

# Gruppenarbeit: Lagebeziehungen

## Gruppe A

Hier soll die Lage von Geraden im Koordinatensystem untersucht werden. Bearbeiten Sie folgende Fragen (am besten mit Hilfe von Skizzen):

- 1) Wie kann man überprüfen, ob eine gegebene Gerade durch den Ursprung verläuft? Wie kann man dann ihre Geradengleichung möglichst einfach schreiben?
- 2) Wie sieht man am Richtungsvektor, ob eine gegebene Gerade parallel zu einer der Koordinatenachsen verläuft? (*Tipp*: zu welchem Vektor muss der Richtungsvektor jeweils parallel sein?)
- 3) Wie sieht man am Richtungsvektor, ob eine gegebene Gerade parallel zu einer der Koordinatenebenen verläuft? (*Tipp*: zu welchen Vektoren muss der Richtungsvektor jeweils komplanar sein?)

*Fassen Sie Ihre Ergebnisse, einschließlich Skizzen zur Veranschaulichung, auf einem DIN A3-Blatt zusammen. Außerdem soll einer aus Ihrer Gruppe die Ergebnisse auch mündlich vortragen.*

# Gruppenarbeit: Lagebeziehungen

## Gruppe B

Hier soll die Lage von Ebenen im Koordinatensystem untersucht werden. Bearbeiten Sie folgende Fragen (am besten mit Hilfe von Skizzen):

- 1) Wie kann man überprüfen, ob eine gegebene Ebene durch den Ursprung verläuft? Wie lauten dann die Ebenengleichungen in den drei Formen? (möglichst einfach)
- 2) Wie sieht man am Normalenvektor, ob eine gegebene Ebene parallel zu einer der Koordinatenebenen liegt? (*Tipp*: zu welchem Vektor muss der Normalenvektor jeweils parallel sein?)
- 3) Wie sieht man am Normalenvektor, ob eine gegebene Ebene parallel zu einer der Koordinatenachsen verläuft? (*Tipp*: zu welchen Vektoren muss der Normalenvektor jeweils komplanar sein?)
- 4) Versuchen Sie, die Fragen (2) und (3) auch mit den Richtungsvektoren der Parameterform zu beantworten. (*Tipp*: achten sie jeweils wieder auf Komplanarität)

*Fassen Sie Ihre Ergebnisse, einschließlich Skizzen zur Veranschaulichung, auf einem DIN A3-Blatt zusammen. Außerdem soll einer aus Ihrer Gruppe die Ergebnisse auch mündlich vortragen.*

# Gruppenarbeit: Lagebeziehungen

## Gruppe C

Hier soll die Lage von zwei Geraden zueinander untersucht werden.

Machen Sie sich zunächst (mit Stiften o. ä. als Modell für die Geraden) klar, dass es für Geraden im Raum vier Möglichkeiten gibt (beachten Sie auch S. 105 im Buch!):

- a) sie sind identisch
- b) sie sind parallel zueinander, aber nicht identisch
- c) sie schneiden sich
- d) sie sind nicht parallel zueinander, aber schneiden sich auch nicht (dann heißen sie windschief)

Bearbeiten Sie dann die folgende Fragen (am besten mit Hilfe von Skizzen):

- 1) Wie sieht man an den Richtungsvektoren, ob die beiden Geraden parallel verlaufen?
- 2) Was muss außerdem für die Aufpunkte gelten, damit die Geraden identisch sind? (*Tipp*: es genügt, einen Aufpunkt zu betrachten)

Im Folgenden sollen Sie Geraden betrachten, die nicht parallel sind.

- 3) Skizzieren Sie (analog zum Buch) zwei Geraden, die sich schneiden, und zeichnen Sie zusätzlich den Vektor  $\overrightarrow{AB}$  ein, der von einem Aufpunkt zum anderen geht. Wie liegt dieser Vektor, verglichen mit den beiden Richtungsvektoren? (*Tipp*: Fachbegriff; vergleiche beim Spatprodukt!)
- 4) Was muss entsprechend zu (3) für die drei Vektoren gelten, wenn die beiden Geraden windschief sind?
- 5) Überlegen Sie sich abschließend, ob man nach Überprüfen der Parallelität evtl. auch einfacher feststellen könnte, ob sich die Geraden schneiden oder nicht. (*Tipp*: wie findet man normalerweise den Schnittpunkt zweier Geraden?)

*Fassen Sie Ihre Ergebnisse, einschließlich Skizzen zur Veranschaulichung, auf einem DIN A3-Blatt zusammen. Außerdem soll einer aus Ihrer Gruppe die Ergebnisse auch mündlich vortragen.*

# Gruppenarbeit: Lagebeziehungen

## Gruppe D

Hier soll die Lage von zwei Ebenen zueinander untersucht werden.

Machen Sie sich zunächst (mit Blättern o. ä. als Modell für die Ebenen) klar, dass es für Ebenen im Raum drei Möglichkeiten gibt:

- a) sie sind identisch
- b) sie sind parallel zueinander, aber nicht identisch
- c) sie schneiden sich

Bearbeiten Sie dann die folgende Fragen (am besten an mit Hilfe von Skizzen):

Betrachten Sie zunächst den Fall, dass beide Ebenen in Koordinaten- oder Normalenform gegeben sind.

- 1) Wie sieht man an den Normalenvektoren, ob die Ebenen parallel zueinander sind? Wie sieht man deswegen an zwei Koordinatengleichungen, ob sie parallele Ebenen beschreiben?
- 2) Wie liegen die Ebenen zueinander, wenn die Bedingung aus (1) nicht erfüllt ist?
- 3) Was muss neben der Parallelität außerdem auch noch für die Aufpunkte gelten, damit die Ebenen identisch sind? (*Tipp*: es genügt, einen Aufpunkt zu betrachten) Wie sieht man zwei Koordinatengleichungen an, ob sie parallele Ebenen beschreiben?

Betrachten Sie nun den Fall, dass eine Ebene in Koordinaten- oder Normalenform, die andere in Parameterform gegeben ist.

- 4) Wie muss der Normalenvektor der einen Ebene zu den Richtungsvektoren der anderen liegen, damit die Ebenen parallel sind?
- 5) Wie überprüft man, ob die Ebenen identisch sind? (*Tipp*: vergleiche Frage 3)

Abschließend sollen Sie den Fall betrachten, dass beide Ebenen in Parameterform gegeben sind.

- 6) Begründen Sie, dass die Ebenen genau dann parallel zueinander sind, wenn alle vier Richtungsvektoren komplanar sind. Wie könnte man das überprüfen?

*Fassen Sie Ihre Ergebnisse, einschließlich Skizzen zur Veranschaulichung, auf einem DIN A3-Blatt zusammen. Außerdem soll einer aus Ihrer Gruppe die Ergebnisse auch mündlich vortragen.*

# Gruppenarbeit: Lagebeziehungen

## Gruppe E

Hier soll die Lage von Geraden und Ebenen zueinander untersucht werden.

Machen Sie sich zunächst (mit Stiften o. ä. als Modell für die Geraden, Blättern o. ä. für die Ebenen) klar, dass es für Geraden und Ebenen im Raum drei Möglichkeiten gibt:

- a) die Gerade liegt in der Ebene
- b) die Gerade verläuft parallel zur Ebene, liegt aber nicht darin
- c) sie schneiden sich

Bearbeiten Sie dann die folgende Fragen (am besten an mit Hilfe von Skizzen):

Betrachten Sie zunächst den Fall, dass die Ebene in Koordinaten- oder Normalenform gegeben ist.

- 1) Was muss für den Normalenvektor der Ebene und den Richtungsvektor der Gerade gelten, damit die Gerade parallel zur Ebene verläuft?
- 2) Wie liegen die Gerade zur Ebene, wenn die Bedingung aus (1) nicht erfüllt ist?
- 3) Was muss neben der Parallelität außerdem auch noch für den Aufpunkt der Geraden gelten, damit sie in der Ebene liegt?

Betrachten Sie nun den Fall, dass die Ebene in Parameterform gegeben ist.

- 4) Was muss für die drei Richtungsvektoren gelten, damit die Gerade parallel zur Ebene verläuft?
- 5) Wie überprüft man, ob die Gerade in der Ebene liegt? (*Tipp*: vergleiche Frage 3)

Abschließend noch eine alternative Möglichkeit zur Lagebestimmung:

- 6) Wie viele Punkte haben die Gerade und die Ebene bei den drei Lagemöglichkeiten jeweils gemeinsam?  
Wie könnte man die Lage einer Gerade zu einer Ebene also außerdem noch bestimmen?

*Fassen Sie Ihre Ergebnisse, einschließlich Skizzen zur Veranschaulichung, auf einem DIN A3-Blatt zusammen. Außerdem soll einer aus Ihrer Gruppe die Ergebnisse auch mündlich vortragen.*