

Führen Sie jeweils eine Kurvendiskussion durch. Untersuchen Sie die jeweilige Funktion (wird der Einfachheit immer mit  $f$  bezeichnet und durch ihren Funktionsterm gegeben) auf:

- a) Einfache Symmetrie und Verhalten für  $x \rightarrow \pm\infty$
- b) Nullstellen, und deren Vielfachheit
- c) Extrema und Monotonie
- d) Wendepunkte und Krümmung
- e) Graph der Funktion (schwarz), sowie der 1.(rot) und 2. (blau) Ableitung

Die Formvariable wurde immer  $a$  genannt (Es sind immer alle drei Ableitungen zu berechnen)

Nr.	ohne Formvariable	Funktionsterm mit Formvariable	Jahrgang
1	$\frac{1}{8}(x-4)^2(x+2)$	$\frac{1}{8}(x-4)^2(x+a); a \in \mathbb{R}$	98, A1
2	$\frac{1}{9}x^4 - 2x^2 + 9$	$\frac{1}{9}(x^4 - ax^2 - 9x^2 + 9a); a \in \mathbb{R}$	98, A2
3	$\frac{1}{9}(-x^4 + 4x^3)$	$\frac{a}{27}(-x^4 + 4x^3); a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	97, A1
4	$\frac{1}{3}(x^3 - 3x^2 - 9x + 2)$	$\frac{1}{3}x^3 - x^2 - ax + \frac{2}{3}; a \in \mathbb{R}$	97, A2
5	$\frac{4}{3}(-x^3 - 3x^2 + 2)$	$\frac{1}{3}(-4x^3 - 6ax^2 + a^3); a \in \mathbb{R}; x_1 = -\frac{1}{2}a$	96, A1
6	$-\frac{1}{9}x^3 + \frac{2}{3}x^2$	$-\frac{1}{9}x^3 + \frac{2}{3}ax^2; a \in \mathbb{R}$	96, A2
7	$\frac{1}{3}x^3 - x - \frac{2}{3}$	$\frac{1}{a}(x^3 - 12x + 16) + 3x - 6; a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	95, A1
8	$\frac{1}{4}(x^3 - 12x^2 + 36x)$	$\frac{1}{4}(x^3 - 6ax^2 + 9a^2x); a \in \mathbb{R}$	95, A2
9	$\frac{1}{6}(-x^3 + 12x + 16)$	$-\frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2}ax + \frac{8}{3}; a \in \mathbb{R}$	94, A1
10	$\frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + 9x$		94, A2
11	$-\frac{1}{4}x^4 + x^3$		93, A1
12	$\frac{3}{16}x^3 - \frac{9}{4}x + 3$	$\frac{3}{16}x^3 - \frac{9}{4}x + a; a \in \mathbb{R}$	93, A2
13	$\frac{1}{4}x^3 - 3x + 4$	$a^2x^3 - 3x + 4; a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	92, A1
14	$-\frac{1}{15}(x^4 - 8x^3 + 18x^2 - 75)$	Nullstellen nicht berechnen !!!	92, A2
15	$-\frac{1}{12}(x^3 - 27x + 54)$		91, A1
16	$\frac{1}{12}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + 9$		91, A2

Aufgaben zur Kurvendiskussion – alte Prüfungsaufgaben

1	$f(x)$	$f'(x)$	$f''(x)$	$f'''(x)$
	$\frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + 4$	$\frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{2}x$	$\frac{3}{4}x - \frac{3}{2}$	$\frac{3}{4}$

a keine einfache Symmetrie, da gerade und ungerade Potenzen von x

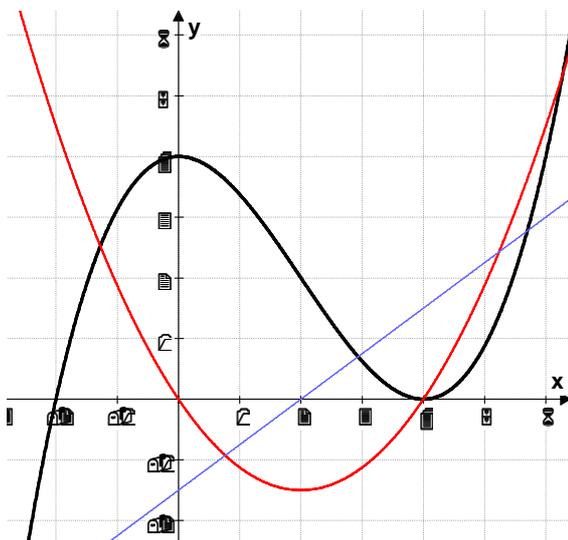
b  $N = \{ 4 \text{ doppelt}; -2 \text{ einfach} \}$ ; trivial, da bereits faktorisiert

c/d  $H(0; 4); T(4; 0); W(2; 2)$

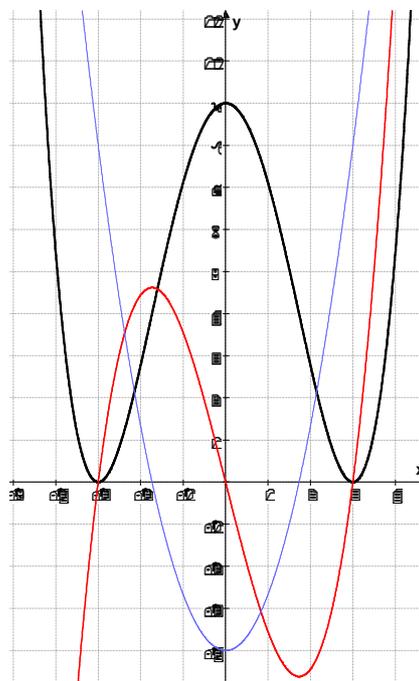
zu c / d Monotonie, Krümmung; Graphen links

$x \in$	$] -\infty; 0 ]$	$[ 0; 4 ]$	$[ 4; \infty [$
$G_f$	steigt	fällt	steigt
$x \in$	$] -\infty; 2 ]$		$[ 4; \infty [$
Krümmung von $G_f$	rechts		links

e 1) 1998 A1



2) 1998 A2



2	$f(x)$	$f'(x)$	$f''(x)$	$f'''(x)$
	$\frac{1}{9}x^4 - 2x^2 + 9$	$\frac{4}{9}x^3 - 4x$	$\frac{4}{3}x^2 - 4$	$\frac{8}{3}x$

a Symmetrie zur y – Achse , da NUR gerade Potenzen von x vorkommen

b  $N = \{ -3 \text{ doppelt}; 3 \text{ doppelt} \}$ ; Substitution

c/d  $T_1(-3; 0); T_2(3; 0); H(0; 9); W_1(-\sqrt{3}; 4); W_2(\sqrt{3}; 4)$

zu c / d Monotonie, Krümmung; Graphen rechts

$x \in$	$] -\infty; -3 ]$	$[ -3; 0 ]$	$[ 0; 3 ]$	$[ 3; \infty [$
$G_f$	fällt	steigt	fällt	steigt
$x \in$	$] -\infty; -\sqrt{3} ]$	$[ -\sqrt{3}; \sqrt{3} ]$		$[ \sqrt{3}; \infty [$
Krümmung von $G_f$	links	rechts		links

Aufgaben zur Kurvendiskussion – alte Prüfungsaufgaben

3	$f(x)$	$f'(x)$	$f''(x)$	$f'''(x)$
	$\frac{1}{9}(-x^4 + 4x^3)$	$\frac{4}{9}(-x^3 + 3x^2)$	$\frac{4}{3}(-x^2 + 2x)$	$\frac{8}{3}(-x+1)$

a keine einfache Symmetrie, da gerade und ungerade Potenzen von x

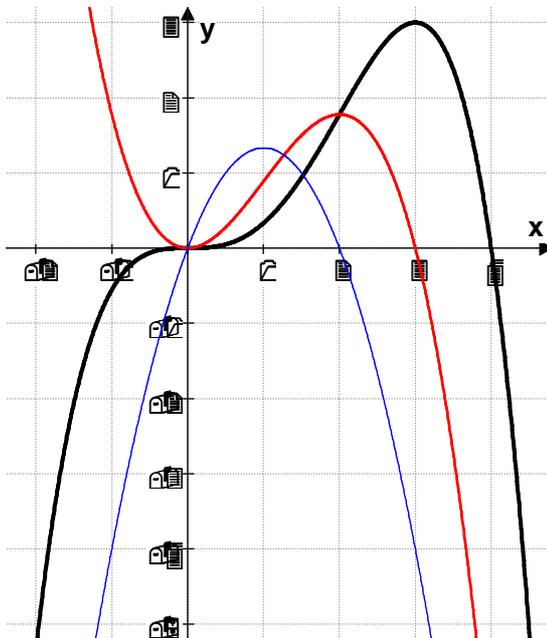
b  $N = \{ 4 \text{ einfach}; 0 \text{ dreifach} \}$ ;  $x^3$  ausklammern

c/d  $H(3|3)$ ;  $W_T(0|0)$  {Terrassenpunkt};  $W_2(2; \frac{16}{9})$

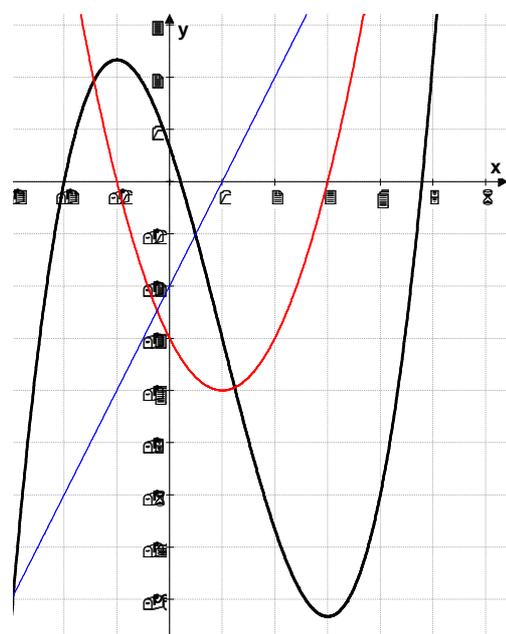
zu c / d Monotonie, Krümmung; Graphen links

$x \in$	$] -\infty ; 3 ]$	$[ 3 ; \infty [$	
$G_f$	steigt	fällt	
$x \in$	$] -\infty ; 0 ]$	$[ 0 ; 2 ]$	$[ 2 ; \infty [$
Krümmung von $G_f$	rechts	links	rechts

e 3) 1997 A1



4) 1997 A2



4	$f(x)$	$f'(x)$	$f''(x)$	$f'''(x)$
	$\frac{1}{3}(x^3 - 3x^2 - 9x + 2)$	$x^2 - 2x - 3$	$2x - 2$	$2$

a keine einfache Symmetrie, da gerade und ungerade Potenzen von x

b  $N = \{ -2 \text{ einfach}; \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2} \text{ jeweils einfach} \}$  Polynomdivision

c/d  $H(-1| \frac{7}{3})$ ;  $T(3| -\frac{25}{3})$ ;  $W(1|-3)$

zu c / d Monotonie, Krümmung; Graphen rechts

$x \in$	$] -\infty ; -1 ]$	$[-1 ; 3 ]$	$[ 3 ; \infty [$
$G_f$	steigt	fällt	steigt
$x \in$	$] -\infty ; 1 ]$	$[ 1 ; \infty [$	
Krümmung von $G_f$	rechts	links	

Aufgaben zur Kurvendiskussion – alte Prüfungsaufgaben

5	$f(x)$	$f'(x)$	$f''(x)$	$f'''(x)$
	$\frac{4}{3}(-x^3 - 3x^2 + 2)$	$-4x^2 - 8x$	$-8x - 8$	$-8$

a keine einfache Symmetrie, da gerade und ungerade Potenzen von x

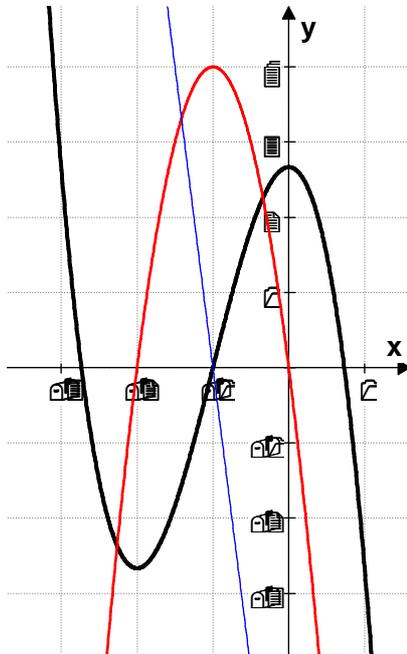
b  $N = \{ -1 \text{ einfach}; -1 \pm \sqrt{3} \text{ jeweils einfach} \}$  Polynomdivision

c/d  $H(0 | \frac{8}{3}); T(-2 | -\frac{8}{3}); W(-1 | 0)$

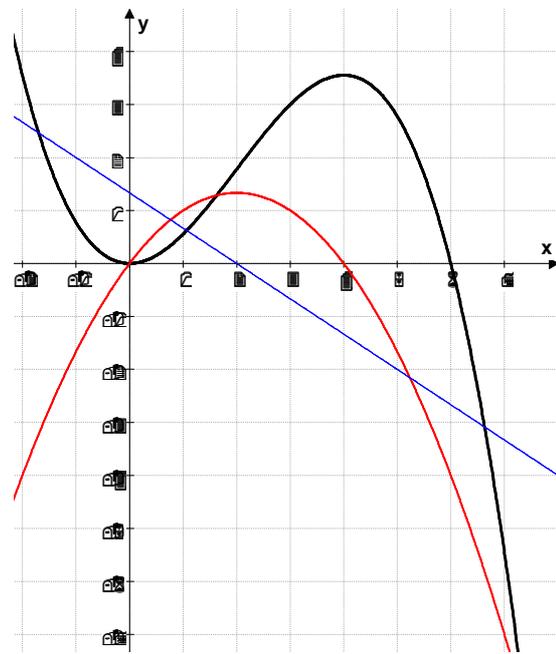
zu c / d Monotonie, Krümmung; Graphen links

$x \in$	$] -\infty; -2 ]$	$[-2; 0 ]$	$[ 0; \infty [$
$G_f$	fällt	steigt	fällt
$x \in$	$] -\infty; 0 ]$		$[ 0; \infty [$
Krümmung von $G_f$	links		rechts

e 5) 1996 A1



6) 1996 A2



6	$f(x)$	$f'(x)$	$f''(x)$	$f'''(x)$
	$-\frac{1}{9}x^3 + \frac{2}{3}x^2$	$\frac{1}{3}(-x^2 + 4x)$	$\frac{2}{3}(-x + 2)$	$-\frac{2}{3}$

a keine einfache Symmetrie, da gerade und ungerade Potenzen von x

b  $N = \{ 0 \text{ doppelt}; 6 \text{ einfach} \}; x^2$  ausklammern

c/d  $T(0 | 0); H(4 | \frac{32}{9}); W(2 | \frac{16}{9})$

zu c / d Monotonie, Krümmung; Graphen rechts

$x \in$	$] -\infty; 0 ]$	$[ 0; 4 ]$	$[ 4; \infty [$
$G_f$	fällt	steigt	fällt
$x \in$	$] -\infty; 2 ]$		$[ 2; \infty [$
Krümmung von $G_f$	links		rechts

Aufgaben zur Kurvendiskussion – alte Prüfungsaufgaben

7	$f(x)$	$f'(x)$	$f''(x)$	$f'''(x)$
	$\frac{1}{3}x^3 - x - \frac{2}{3}$	$x^2 - 1$	$2x$	$2$

a keine einfache Symmetrie, da gerade und ungerade Potenzen von x, aber zu P  $(0 | -\frac{2}{3})$

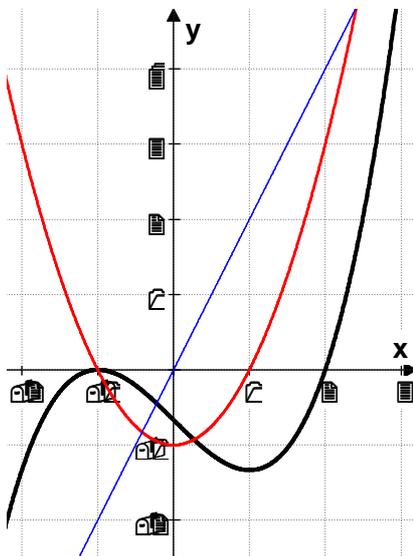
b  $N = \{-1 \text{ doppelt}; 2 \text{ einfach}\}$  Polynomdivision

c/d  $H(-1 | 0); T(1 | -\frac{4}{3}); W(0 | -\frac{2}{3})$

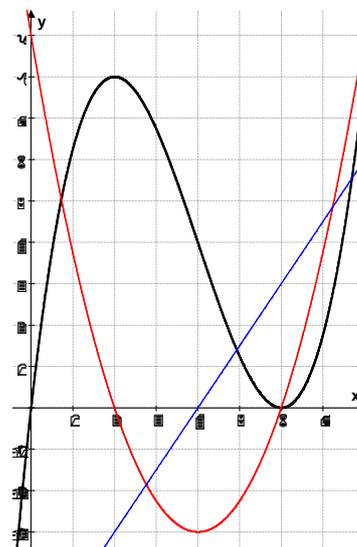
zu c / d Monotonie, Krümmung; Graphen links

$x \in$	$] -\infty; -1 ]$	$[-1; 1 ]$	$[ 1; \infty [$
$G_f$	steigt	fällt	steigt
$x \in$	$] -\infty; 0 ]$	$[ 0; \infty [$	
Krümmung von $G_f$	rechts	links	

e 7) 1995 A1



8) 1995 A2



8	$f(x)$	$f'(x)$	$f''(x)$	$f'''(x)$
	$\frac{1}{4}(x^3 - 12x^2 + 36x)$	$\frac{1}{4}(3x^2 - 24x + 36)$	$\frac{1}{2}(3x - 12)$	$\frac{3}{2}$

a keine einfache Symmetrie, da gerade und ungerade Potenzen von x

b  $N = \{0 \text{ einfach}; 6 \text{ doppelt}\}$ ; x ausklammern; MNF

c/d  $T(6 | 0); H(2 | 8); W(4 | 4)$

zu c / d Monotonie, Krümmung; Graphen rechts

$x \in$	$] -\infty; 2 ]$	$[ 2; 6 ]$	$[ 6; \infty [$
$G_f$	steigt	fällt	steigt
$x \in$	$] -\infty; 4 ]$		$[ 4; \infty [$
Krümmung von $G_f$	rechts		links

Aufgaben zur Kurvendiskussion – alte Prüfungsaufgaben

9	$f(x)$	$f'(x)$	$f''(x)$	$f'''(x)$
	$\frac{1}{6}(-x^3 + 12x + 16)$	$-\frac{x^2}{2} + 2$	$-x$	$-1$

a keine einfache Symmetrie, da gerade und ungerade Potenzen von x

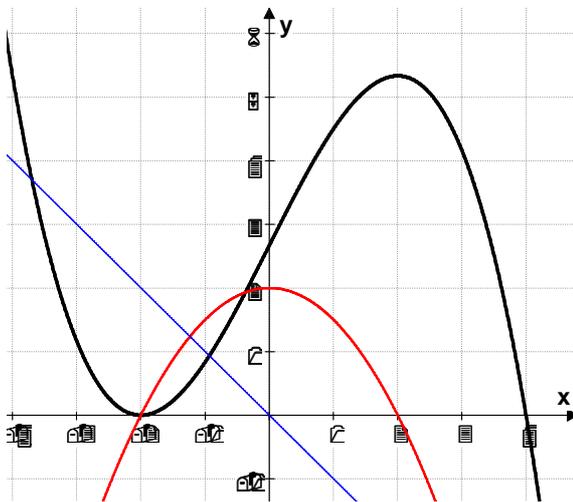
b  $N = \{ -2 \text{ doppelt}; 4 \text{ einfach} \}$  Polynomdivision

c/d  $H(2 | \frac{16}{3}); T(-2 | 0); W(0 | \frac{8}{3})$

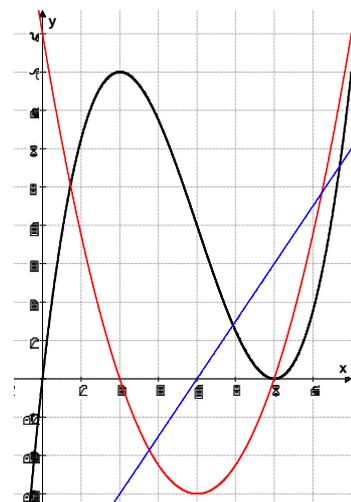
zu c / d Monotonie, Krümmung; Graphen links

$x \in$	$] -\infty; -2 ]$	$[ -2; 2 ]$	$[ 2; \infty [$
$G_f$	fällt	steigt	fällt
$x \in$	$] -\infty; 0 ]$	$[ 0; \infty [$	
Krümmung von $G_f$	links		rechts

e 9) 1994 A1



10) 1994 A2



10	$f(x)$	$f'(x)$	$f''(x)$	$f'''(x)$
	$\frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + 9x$	$\frac{3}{4}x^2 - 6x + 9$	$\frac{3}{2}x - 6$	$\frac{3}{2}$

a keine einfache Symmetrie, da gerade und ungerade Potenzen von x

b  $N = \{ 0 \text{ einfach}; 6 \text{ doppelt} \}$ ; x ausklammern; MNF

c/d  $T(6 | 0); H(2 | 8); W(4 | 4)$

Bem.: dieselbe Funktion wie A 2 ein Jahr vorher (nur andere Darstellung – deshalb absichtlich „im Programm gelassen“)

zu c / d Monotonie, Krümmung; Graphen rechts

$x \in$	$] -\infty; 2 ]$	$[ 2; 6 ]$	$[ 6; \infty [$
$G_f$	steigt	fällt	steigt
$x \in$	$] -\infty; 4 ]$		$[ 4; \infty [$
Krümmung von $G_f$	rechts		links

Aufgaben zur Kurvendiskussion – alte Prüfungsaufgaben

11

$f(x)$	$f'(x)$	$f''(x)$	$f'''(x)$
$-\frac{1}{4}x^4 + x^3$	$-x^3 + 3x^2$	$-3x^2 + 6x$	$-6x + 6$

a keine einfache Symmetrie, da gerade und ungerade Potenzen von x

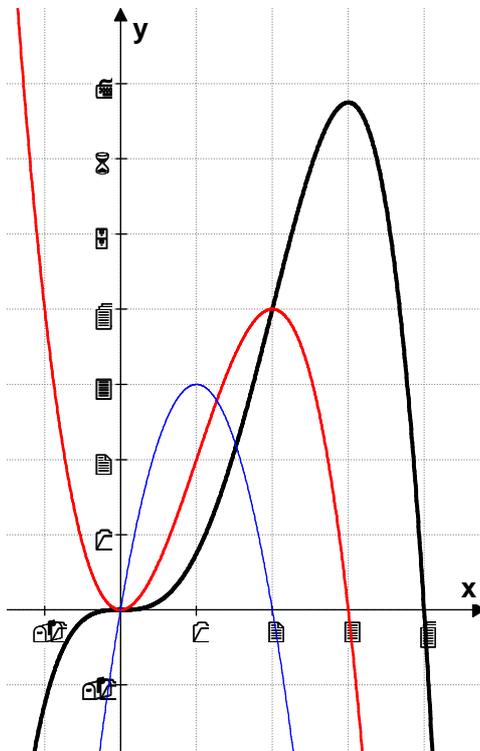
b  $N = \{ 0 \text{ dreifach}; 4 \text{ einfach} \}$ ;  $x^3$  ausklammern

c/d  $H(3 | 6,75)$ ;  $W_1(2 | 4)$ ;  $W_T(0 | 0)$

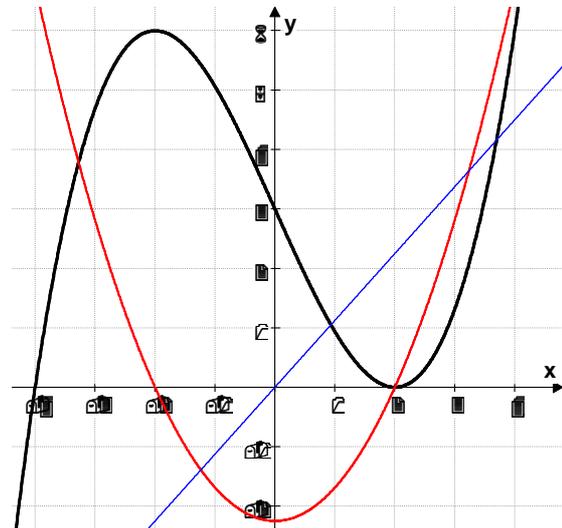
zu c / d Monotonie, Krümmung; Graphen links

$x \in$	$] -\infty ; 3 ]$	$[ 3 ; \infty [$	
$G_f$	steigt	fällt	
$x \in$	$] -\infty ; 0 ]$	$[ 0 ; 2 ]$	$[ 2 ; \infty [$
Krümmung von $G_f$	rechts	links	rechts

e 11) 1993 A1



12) 1993 A2



12

$f(x)$	$f'(x)$	$f''(x)$	$f'''(x)$
$\frac{3}{16}x^3 - \frac{9}{4}x + 3$	$\frac{9}{16}x^2 - \frac{9}{4}$	$\frac{9}{8}x$	$\frac{9}{8}$

a keine einfache Symmetrie, da gerade und ungerade Potenzen von x, aber zu  $P(0 | 3)$

b  $N = \{ 2 \text{ doppelt}; -4 \text{ einfach} \}$ ; Polynomdivision

c/d  $T(2 | 0)$ ;  $H(-2 | 6)$ ;  $W(0 | 3)$

zu c / d Monotonie, Krümmung; Graphen rechts

$x \in$	$] -\infty ; -2 ]$	$[-2 ; 2 ]$	$[ 2 ; \infty [$
$G_f$	steigt	fällt	steigt
$x \in$	$] -\infty ; 0 ]$	$[ 0 ; \infty [$	
Krümmung von $G_f$	rechts	links	

Aufgaben zur Kurvendiskussion – alte Prüfungsaufgaben

13

$f(x)$	$f'(x)$	$f''(x)$	$f'''(x)$
$\frac{1}{4}x^3 - 3x + 4$	$\frac{3}{4}x^2 - 3$	$\frac{3}{2}x$	$\frac{3}{2}$

a keine einfache Symmetrie, da gerade und ungerade Potenzen von x, aber zu P ( 0 | 4 )

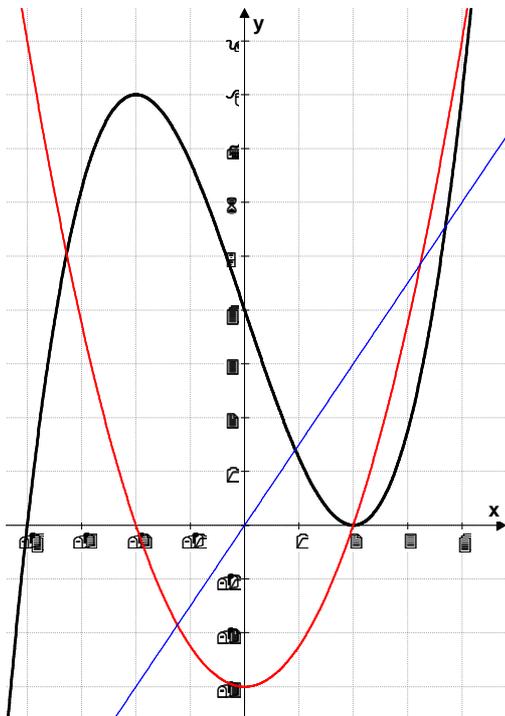
b  $N = \{ -4 \text{ einfach} , 2 \text{ doppelt} \}$  Polynomdivision

c/d  $H(-2 | 8)$ ;  $T(2 | 0)$ ;  $W(0 | 4)$

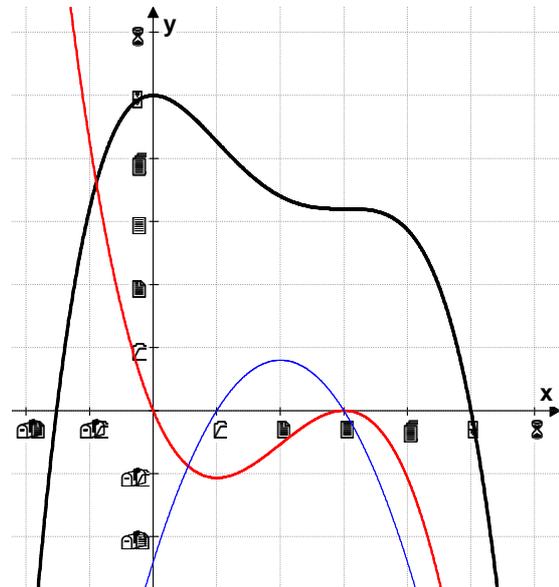
zu c / d Monotonie, Krümmung; Graphen links

$x \in$	$]-\infty ; -2]$	$[-2 ; 2]$	$[2 ; \infty[$
$G_f$	steigt	fällt	steigt
$x \in$	$]-\infty ; 0]$		$[0 ; \infty[$
Krümmung von $G_f$	rechts		links

e 13) 1992 A1



14) 1992 A2



14

$f(x)$	$f'(x)$	$f''(x)$	$f'''(x)$
$-\frac{1}{15}(x^4 - 8x^3 + 18x^2 - 75)$	$-\frac{1}{15}(4x^3 - 24x^2 + 36x)$	$-\frac{1}{5}(4x^2 - 16x + 12)$	$-\frac{1}{5}(8x - 16)$

a keine einfache Symmetrie, da gerade und ungerade Potenzen von x

b  $N = \{ 5 \text{ einfach} ; -1,52 \text{ gerundet} \}$ ; nicht berechnen !!!

c/d  $H(0 | 5)$ ;  $W_1(1; \frac{64}{15})$   $W_2(3 | 3,20)$  ist Terrassenpunkt

zu c / d Monotonie, Krümmung; Graphen rechts

$x \in$	$]-\infty ; 0]$	$[0 ; \infty[$	
$G_f$	steigt	fällt	
$x \in$	$]-\infty ; 1]$	$[1 ; 3]$	$[3 ; \infty[$
Krümmung von $G_f$	rechts	links	rechts

Aufgaben zur Kurvendiskussion – alte Prüfungsaufgaben

15	$f(x)$	$f'(x)$	$f''(x)$	$f'''(x)$
	$-\frac{1}{12}(x^3 - 27x + 54)$	$-\frac{1}{4}(x^2 - 9)$	$-\frac{x}{2}$	-0,5

a keine einfache Symmetrie, da gerade und ungerade Potenzen von x, aber zu P (0 | -4,5)

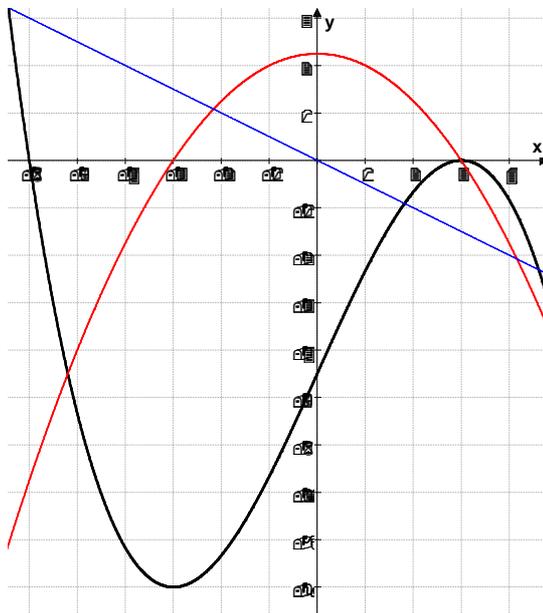
b N = { 3 doppelt; -6 einfach } Polynomdivision

c/d H (3 | 0); T (-3 | -9); W (0 | -4,5)

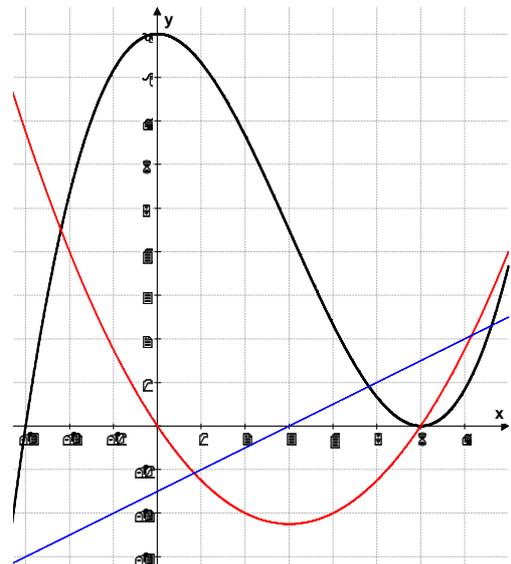
zu c / d Monotonie, Krümmung; Graphen links

$x \in$	$]-\infty; -3]$	$[-3; 3]$	$[3; \infty[$
$G_f$	fällt	steigt	fällt
$x \in$	$]-\infty; 0]$		$[0; \infty[$
Krümmung von $G_f$	links		rechts

e 15) 1991 A1



16) 1991 A2



16	$f(x)$	$f'(x)$	$f''(x)$	$f'''(x)$
	$\frac{1}{12}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + 9$	$\frac{1}{4}(x^2 - 6x)$	$\frac{1}{2}(x - 3)$	0,5

a keine einfache Symmetrie, da gerade und ungerade Potenzen von x

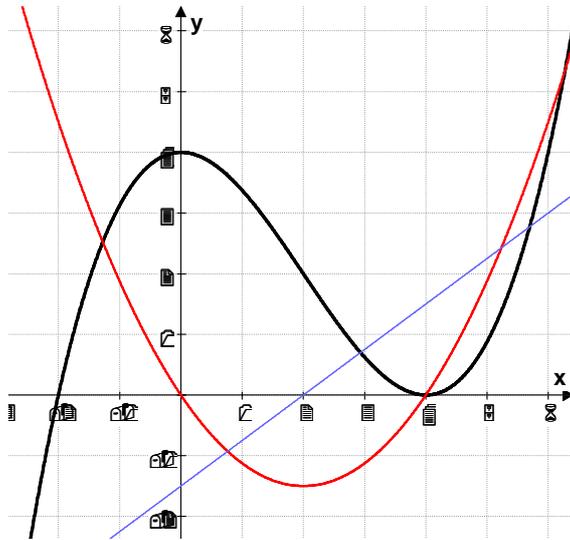
b N = { 6 doppelt; -3 einfach } ; Polynomdivision

c/d T (6 | 0); H (0 | 9); W (3 | 4,5)

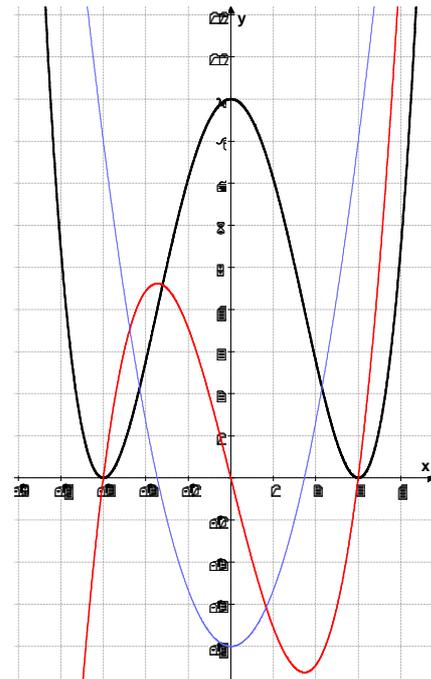
zu c / d Monotonie, Krümmung; Graphen rechts

$x \in$	$]-\infty; 0]$	$[0; 6]$	$[6; \infty[$
$G_f$	steigt	fällt	steigt
$x \in$	$]-\infty; 3]$		$[3; \infty[$
Krümmung von $G_f$	rechts		links

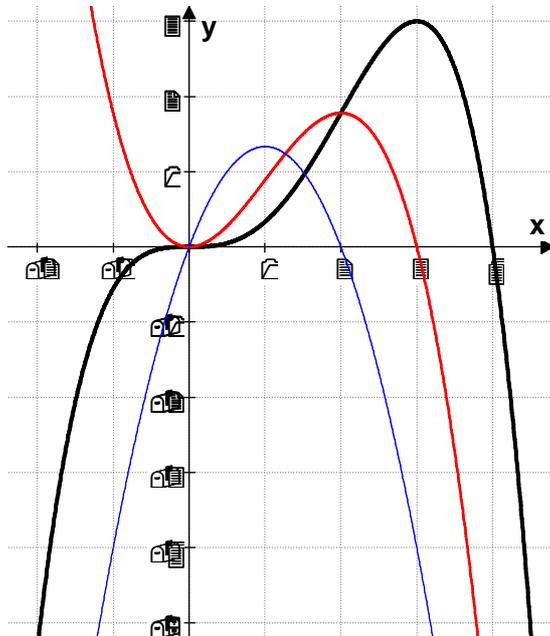
1) 1998 A1



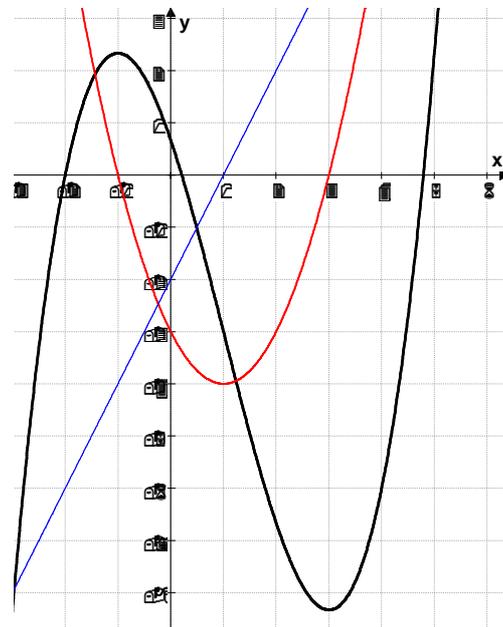
2) 1998 A2



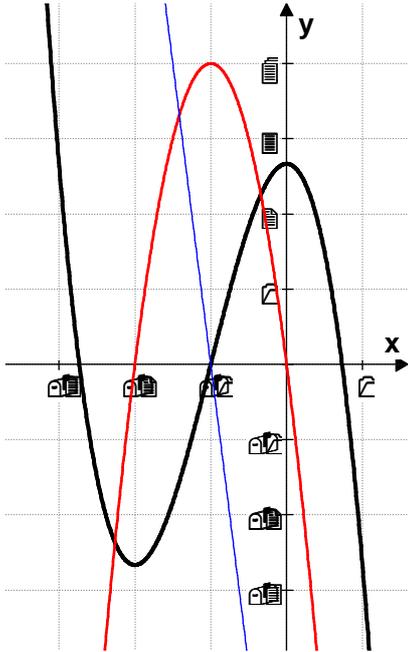
3) 1997 A1



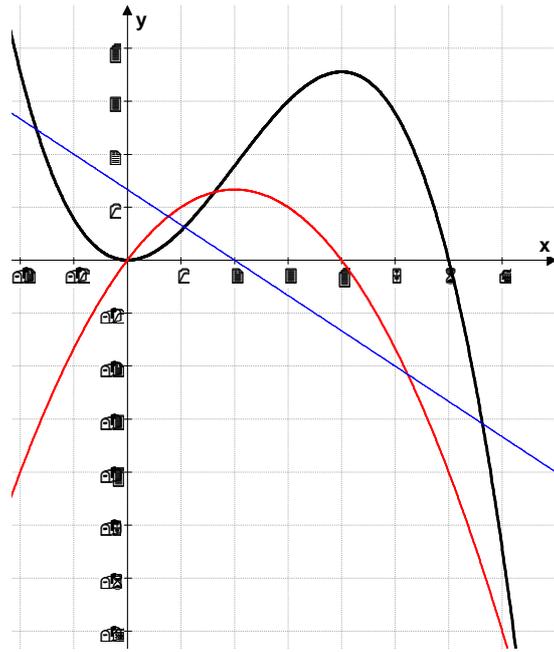
4) 1997 A2



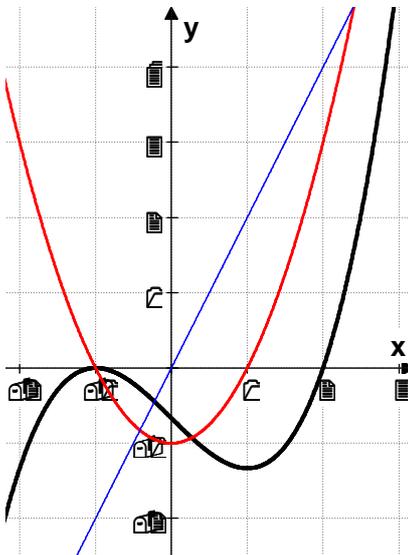
5) 1996 A1



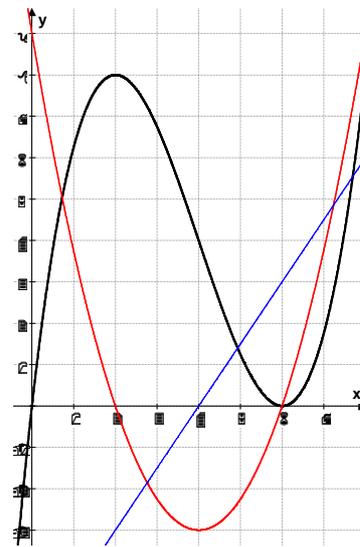
6) 1996 A2



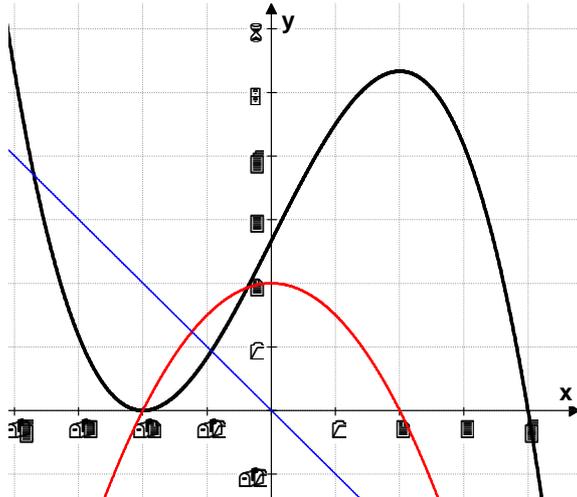
7) 1995 A1



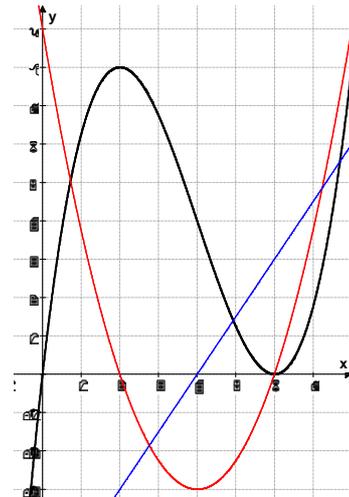
8) 1995 A2



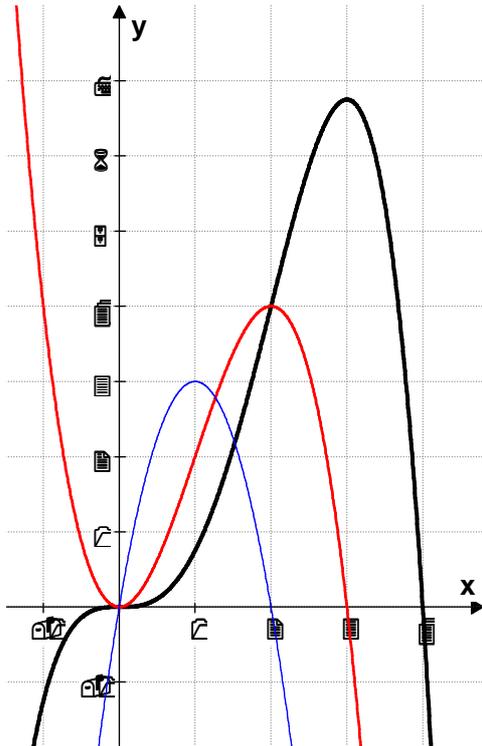
9) 1994 A1



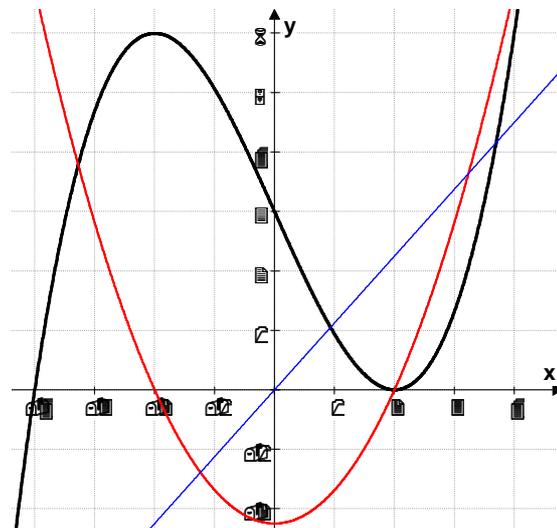
10) 1994 A2



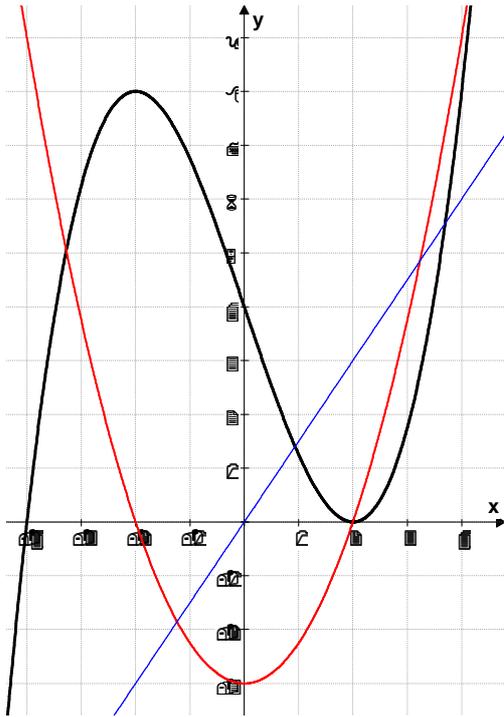
11) 1993 A1



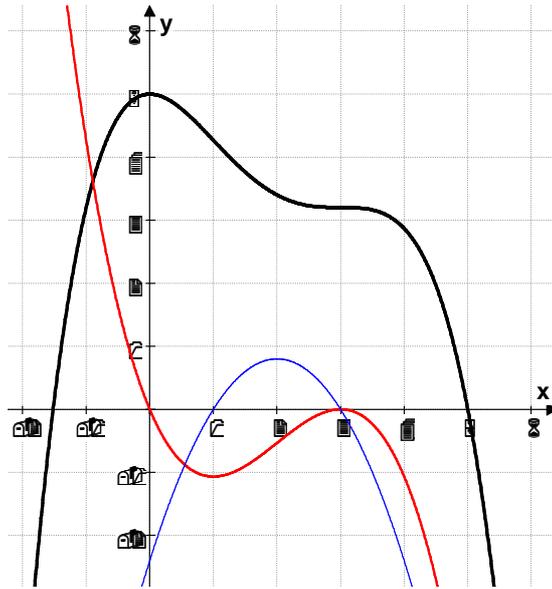
12) 1993 A2



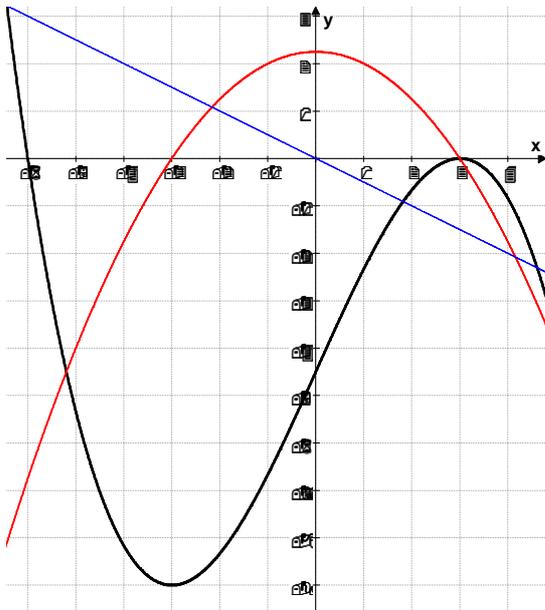
13) 1992 A1



14) 1992 A2



15) 1991 A1



16) 1991 A2

