frac{10}{3\pi+8}\right)^2 - \frac{100}{(3\pi+8)^2}\right)$

  $= -(3\pi + 8) \cdot \left(r - \frac{10}{3\pi+8}\right)^2 + \frac{100}{3\pi+8} \Rightarrow S\left(\frac{10}{3\pi+8} \middle| \frac{100}{3\pi+8}\right) \approx S(0{,}574|5{,}739)$
- Der größte Flächeninhalt (nämlich etwa 5,739) wird für einen Radius von etwa 0,574 angenommen.
- $b = 5 - (2 + \pi)\, r \approx 2{,}049$; $A_{Rechteck} = 4r \cdot b \approx 4{,}704$; $4{,}705 : 5{,}739 \approx 82\%$

Tipps zu 2005-AII/2.1 bis 2.4

Weitergehende Tipps zu 2005-AII/2.1 bis 2.4

Lösung zu 2005-AII/2.1

Lösung zu 2005-AII/2.2

Lösung zu 2005-AII/2.3 und 2.4

- Suchen Sie aus dem Aufgabentext heraus, was jeweils gesucht ist.
- Überlegen Sie sich, wie man die gesuchten Größen jeweils durch die Funktionen w, b bzw. ihre Ableitungen darstellen kann.
- Bestimmen Sie dann jeweils das relative Maximum der gesuchten Größe.
- Untersuchen Sie abschließend, ob es sich um das absolute Maximum handelt.

- Gesucht ist das stärkste Gefälle der Wasserrutsche, also die kleinste Steigung (!) der Funktion w.
- Gesucht ist die tiefste Stelle des Daches, also das Minimum der Funktion b.
- Gesucht ist der Abstand d zwischen Wasserrutsche und Dach, also jeweils der Abstand zwischen den Funktionswerten von b und w.
- Gesucht ist der kleinste Abstand, also das Minimum der Funktion d.

- gesucht ist das absolute Minimum der Funktion w' mit dem Term $w'(x) = \frac{1}{100}(3x^2 - 30x)$
  (nicht das Minimum von w selbst! im Folgenden muss also immer eine Ableitung mehr verwendet werden als sonst bei Extrema üblich! im Wesentlichen sucht man hier einen Wendestelle von w!)
- zwei Ableitungen dieser Funktion: $w''(x) = \frac{1}{100}(6x - 30)$; $w'''(x) = \frac{1}{100}\cdot 6$
- $w''(x) = 0 \Rightarrow \frac{1}{100}(6x - 30) = 0 \Rightarrow x = 5$; $w'''(5) = \frac{1}{100}\cdot 6 > 0 \Rightarrow$ Minimalstelle; $w'(5) = -0{,}75$
- Randwerte: $w'(0) = 0$; $w'(10) = 0 \Rightarrow$ absolut kleinste Steigung, also stärkstes Gefälle, bei $x_1 = 5$

- gesucht ist das absolute Minimum der Funktion b; da es sich um eine quadratische Funktion handelt, kann man dieses mit quadratischer Ergänzung bestimmen (statt mit Ableitungen)
- $b(x) = \frac{1}{30}x^2 - \frac{35}{36}x + 10 = \frac{1}{30}\left(x^2 - \frac{175}{6}x + 300\right) = \frac{1}{30}\left(x^2 - \frac{175}{6}x + \left(\frac{175}{12}\right)^2 - \left(\frac{175}{12}\right)^2 + 300\right)$
  $= \frac{1}{30}\left(\left(x - \frac{175}{12}\right)^2 + \frac{12575}{144}\right) = \frac{1}{30}\left(x - \frac{175}{12}\right)^2 + \frac{2515}{864} \Rightarrow S\left(\frac{175}{12}\middle|\frac{2515}{864}\right)$
- $\frac{175}{12} = 14\frac{7}{12} \approx 14{,}58 \in \mathbb{D}_b \Rightarrow$ Das Wasser tropft bei etwa $x_2 = 14{,}58$ herunter.

- $d(x) = b(x) - w(x) = \frac{1}{30}x^2 - \frac{35}{36}x + 10 - \frac{1}{100}(x^3 - 15x^2 + 500)$
  $= \frac{1}{30}x^2 - \frac{35}{36}x + 10 - \frac{1}{100}x^3 + \frac{3}{20}x^2 - 5 = -\frac{1}{100}x^3 + \frac{11}{60}x^2 - \frac{35}{36}x + 5$; $\mathbb{D}_d = \mathbb{D}_w = [0;10]$
- $d'(x) = -\frac{3}{100}x^2 + \frac{11}{30}x - \frac{35}{36}$; $d''(x) = -\frac{3}{50}x + \frac{11}{30}$
- $d'(x) = 0 \Rightarrow 27x^2 - 330x + 875 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{330 \pm \sqrt{(-330)^2 - 4\cdot 27\cdot 875}}{2\cdot 27} = \frac{330 \pm 120}{54}$
  $\Rightarrow x_1 = \frac{35}{9}$; $x_2 = \frac{25}{3}$ (beide in $\mathbb{D}_d$)
- $d''\left(\frac{35}{9}\right) = \frac{2}{15} > 0 \Rightarrow$ Minimum; $d''\left(\frac{25}{3}\right) = -\frac{2}{15} > 0 \Rightarrow$ Maximum
- $d\left(\frac{35}{9}\right) \approx 3{,}40$; Randwerte: $d(0) = 5$; $d(10) \approx 3{,}61 \Rightarrow$ der absolut kleinste Abstand ist etwa 3,40 $\Rightarrow$ der geforderte Mindestabstand wird überall eingehalten