Funktionen: Definition und wichtige Begriffe

Zuordnungen zwischen Mengen, bei denen jedem Element der einen Menge mindestens ein Element der anderen Menge zugeordnet wird, heißen Relationen.
Zuordnungen zwischen Mengen, bei denen jedem Element der einen Menge genau ein Element der anderen Menge zugeordnet wird, heißen Funktionen.
kurz:

$$\boxed{\text{Funktionen sind eindeutige Zuordnungen.}}$$

- Die Ausgangsmenge einer Funktion f heißt Definitionsmenge $\mathbb{D}_f$, die Menge der sich ergebenden Werte heißt Wertemenge $\mathbb{W}_f$.
- Die Werte aus $\mathbb{D}_f$ heißen Argumente, die Werte aus $\mathbb{W}_f$ heißen Funktionswerte.
- Bestehen die Definitions- und Wertemengen aus reellen Zahlen ($\mathbb{D} \subset \mathbb{R}$ und $\mathbb{W} \subset \mathbb{R}$), so heißt f eine reelle Funktion.

- Die Zuordnungs- oder Abbildungsvorschrift einer Funktion f hat immer folgende Form:

  $$f\colon \mathbb{D}_f \mapsto \mathbb{W}_f \quad \text{(für die Mengen)}$$

  bzw.

  $$f\colon x \mapsto f(x) \qquad \text{(für die Werte),}$$

  sprich: „durch die Funktion f wird dem Wert x der Wert f *von* x zugeordnet“. Rechts vom Pfeil steht im Allgemeinen der Funktionsterm f(x) (dies ist nicht bei allen Funktionen möglich!).

  Beispiel:

  $$f\colon x \mapsto 2x - 3,$$

  sprich: „durch die Funktion f wird dem Wert x der Wert 2x – 3 zugeordnet“; oft gibt man zur Abkürzung nur den Funktionsterm an, hier also:

  $$f(x) = 2x - 3$$

- Trägt man auf der Rechtsachse die Werte aus $\mathbb{D}$ (Abszissen) und auf der Hochachse die Werte aus $\mathbb{W}$ (Ordinaten) ab, so ergibt sich der Graph G_f der Funktion. Ein Punkt P(x|y) gehört genau dann zum Graph, wenn gilt:

  $$y = f(x) \text{ (Funktionsgleichung).}$$

- Ein x-Wert x_0, dem durch eine Funktion f der Funktionswert Null zugeordnet wird, heißt Nullstelle der Funktion: $f(x_0) = 0$. An dieser Stelle hat der Graph der Funktion einen Punkt mit der x-Achse gemeinsam.