

Die Pfadregeln: Herleitung

Beispiel:

Eine Urne enthält 3 weiße und 2 schwarze Kugeln; es werden zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen. Gesucht sind die Wahrscheinlichkeiten für folgende Ereignisse:

A: zuerst wird eine weiße, dann eine schwarze Kugel gezogen

B: es werden zwei verschiedenfarbige Kugeln gezogen

1. Geben Sie den Ergebnisraum Ω und die Ereignisse A und B in aufzählender Mengenschreibweise an; geben Sie außerdem jeweils die Mächtigkeit an.

2. Warum gilt hier nicht $P(A) = \frac{1}{4}$ und $P(B) = \frac{1}{2}$?

Um dieses Zufallsexperiment zu einem Laplace-Experiment zu machen, betrachten wir eine Verfeinerung des Ergebnisraums: wir nehmen an, die Kugeln wäre unterscheidbar (durchnummeriert), die Urne enthält also die Kugeln w_1, w_2, w_3, s_1 und s_2 .

3. Ermitteln Sie zum entsprechenden Ergebnisraum Ω' und zu den Ergebnissen A und B jeweils die Mächtigkeiten.

4. Berechnen Sie damit die Wahrscheinlichkeiten $P(A)$ und $P(B)$.

Statt dieser relativ komplizierten Überlegung kann man die Wahrscheinlichkeiten auch einfach mit Hilfe eines Baumdiagramms erhalten...

Bitte wenden!

5. Zeichnen Sie das Baumdiagramm zu diesem Zufallsexperiment (betrachten Sie nun wieder die Kugeln als ununterscheidbar!) und geben Sie (wie üblich) daneben den Ergebnisraum an.

6. Schreiben Sie bei jeder Verzweigung im Baumdiagramm neben jeden „Zweig“ jeweils die Wahrscheinlichkeit, dass dieser Zweig eintritt. Wie erhält man die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse A und B aus diesen Einzelwahrscheinlichkeiten?

Verzweigungsregel: Die von jedem Punkt im Baumdiagramm ausgehenden Zweige tragen Wahrscheinlichkeiten, deren \sum jeweils 1 ist.

1. Pfadregel: Die Wahrscheinlichkeit jedes Pfades (also jedes Elementarereignisses) ist jeweils das Produkt der Wahrscheinlichkeiten entlang des Pfades.

2. Pfadregel: Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses ist die Summe der Wahrscheinlichkeiten aller zugehörigen Pfade.