Kapitel 1: Die Anfänge

René Descartes (1596-1650), 1637: ermittelte jeweils einen Kreis mit Mittelpunkt auf der x-Achse, der den Graphen eines Polynoms berührt (doppelte Schnittstelle); damit erhielt er dann die Steigung der Normale (Radius des Kreis steht senkrecht auf dem Berührpunkt) und daraus dann die Steigung der Tangente

Pierre de Fermat (1607?-1665): formulierte wohl als erster den Gedanken, dass sich bei einem Extremum eine Größe kaum verändert, wenn man die abhängige Variable verändert; redete von der „Pseudogleichheitsmethode‘‘: analog zu Leibniz‘ und Newtons späteren Methoden betrachtete er infinitesimale Änderungen und berechnete damit dann auch Tangenten(steigungen). Allerdings veröffentlichte er diese Arbeiten wohl nie; zumindest in Briefen an Descartes hat er die Methode aber anscheinend verwendet, auch für implizite Funktionen mit $f(x,y) = 0$.

René Francois Walther de Sluse (1622-1685), um 1655 (veröffentlicht erst 1673): Formel für implizite Differenziation bei Polynomen in zwei Variablen durch Betrachtung von infinitesimal benachbarten Punkten

Johann van Waveren Hudde (1628-1704), um 1657: Vereinfachung von Fermats Methode für Polynome ➔ „Hudde-Regel‘‘, um Stellen zu finden, an denen ein Polynom extremal ist; verwendete im Wesentlichen, dass man, wenn man die Monome eines Polynoms $f(x)$ der Reihe nach mit Termen der Form $p + j\, q$ multipliziert und summiert, $p\, f(x) + q\, x\, f'(x)$ erhält (d. h. implizit wird $(x^n)' = n\, x^{n-1}$ verwendet)

Isaac Barrow (1630-1677): Zeit besteht aus unendlich kleinen „timelets‘‘, Raum aus unendlich kleinen „linelets‘‘; Tangentenberechnung wie bei Fermat für implizite Funktionen mit $f(x,y) = 0$; höhere Potenzen der Infinitesimalen wurden gleich 0 gesetzt, „for these terms have no value‘‘

Kapitel 2: Erste Zusammenstellungen, allgemeingültige Formulierungen und Verfahren

Sir Isaac Newton (1643-1727), 20.5.1665: erste Verwendung des Punktes für eine Geschwindigkeit bzw. ein „Fluxion‘‘ in einem Manuskript; November 1665: Manuskript „Methode der Fluxionen‘‘, Oktober: unveröffentlichte Zusammenfassung („Oktobertraktat‘‘) der Arbeiten zur Fluxionenrechnung, Mathematikern Englands Kopien zur Verfügung gestellt; Manuskript „De Analysi per Aequationes Numero Terminorum Infinitas‘‘ („Über die Analysis mit Gleichungen, die in der Anzahl ihrer Terme unbegrenzt sind‘‘) 1669 an Sekretär der Royal Society ausgeliehen, aber erst 1711 veröffentlicht (Anwendungen der Fluxionenrechnung allerdings bereits 1693 im Lehrbuch „De algebra tractatus‘‘ von John Wallis und 1704 in Newtons Veröffentlichung „Quadratura curvarum‘‘)

Berechnung von Tangenten an Graphen von impliziten Funktionen f(x,y) = 0, indem die Kurve bestehend aus Schnittpunkten zweier sich in x- und y-Richtung bewegender Linien gedacht wird, dabei Bezeichnungen „Fluenten‘‘ x und y und für die Geschwindigkeiten „Fluxionen‘‘ $\dot{x}$ und $\dot{y}$ (anfangs p und q), Tangentensteigung dann $\frac{\dot{y}}{\dot{x}}$. Er betrachtete also wohl als erster konkrete physikalische Anwendungen im Sinne von Änderungsraten! (vgl. allerdings Barrows „timelets‘‘)

in Oktobertraktat: für Polynome f(x,y) = 0: ersetze x bzw. y durch x + o$\dot{x}$ bzw. y + o$\dot{y}$ (wobei o ein infinitesimales Zeitintervall ist, das entspricht im Wesentlichen dem h in der h-Methode!), wende auf jede Potenz das Binomialtheorem an, vernachlässige höhere Potenzen in o („because they are infinitely less than those in which o is but of one dimension‘‘) und verwende f(x,y) = 0, dann Division durch o, führt letztlich auf Regel: multipliziere jeden Summanden mit $\dot{x}$/x und der jeweiligen Potenz von x, dann multipliziere jeden Summanden mit $\dot{y}$/y und der jeweiligen Potenz von y, addiere beide Summen und setze dies gleich 0 ➔ Beziehung zwischen $\dot{x}$ und $\dot{y}$, also letztlich Steigung

Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), 1673: mit „charakteristischem Dreieck‘‘ viele Sätze bewiesen, u.a. ein Beweis der Ableitung von x^n mithilfe der Subnormalen, aber noch in sehr umständlicher Schreibweise

11.11.1675: Schreibweise mit Differenzialen dx, dy eingeführt, allerdings noch nicht direkt im Zusammenhang mit Differenzialrechnung, sondern erst mal nur als „unendlich kleine‘‘ Differenzen; untersuchte hier allerdings schon, ob d(xy) = dx dy und d(x/y) = dx/dy ist

November 1676: Verwendung der Differenziale für Ableitungen, z. B. $dx^n = n\,x^{n-1}\,dx$ geschrieben (das dx entspricht im Wesentlichen dem h in der h-Methode!)

1684: erste Veröffentlichung seiner Methoden in der mathematischen Fachzeitschrift „Acta Eruditorum‘‘

Kapitel 3: Entwicklung der heutigen Definition und Schreibweise

Joseph-Louis Lagrange (1736-1823), 1797: Lehrbuch, basierend auf seiner Vorlesung, „Théorie des fonctions analytiques‘‘ (also: Theorie der analytischen Funktionen), darin Schreibweise f‘x, f‘‘x, … für Ableitungen eingeführt und Bezeichnung „abgeleitete Funktion‘‘

Augustin Louis Cauchy (1789-1857), 1821: Lehrbuch „Cours d'analyse‘‘ (also: Kurs zur Analysis) basierend auf seinen Vorlesungen: moderne Definition der Ableitungsfunktion, einschließlich Begriff „abgeleitete (derivierte) Funktion‘‘, Bezeichnung y‘ oder f ‘

Karl Weierstraß (1815-1897): um 1863 (veröffentlicht erst 1872): Differenzierbarkeit folgt aus Stetigkeit, aber nicht umgekehrt; Beispiel einer Funktion, die überall stetig, aber nirgends differenzierbar ist

Kapitel 4: Modernere Entwicklungen

Èlie Joseph Cartan (1869-1951), 1899: „expression différentielle‘‘ definiert (im Wesentlichen die heutigen sogenannten „alternierenden Differenzialformen‘‘); 1922: Begriffe „exterior differential form‘‘ (äußere Differenzialform) und „exterior derivative‘‘ (äußere Ableitung)

Erich Kähler (1906-2000), in seinem Buch „Einführung in die Theorie der Systeme von Differentialgleichungen‘‘ 1934: Notation d für äußere Ableitung von Differenzialformen eingeführt

Sergej L'vovic Sobolew (1908-1989), in 1930er Jahren: Sobolew-Funktionenräume mit „schwach differenzierbaren‘‘ Funktionen

Laurent Schwartz (1915-2002), nach dem 2. Weltkrieg: Distributionen

Paul Adrien Maurice Dirac (1902-1984): Delta-Distribution

ab ca. 1940: „Nichtstandardanalysis‘‘ (u. a. **Detlef Langwitz (1932-2000), Curt Schmieden (1905-1991), Abraham Robinson (1918-1974), Edward Nelson (1932-2014)**): Versuch einer Definition des Begriffs „unendlich kleine Zahl‘‘, damit ist dann Differenzialrechnung ohne Verwendung von Grenzwerten möglich

Quellen

Thomas Sonar: „3000 Jahre Analysis‘‘ (2. Auflage), Springer-Verlag, 2016

und „Die Geschichte des Prioritätsstreits zwischen Leibniz und Newton‘‘, Springer-Verlag, 2016

Margaret E. Baron: „The Origins of the Infinitesimal Calculus‘‘, Pergamon Press, 1969

C. H. Edwards Jr.: „The Historical Development of the Calculus‘‘, Springer-Verlag, 1937

Florian Cajori: „A History of Mathematical Notations‘‘, Dover Publications, unveränderte Neuauflage 2012 (ursprünglich 1928/29)