

Gruppenarbeit zu „Quadratische Ungleichungen“

Gruppe A: graphische Methode

Bei den folgenden Rechnungen sollen Sie arbeitsteilig vorgehen, d. h. jeder muss nur einen Teil davon durchführen, und am Schluss tragen Sie Ihre Ergebnisse zusammen.

Zu lösen sind folgende quadratische Ungleichungen:

a) $x^2 - 2x + 3 > 0$

b) $x^2 < x$

c) $2x^2 + 24 > 16x$

d) $-12x + 9 \leq -3x^2$

e) $x^2 - 2x + 1 < 0$

f) $-x^2 - 6x \geq 9$

1) Bringen Sie die Ungleichungen, wo nötig, durch Äquivalenzumformungen zunächst auf eine Form, bei der rechts nur noch Null steht.

2) Lösen Sie dann zunächst die entsprechenden Gleichungen.

3) Fassen Sie die quadratischen Terme als Funktionsterme quadratischer Funktionen auf und skizzieren Sie die zugehörigen Parabeln (mit Hilfe der in (2) berechneten Nullstellen) in ein Koordinatensystem.

4) Geben Sie mit Hilfe der Graphen die Lösungen der Ungleichungen an (Tipp: ist ein Term > 0 , so heißt das, dass der zugehörige Graph oberhalb der x-Achse verläuft, ist er < 0 , so verläuft der Graph unterhalb der x-Achse).

Fertigen Sie auf einem DIN A3-Blatt ein Plakat mit Ihren Ergebnissen an. Ein Gruppensprecher soll dieses dann der Klasse vorstellen und Ihre Ergebnisse präsentieren. Auf dem Plakat sollte auch eine graphische Veranschaulichung des Sachverhalts vorhanden sein.

Gruppenarbeit zu „Quadratische Ungleichungen“

Gruppe B: quadratische Ergänzung

Bei den folgenden Rechnungen sollen Sie arbeitsteilig vorgehen, d. h. jeder muss nur einen Teil davon durchführen, und am Schluss tragen Sie Ihre Ergebnisse zusammen.

Zu lösen sind folgende quadratische Ungleichungen:

a) $x^2 - 2x + 3 > 0$

b) $x^2 < x$

c) $2x^2 + 24 > 16x$

d) $-12x + 9 \leq -3x^2$

e) $x^2 - 2x + 1 < 0$

f) $-x^2 - 6x \geq 9$

1) *Bringen Sie die Ungleichungen, wo nötig, durch Äquivalenzumformungen zunächst auf eine Form, bei der rechts nur noch Null steht.*

2) *Bringen Sie den quadratischen Term, der links steht, mit Hilfe einer quadratischen Ergänzung jeweils auf Scheitelform. Bringen Sie dann den konstanten Summanden wieder auf die rechte Seite und dividieren Sie durch einen evtl. Vorfaktor der Klammer (beachten Sie, wo nötig, die Regel für das Teilen durch negative Zahlen!).*

3) *Erklären Sie nun zunächst, warum die Ungleichungen, die nun die Form „Klammer zum Quadrat kleiner 0“ keine Lösung, die Ungleichungen, die nun die Form „Klammer zum Quadrat kleiner gleich 0“ nur eine Lösung (welche?) haben.*

4) *Ziehen Sie bei den übrigen Gleichungen nun auf beiden Seiten die Wurzel; beachten Sie dabei, dass $\sqrt{a^2} = |a|$ gilt. Lösen Sie die entstehenden Betragsungleichungen mit Hilfe einer Fallunterscheidung.*

Fertigen Sie auf einem DIN A3-Blatt ein Plakat mit Ihren Ergebnissen an. Ein Gruppensprecher soll dieses dann der Klasse vorstellen und Ihre Ergebnisse präsentieren. Auf dem Plakat sollte auch eine graphische Veranschaulichung des Sachverhalts vorhanden sein.

Gruppenarbeit zu „Quadratische Ungleichungen“

Gruppe C: Faktorisierung und Vorzeichen­tabelle

Bei den folgenden Rechnungen sollen Sie arbeitsteilig vorgehen, d. h. jeder muss nur einen Teil davon durchführen, und am Schluss tragen Sie Ihre Ergebnisse zusammen.

Zu lösen sind folgende quadratische Ungleichungen:

a) $x^2 - 2x + 3 > 0$

b) $x^2 < x$

c) $2x^2 + 24 > 16x$

d) $-12x + 9 \leq -3x^2$

e) $x^2 - 2x + 1 < 0$

f) $-x^2 - 6x \geq 9$

1) Bringen Sie die Ungleichungen, wo nötig, durch Äquivalenzumformungen zunächst auf eine Form, bei der rechts nur noch Null steht.

2) Lösen Sie dann zunächst die entsprechenden Gleichungen.

3) Schreiben Sie, wo möglich, mit Hilfe der in (2) berechneten Nullstellen die quadratischen Terme jeweils als ein Produkt von zwei Linearfaktoren (in einem Fall gibt es nur eine Nullstelle, in einem Fall gar keine).

4) Betrachten Sie nun zunächst die Fälle, in denen es nur eine oder gar keine Nullstelle gab. Versuchen Sie, in diesen beiden Fällen die Lösungsmenge direkt anzugeben.

5) Stellen Sie für die anderen beiden Fälle jeweils eine „Vorzeichen­tabelle“ (4 Zeilen, 4 Spalten) auf: in die erste Zeile schreiben Sie in die 2. bis 4. Spalte alle Intervalle zwischen und außerhalb der Nullstellen (das Intervall von $-\infty$ bis zur ersten Nullstelle, das Intervall zwischen den beiden und das Intervall von der zweiten Nullstelle bis ∞). In die 2. und 3. Zeile schreiben Sie in die erste Spalte die beiden Linearfaktoren, in die Spalten dahinter jeweils das Vorzeichen, das der Linearfaktor im jeweiligen Intervall annimmt. In die 4. Zeile schreiben Sie in die erste Spalte den quadratischen Term und in die Spalten dahinter jeweils das Vorzeichen, das er im jeweiligen Intervall annimmt; dieses erhalten Sie durch Multiplizieren der Vorzeichen der Linearfaktoren (warum?).

6) Geben Sie mit Hilfe der Ergebnisse in (5) die Lösungsmengen der Ungleichungen an.

Fertigen Sie auf einem DIN A3-Blatt ein Plakat mit Ihren Ergebnissen an. Ein Gruppensprecher soll dieses dann der Klasse vorstellen und Ihre Ergebnisse präsentieren. Auf dem Plakat sollte auch eine graphische Veranschaulichung des Sachverhalts vorhanden sein.