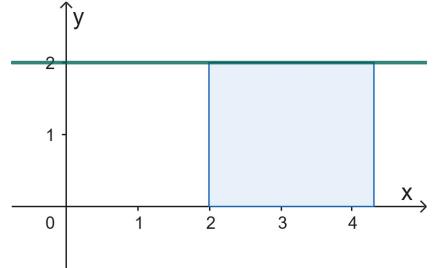
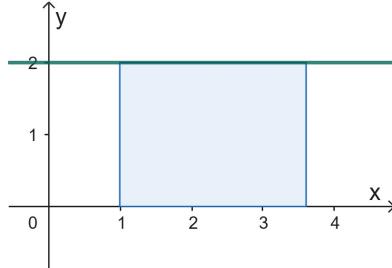
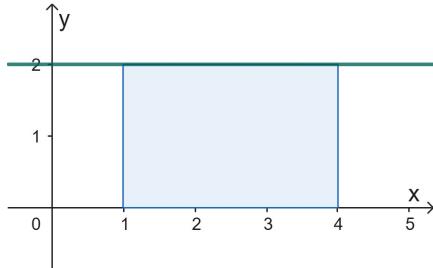


Flächeninhalts-Funktionen

Definition: Eine Flächeninhaltsfunktion ist eine Funktion $A_a(x)$, die jedem x den Inhalt der Fläche zuordnet, die zwischen a und x (mit $x > a$) zwischen dem Graphen einer Funktion f und der x -Achse liegt.

1.0 Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = 2$ und $D_f = \mathbb{R}$; ihr Graph ist unten mehrmals gezeigt.

2.0



1.1 Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die zwischen $x = 1$ und $x = 4$ zwischen dem Graphen von f und der x -Achse liegt.

$$A = A_1(3) =$$

1.2 Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die zwischen $x = 1$ und einem allgemeinen x -Wert ($x > 1$) zwischen dem Graphen von f und der x -Achse liegt, in Abhängigkeit von x , also $A_1(x)$.

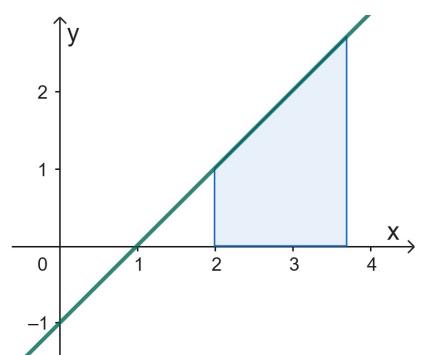
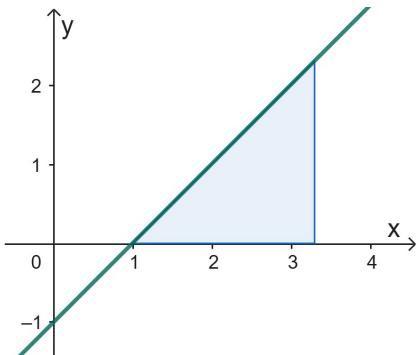
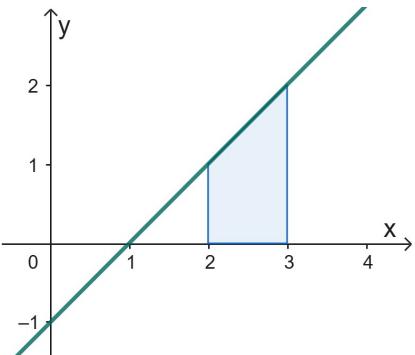
$$A_1(x) =$$

1.3 Berechnen Sie $A_2(x)$, also den Inhalt der Fläche, die zwischen $x = 2$ und einem allgemeinen x -Wert ($mit x > 2$) zwischen dem Graphen von f und der x -Achse liegt.

$$A_2(x) =$$

1.4 Vergleichen Sie $A'_1(x)$ mit $f(x)$ und $A'_2(x)$ mit $f(x)$. Was fällt auf?

2.0 Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x - 1$ und $D_f = \mathbb{R}$; ihr Graph ist unten mehrmals gezeigt.



2.1 Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die zwischen $x = 2$ und $x = 3$ zwischen dem Graphen von f und der x -Achse liegt. (Tipp: Ein Trapez hat den Flächeninhalt $A = \frac{a+c}{2} \cdot h$, wobei a und c die parallelen Seiten sind und h deren Abstand.)

$$A =$$

2.2 Berechnen Sie $A_1(x)$, also den Inhalt der Fläche, die zwischen $x = 1$ und einem allgemeinen x -Wert (mit $x > 1$) zwischen dem Graphen von f und der x -Achse liegt.

$$A_1(x) =$$

2.3 Berechnen Sie $A_2(x)$, also den Inhalt der Fläche, die zwischen $x = 2$ und einem allgemeinen x -Wert (mit $x > 2$) zwischen dem Graphen von f und der x -Achse liegt.

$$A_2(x) =$$

2.4 Vergleichen Sie $A'_1(x)$ mit $f(x)$ und $A'_2(x)$ mit $f(x)$. Was fällt auf?

Satz: Jede Flächeninhaltsfunktion $A_a(x)$ ist jeweils eine
 $f \geq 0$, d. h. es gilt

zur „Randfunktion“ f (mit

Beweis: siehe Buch S. 118 bzw. Homepage!

Beachte:

1) Zu jeder Funktion gibt es Flächeninhaltfunktionen (zu jedem Wert von
jeweils eine). Sie unterscheiden sich nur um einen konstanten voneinander:

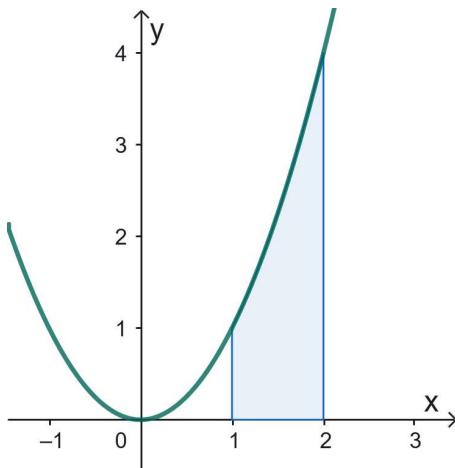
$$A_a(x) =$$

2) Es gilt immer: $A_a(a) = \dots \Rightarrow \dots \Rightarrow A_a(x) =$

$$A_a(b) = \dots \text{ mit einer beliebigen}$$

Dafür schreibt man kurz auch $A_a(b) = [F(x)]_a^b$. („ $F(x)$ ausgewertet in den Grenzen von a bis b “)

3 Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^2$ und $D_f = \mathbb{R}$; ihr Graph ist unten gezeigt.



Berechnen Sie $A_1(2)$, also den Inhalt der Fläche, die zwischen $x = 1$ und $x = 2$ zwischen dem Graphen von f und der x -Achse liegt.