Astronomische Beobachtungen und Weltbilder

Beobachtet man den Himmel (der Nordhalbkugel) über einen längeren Zeitraum, so lassen sich folgende Veränderungen feststellen:

1. Die Fixsterne drehen sich einmal in 24 Stunden von Ost nach West um den Himmelspol (Polarstern). Ihre Stellung zueinander bleibt unverändert (Fixsterne = feste Sterne, Zusammenfassung zu Sternbildern).

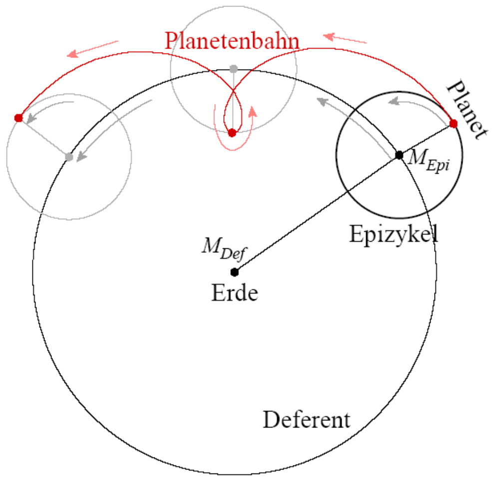
2. Sonne, Mond und Planeten machen die tägliche Ost-West-Bewegung der Fixsterne mit.
3. Im Lauf eines Jahres verändert die Sonne ihre Stellung relativ zu den Fixsternen und durchläuft die 12 Sternbilder des Tierkreises von West nach Ost. Ihre scheinbare Bahn am Himmel heißt Ekliptik.
4. Auch der Mond bewegt sich in der Nähe der Ekliptik. Für einen Umlauf von West nach Ost benötigt er 4 Wochen (Monat!); dabei durchläuft er verschiedene Phasen.
5. Die Planeten (Wandel„sterne'') verändern im Lauf eines Jahres ihre Stellung relativ zu den Fixsternen. Sie bewegen sich dabei auf der Ekliptik meist von West nach Ost. Im Unterschied zur Sonne ist ihre Bewegung nicht gleichförmig, sondern sie bleiben bisweilen stehen, bewegen sich rückläufig (von Ost nach West) und durchlaufen Schleifen.

Diese Beobachtungen wurden im Laufe der Geschichte auf verschiedene Arten gedeutet:

Das geozentrische Weltbild (Claudius Ptolemäus, 85 - 165 n. Chr.)
Ptolemäus fasste das gesamte Wissen seiner Zeit in dem Buch Almagest (große Zusammenstellung) zusammen. Er ging von folgenden Grundannahmen aus:

a) Die Erde steht im Mittelpunkt der Welt und ruht. (schon Aristoteles hatte die Meinung, die Erde drehe sich um sich selbst, beispielsweise mit dem Argument abgelehnt, dann müssten ja Vögel und Wolken gegenüber dem Erdboden immer mehr zurück bleiben.)
b) Die Himmelskörper bewegen sich mit konstanter Bahngeschwindigkeit auf kreisförmigen Bahnen. (Kreisbahnen wurden damals als „vollkommen“ betrachtet; da die Himmelskörper als Verkörperungen von Göttern gedacht waren, war es also naheliegend, dass diese sich auf Kreisbahnen bewegen sollten.)

Nur mit einfachen Kreisbahnen waren die Beobachtungen aber nicht erklärbar. Ptolemäus benutzte deshalb für die Bahnbeschreibung noch einige Tricks, beispielsweise die „Epizyklen“: er nahm an, dass die Planeten sich auf kleinen Kreisen bewegen, deren Mittelpunkt gleichzeitig auf einer großen Kreisbahn (dem „Deferent“) um die Erde läuft.



Das geozentrische Weltbild konnte die allermeisten damaligen Beobachtungen befriedigend erklären; manche, wie beispielsweise die veränderlichen Helligkeiten der Planeten, wurden allerdings nicht erklärt.

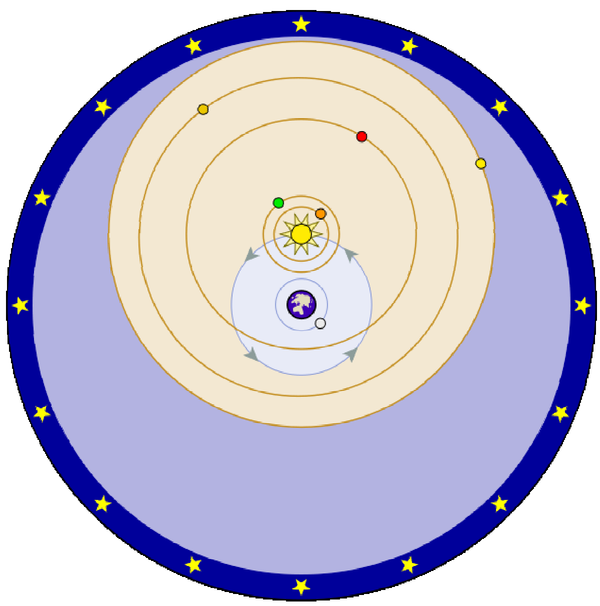
Außerdem gab es auch schon früher Hinweise darauf, dass das geozentrische Weltbild nicht stimmt. Bereits Aristarch von Samos (ca. 310 – 230 v. Chr.) hatte durch rein geometrische Überlegungen heraus gefunden, dass die Sonne um ein Vielfaches größer ist als die Erde – also sollte sich die Erde um die Sonne bewegen, nicht umgekehrt. Dies (und vieles andere) führte dann schließlich zu

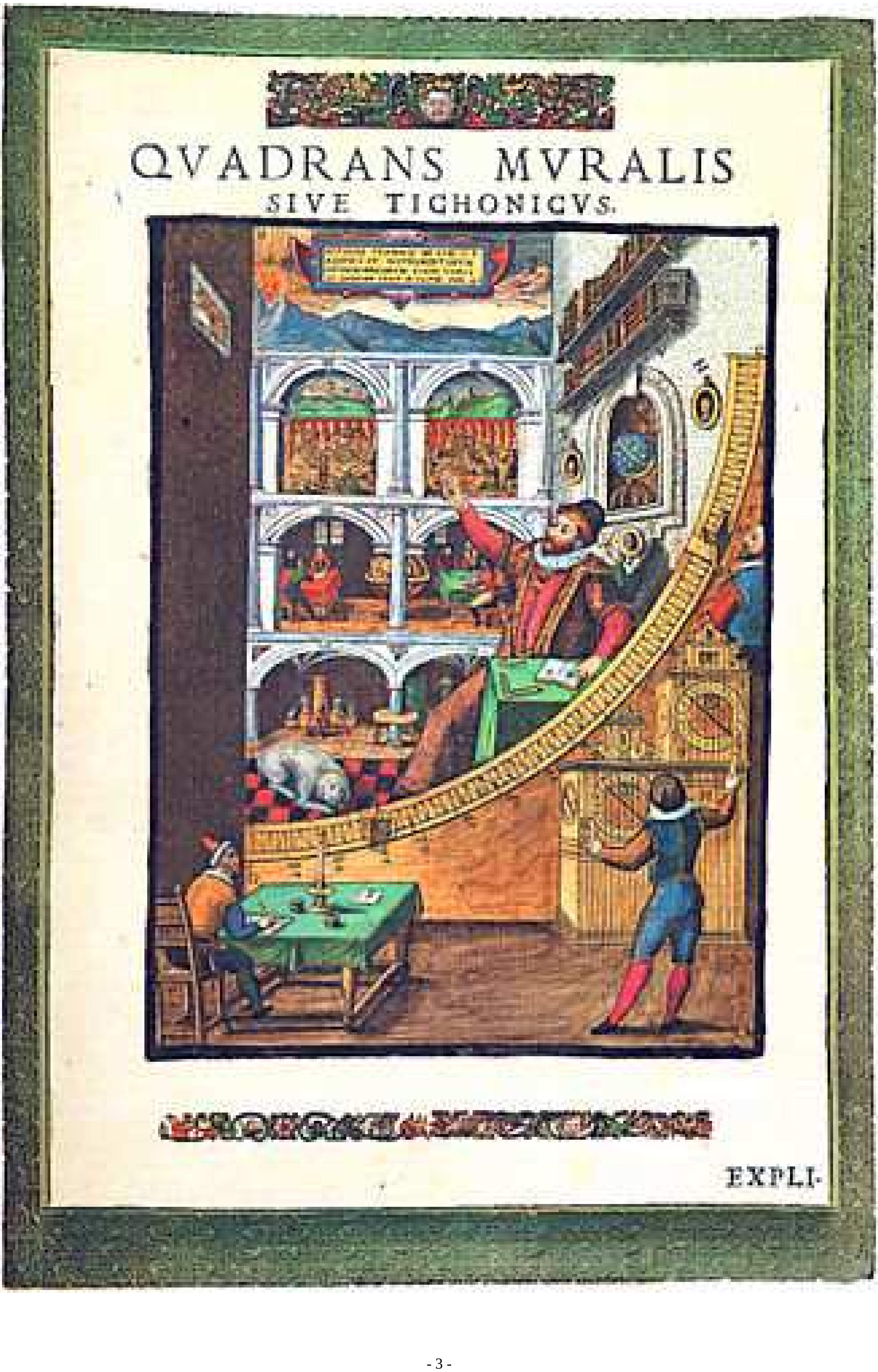
<u>Das heliozentrische Weltbild </u>(Nikolaus Kopernikus 1473 - 1543 n. Chr.)
Kopernikus veröffentlichte 1543 sein Werk "De revolutionibus orbium caelestium" mit folgenden Grundannahmen:

a) Die Erde dreht sich täglich einmal um ihre eigene Achse.
b) Die Erde und die Planeten bewegen sich auf Kreisbahnen um die Sonne.

Das System sollte einfacher sein als das geozentrische – aber auch Kopernikus kam nicht ohne Epizykel aus (etwa gleich viel oder sogar mehr als bei Ptolemäus, je nach genauem System). Dies und andere Probleme (beispielsweise die nicht beobachtete „Fixstern-Parallaxe“) trug dazu bei, dass sein Weltbild zunächst nicht akzeptiert wurde.

Um die Frage endgültig zu klären, führte Tycho Brahe (1546 – 1601) zahlreiche sehr genaue Messungen durch. Brahe favorisierte dabei ein eigenes Weltbild, in dem die Sonne zwar um die Erde kreiste, die anderen Planeten aber alle um die Sonne.





QVADRANS MVRALIS
SIVE TICHONICVS.

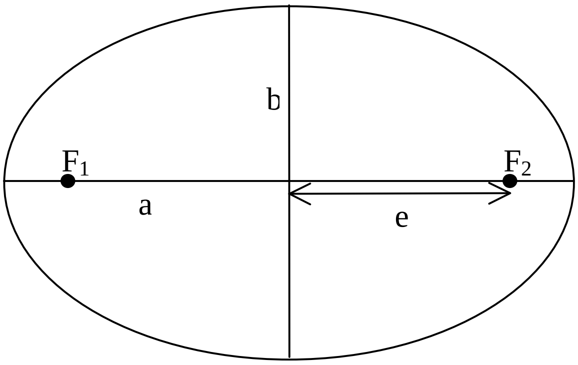
EXPLI-

Die Keplerschen Gesetze

Brahe selbst hatte nicht genügend mathematische Fähigkeiten, um aus den Beobachtungsdaten die Bahnkurven abzuleiten; dies übernahm sein Mitarbeiter Johannes Kepler (1571-1630).

Kepler erkannte nach jahrelangen Versuchen, dass die Planeten nicht auf Kreisbahnen umlaufen, sondern auf Ellipsen. (Die Messungenauigkeit von Brahe betrug etwa 3 Bogenminuten; die beobachteten Abweichungen von Kreisbahnen betrugen aber bis zu 10 Bogenminuten – weit außerhalb der Messungenauigkeit!)

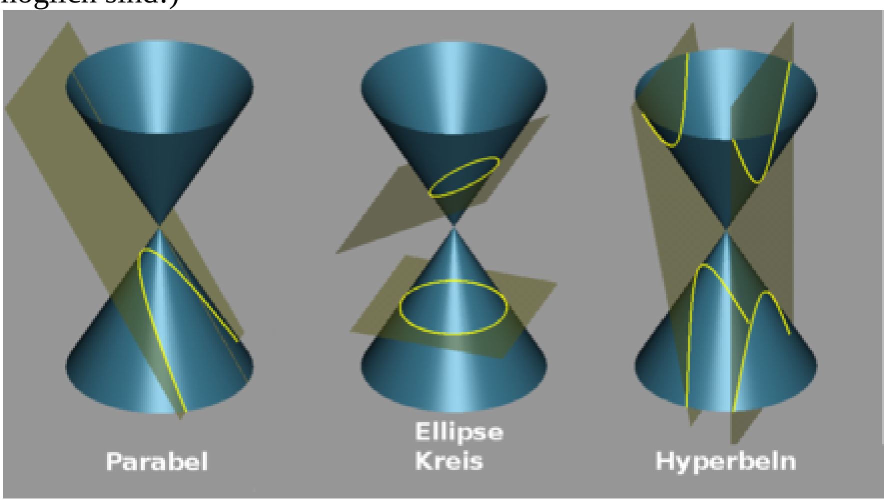
Einschub: mathematischer Hintergrund zu Ellipsen
Eine Ellipse ist anschaulich gesprochen ein zusammen gedrückter Kreis:



Die Abstände a und b zum Mittelpunkt heißen die große bzw. kleine Halbachse. F_1 und F_2 sind die sogenannten Brennpunkte. Der Name für letztere stammt aus der Optik: denkt man sich die Ellipse innen verspiegelt, so werden alle Lichtstrahlen, die aus einem Brennpunkt kommen und auf die Wand treffen, im jeweils anderen Brennpunkt gebündelt. Dabei ist die Länge jedes solchen Strahls von einem Brennpunkt zum anderen immer gleich 2a; die wird zum Beispiel in der sogenannten „Gärtner-Konstruktion“ ausgenutzt.

Der Abstand der Brennpunkte zum Mittelpunkt heißt die „lineare Exzentrizität“ e (es gilt: $e^2 + b^2 = a^2$); das Verhältnis von e und a die „numerische Exzentrizität“ ε. Letztere ist ein einfaches Maß dafür, wie stark die Ellipse von einem Kreis abweicht: für $\varepsilon = 0$ handelt es sich um einen Kreis, für $\varepsilon = 1$ ist $b = 0$, es bleibt nur ein Strich übrig.

Die Ellipse gehört zu den sogenannten Kegelschnitten: schneidet man einen (doppelten) Kegel durch, so erhält man je nach Lage der Schnittebene eben eine Ellipse (oder einen Kreis), eine Parabel oder eine Hyperbel. (Anmerkung: Newton zeigte später, dass auch Parabeln und Hyperbeln theoretisch als Planetenbahnen möglich sind!)



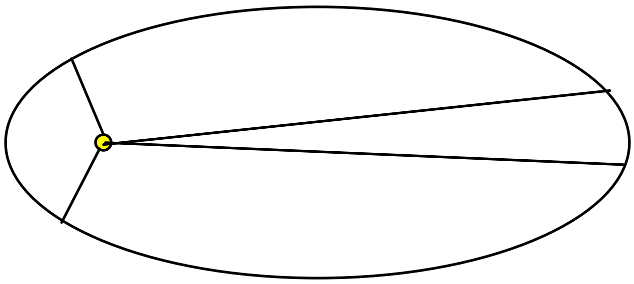
Kepler sorgfältige Berechnungen ergaben nun:

1. Keplersches Gesetz (1609):
Die Planeten bewegen sich auf Ellipsen, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht.

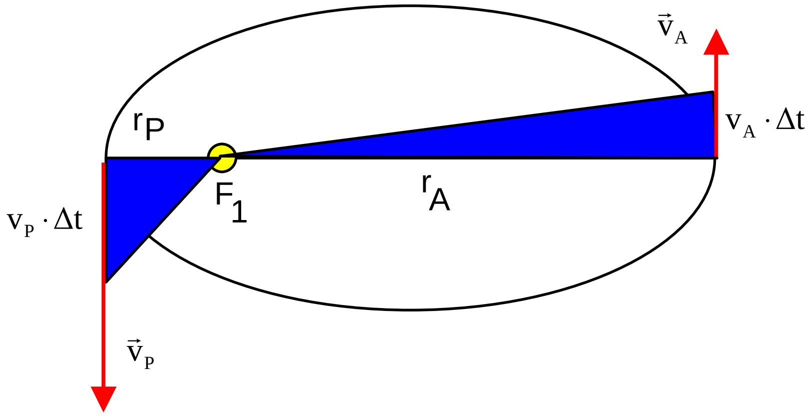
Der sonnennächste Punkt eines Planeten heißt dabei das Perihel (*griech. peri: nahe, helios: Sonne*), der sonnenfernste Punkt das Aphel (*griech. apo: fern*).

Auf diesen Ellipsenbahnen bewegen sich die Planeten aber nicht immer mit derselben Bahngeschwindigkeit; näher an der Sonne sind sie schneller, weiter weg langsamer. Genauer gilt:

2. Keplersches Gesetz (1909):
Die Verbindungslinie Sonne - Planet überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen .



Dies kann man auch rechnerisch ausdrücken. Für hinreichend kurze Zeiten Δt lassen sich die im 2. Kepler'schen Gesetz angegebenen Flächen zumindest im Perihel und im Aphel durch rechtwinklige Dreiecke annähern:



$$A_P = A_A$$

$$\frac{1}{2} r_P \cdot v_P \cdot \Delta t = \frac{1}{2} r_A \cdot v_A \cdot \Delta t$$

$$r_P \cdot v_P = r_A \cdot v_A$$

(Anmerkung: Allgemein gilt, dass $r \cdot v \cdot \sin(\alpha)$ konstant ist, wobei r der momentane Abstand zur Sonne ist, v die momentane Bahngeschwindigkeit und α der Winkel zwischen Orts- und Geschwindigkeitsvektor; dies ist äquivalent zur Erhaltung des sogenannten „Drehimpulses“.)

Kepler suchte außerdem nach Zusammenhängen zwischen den Umlaufzeiten der Planeten. Erst 1618 fand er das entsprechende Gesetz; dies soll im Folgenden hergeleitet werden.

Der direkte mathematische Zusammenhang ist mit unseren Mitteln nicht zu zeigen. Wir nähern die Planetenbahnen deshalb im Folgenden durch Kreisbahnen (dies ist eine gute Näherung: die Exzentrizitäten der Planeten sind nicht größer als etwa 0,21) mit Radius $r = \frac{a+b}{2}$ und suchen zunächst einen Zusammenhang zwischen den Zentripetalbeschleunigungen und den Radien der Bahnen.

Planet	Merkur	Venus	Erde	Mars	Jupiter	Saturn	Uranus	Neptun
r in 10^9 km	0,0573	0,108	0,150	0,227	0,778	1,43	2,87	4,49
T in Jahren (a)	0,241	0,615	1,00	1,88	11,9	29,5	84,0	165
a_Z in 10^9 km/a^2								

Aufgabe: Berechnen Sie in der Tabelle oben für jeden Planeten die Zentripetalbeschleunigung a_Z.

Offensichtlich nimmt a_Z für zunehmendes r ab. Die beiden Größen sind aber nicht einfach indirekt proportional zueinander, wie man leicht nachrechnet (wie?), sondern a_Z fällt schneller ab. Ein naheliegender Ansatz ist dann, dass a_Z indirekt proportional zu r^2 ist.

Aufgabe: Berechnen Sie also für jeden Planeten das Produkt $a_Z \cdot r^2$ und tragen Sie dies in der letzten Zeile der Tabelle oben ein.

Berücksichtigt man, dass wir hier mit einer Näherung rechnen, so ergibt sich mit guter Genauigkeit, dass $a_Z \cdot r^2$ konstant ist. Also gilt:

$$a_Z = \frac{konst.}{r^2}$$

Aufgabe: Setzen Sie auf der linken Seite den Zusammenhang der Zentripetalbeschleunigung mit der Umlaufzeit T ein und leiten Sie damit einen Zusammenhang zwischen r und T her.

Kepler fand, dass dieser Zusammenhang bei den Ellipsenbahnen zwischen der großen Halbachse a und der Umlaufzeit T besteht. Es gilt also:

3. Kepler'sches Gesetz (1618)
Die Quadrate der Umlaufzeiten T zweier Planeten verhalten sich wie die dritten Potenzen der großen Halbachsen a ihrer Bahnellipsen.

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3} \quad \Rightarrow \quad \frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3} = C$$

Die Konstante C heißt Konstante des 3. Keplerschen Gesetzes und hängt vom Zentralkörper ab.