#### Grundwissen Brüche

## Begriffe:

- Einen Quotienten zweier ganzer Zahlen z und n  $(\neq 0!)$  bezeichnet man auch als <u>Bruch</u> und schreibt dafür  $\frac{z}{n}$ . Dabei heißt z der <u>Zähler</u>, n der <u>Nenner</u> des Bruchs.
- Ein Bruch, dessen Zähler 1 ist, heißt Stammbruch; z. B.:  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{1}{5}$ ;  $\frac{1}{3540}$
- Ist |z| < |n|, so heißt der Bruch <u>echt</u>, ansonsten <u>unecht</u>; z. B.:  $\frac{3}{7}$  (echt);  $-\frac{99}{100}$  (echt);  $\frac{3}{2}$  (unecht)
- Unechte Brüche schreibt man oft auch als <u>gemischte Zahlen</u>: man teilt den Bruch auf in eine ganze Zahl und einen echten Bruch (Beispiel:  $\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$ ).
- Für einen gegebenen Bruch  $\frac{a}{b}$  bezeichnet man den Bruch  $\frac{b}{a}$  als <u>Kehrbruch</u> (oder: <u>Kehrwert</u>, Kehrzahl, Kehrterm) z. B.:  $\frac{3}{2}$  und  $\frac{2}{3}$  sind Kehrbrüche zueinander.
- Zwischen je zwei gegebenen (Dezimal-)Brüchen liegen immer (unendlich viele) weitere Brüche. Man sagt, die Brüche (also die rationalen Zahlen) liegen dicht.

## Multiplizieren und Dividieren:

- Man multipliziert einen Bruch mit einer ganzen Zahl, indem man den Zähler multipliziert (oder den Nenner dividiert); man dividiert einen Bruch durch eine ganze Zahl, indem man den Nenner multipliziert (oder den Zähler dividiert); z. B.:  $3 \cdot \frac{2}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ ;  $\frac{8}{11} : 2 = \frac{8}{22} = \frac{4}{11}$ .
- Zwei Brüche werden miteinander multipliziert, indem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert; z. B:  $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 7} = \frac{15}{28}$ .
- Durch einen Bruch wird dividiert, indem man mit dem Kehrbruch multipliziert; z. B.:  $\frac{5}{7}:\frac{2}{3}=\frac{5}{7}\cdot\frac{3}{2}=\frac{15}{14}$ .
- Spezialfall der letzten Regel: Teilt man 1 durch einen Bruch, so ergibt sich der Kehrbruch; z. B.:  $\frac{1}{\frac{2}{3}} = 1 \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{2}.$
- Es gelten dieselben Vorzeichenregeln und Rechengesetze (K, A) wie bei den ganzen Zahlen.

# Kürzen und Erweitern:

Jeden Term kann man mit 1 multiplizieren, ohne seinen Wert zu ändern. Die 1 kann man aber auch als  $\frac{k}{k}$  mit einer beliebigen Zahl k (ungleich 0) schreiben. Also folgt für jeden Bruch:

$$\frac{z}{n} = \frac{z}{n} \cdot 1 = \frac{z}{n} \cdot \frac{k}{k} = \frac{z \cdot k}{n \cdot k},$$

das heißt, der Wert eines Bruchs ändert sich nicht, wenn man seinen Zähler und Nenner mit der gleichen Zahl multipliziert. Man sagt, der Bruch wird "mit k <u>erweitert</u>". Kann man umgedreht sowohl Zähler als auch Nenner als ein Produkt mit derselben Zahl k schreiben, so folgt, dass man diese Zahl k auch weg lassen kann; man sagt, der Bruch wird "mit k <u>gekürzt</u>".

Beispiele: 
$$\frac{1,5}{2} = \frac{1,5 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{3}{4}$$
;  $\frac{4+6}{4} = \frac{(2+3) \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{2+3}{2}$ 

beachte: hier darf man <u>nicht</u> folgendermaßen rechnen:  $\frac{4+6}{4} = \frac{1+6}{1}$  oder = 6 oder ähnliches!!!

"In Differenzen und in Summen kürzen nur die D..." Kürzen ist nur erlaubt, wenn in Zähler und Nenner jeweils ein *Produkt* steht!

Als Hauptnenner von mehreren Brüchen nimmt man das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV) der einzelnen Nenner; Bestimmung dieses kgV:

1) mehrere Vielfache der Zahlen hinschreiben, das kleinste nehmen; Beispiel:

12: 12, 24, 36, 48, 60, 72, ...

18: 18, 36, 54, 72, 90, 108, ...

→ kgV: 36

2) Primfaktorzerlegung:

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$18 = 2 \cdot 3.3$$

→ kgV = 2·2·3·3 (erst schauen, wie häufig die 2 reingeht, dann die 3, ...; dann dasselbe bei der zweiten Zahl; dann alles zusammen sammeln)

## Umrechnung von Brüchen in Dezimalbrüchen:

- einfach Division ausführen!
- alternativ: Bruch so erweitern, dass im Nenner eine Zehnerpotenz steht, z. B.:  $\frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 0,75$

Brüche entsprechen entweder abbrechenden Dezimalbrüchen (endliche Anzahl von Dezimalen) wie z. B. 0,25 oder periodischen Dezimalbrüchen (eine Zifferngruppe wiederholt sich immer wieder, unendlich oft) wie z. B. 0,161616.... Bei periodischen Dezimalbrüchen macht man über die sich wiederholende Zifferngruppe einen Strich, z. B.:  $0,\overline{09} = 0,0909090909090909...$ ; sprich: null Komma Periode null neun.

## Umrechnen von Dezimalbrüchen in Brüche:

- abbrechende Dezimalbrüche: als Nenner passende Zehnerpotenz verwenden; z. B.:  $0.354 = \frac{354}{1000}$
- periodische Dezimalbrüche:  $\frac{1}{9} = 0,\overline{1}; \quad \frac{1}{90} = 0,0\overline{1}; \quad \frac{1}{99} = 0,\overline{01}$  usw. verwenden; damit z. B.:

$$0, \overline{6} = 6 \cdot 0, \overline{1} = 6 \cdot \frac{1}{9} = \frac{6}{9} \left( = \frac{2}{3} \right)$$

$$0, \overline{16} = 16 \cdot 0, \overline{01} = \frac{16}{99}$$

$$0 \quad 0, 1\overline{6} = 0, 1 + 6 \cdot 0, 0\overline{1} = \frac{1}{10} + \frac{6}{90} \left( = \frac{9}{90} + \frac{6}{90} = \frac{15}{90} = \frac{1}{6} \right)$$

also: wenn nur periodische Dezimalen, dann als Nenner 9 bzw. 99 usw. verwenden; wenn auch nicht-periodische Dezimalen, dann erst aufteilen in abbrechende und periodische Zahl

### Addieren und Subtrahieren:

- Brüche mit gleichem Nenner heißen gleichnamig.
- Gleichnamige Brüche werden addiert, indem man die Zähler addiert und den Nenner stehen lässt;

z. B.: 
$$\frac{2}{11} + \frac{5}{11} = \frac{7}{11}$$
.

- Dabei gelten dieselben Rechengesetze (K, A, Vorzeichen) wie bei den ganzen Zahlen.
- Sind Brüche nicht gleichnamig, so bringt man sie erst durch Erweitern auf den Hauptnenner; z. B.:

$$\frac{5}{12} + \frac{7}{18} = \frac{15}{36} + \frac{14}{36} = \frac{29}{36}$$
. (Hauptnenner ist das kgV von 12 und 18, also 36)

<u>Verbinden von Addition/Subtraktion und Multiplikation/Division:</u> Es gilt das bekannte D-Gesetz.