Grundlagen zu Termen mit Variablen

Buchstaben stehen in Termen für unbekannte reelle Zahlen; da sich ihr Wert also ändern kann, spricht man von Variablen. Für einen Term mit der Variablen x schreibt man z. B. T(x) (sprich: „T von x", d. h. der Wert des Terms hängt von dem Wert von x ab), bei mehreren Variablen entsprechend z. B. T(a;b;c).

Vereinbarungen:
1) Steht zwischen Zahl und Variable ein Malzeichen, so kann man es auch weglassen, z. B.: $2\cdot x = 2x$.
2) Wird eine Variable mit 1 bzw. –1 multipliziert, so kann man die 1 auch weglassen, z. B.: $-1a = -a$.

Setzt man für die Variable(n) eines Terms eine Zahl x_0 ein, so erhält man den Termwert $T(x_0)$, z. B.:
1) $T_1(x) = x^2 + \frac{1}{x} + 1$; dann ist $T_1(2) = 2^2 + \frac{1}{2} + 1 = 5\frac{1}{2}$; $T_1(0{,}5) = 0{,}5^2 + \frac{1}{0{,}5} + 1 = 3{,}25$;
$T_1(-4) = (-4)^2 + \frac{1}{-4} + 1 = 16\frac{3}{4}$ (*nicht* $-4^2 + \frac{1}{-4} + 1 = -15\frac{1}{4}$!) usw.
2) $T_2(a;b) = a\cdot b$; dann ist $T_2(3;4) = 3\cdot 4 = 12$ usw.

Beachte: Man kann in einen Term auch Variablen oder komplexere Terme einsetzen, z. B.:
$T_1(x+h) = (x+h)^2 + \frac{1}{x+h} + 1$; $T_2(2;c) = 2c$; $T_2(x^2;x^4) = x^2\cdot x^4 = x^6$ usw.

Die Grundmenge eines Terms gibt an, welche Zahlen überhaupt zur Verfügung stehen; die Definitionsmenge gibt an, welche Zahlen davon man sinnvoll einsetzen kann (die Definitionsmenge ist also immer eine Teilmenge der Grundmenge!). Die Wertemenge eines Terms enthält alle Termwerte, die sich ergeben, wenn man in den Term alle Zahlen der Definitionsmenge einsetzt. Die Grundmenge muss direkt angegeben sein oder ergibt sich direkt aus dem Sachzusammenhang, die Definitions- und Wertemenge muss man i. A. selbst ermitteln.

Beispiele:
1) Betrachtet wird der Term $T(x) = \frac{1}{x}$ über der Grundmenge $\mathbb{R}$. Die maximal mögliche Definitionsmenge ist dann , die Wertemenge ist ebenfalls . Hat man denselben Term über der Grundmenge $\mathbb{N} = \{1; 2; 3; \ldots\}$, so ist die maximal mögliche Definitionsmenge dagegen

2) Betrachtet wird der Term $T(x) = \sqrt{x}$ über der Grundmenge [-4;4]. Die maximal mögliche Definitionsmenge ist dann , die Wertemenge ist .

Zwei Terme $T_1(x)$ und $T_2(x)$ heißen äquivalent, wenn sie bei jeder zulässigen Einsetzung den gleichen Wert liefern; man schreibt dann $T_1(x) = T_2(x)$.

Beispiel: $T_1(x) = x$, $T_2(x) = x^2$

x			
$T_1(x)$			
$T_2(x)$			

Um nachzuweisen, dass zwei Terme nicht äquivalent sind, genügt es, Wert für die Variable(n) zu finden, für den sich verschiedene Termwerte ergeben. Um dagegen nachzuweisen, dass zwei Terme äquivalent sind, muss man sie mit Hilfe der Rechengesetze ineinander umformen.