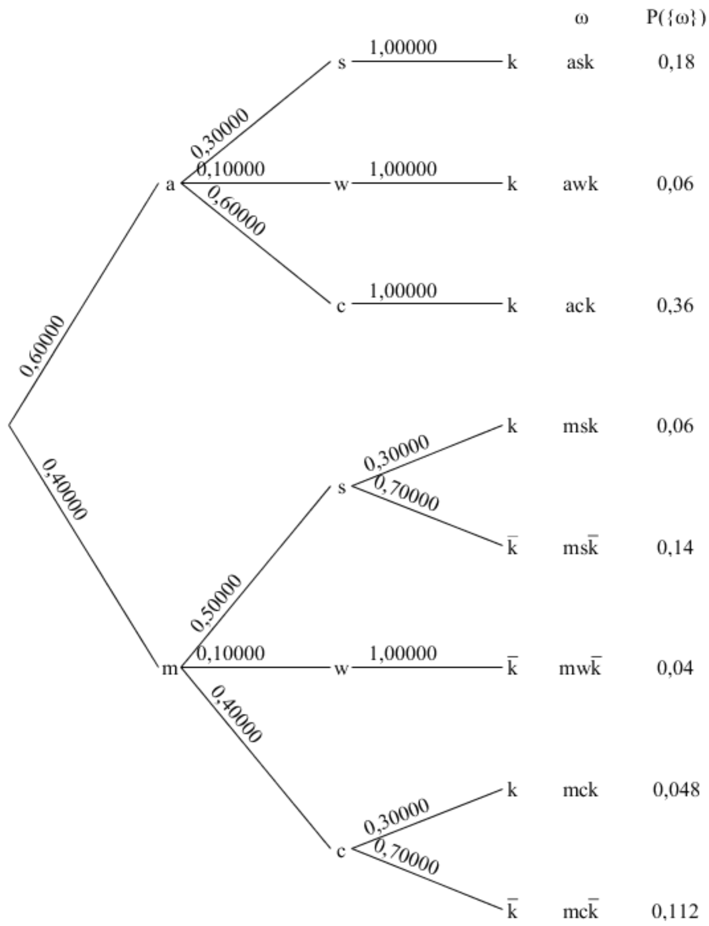
anscheinend keine Aufgaben zur Wiederholung von Kombinatorik und Laplace-Experimenten?

<u>144/1</u>
a)



b) z. B. $\Omega_1 = \{a, m\}$, $\Omega_2 = \{s, w, k\}$
(Der Hinweis hier ist irreführend; auch gröbere Ergebnisräume „enthalten'' alle Ergebnisse, nur sind eben nicht mehr alle explizit angegeben.)
c) $E_1 = \{ask, msk, ms\bar{k}, mw\bar{k}, mc\bar{k}\}$; $P(E_1) = 0{,}532$
d) $P(S \cap K) = 0{,}18$; $P(\bar{A} \cup K) = 1$

<u>144/2</u>
M: männlich; W: weiblich; S: Mitglied in Sportverein
a)

	M	W	Σ
S	34	22	56
$\bar{S}$	48	96	144
Σ	82	118	200

b) $P_M(S) = \frac{17}{41} \approx 0{,}4146$ c) $P_S(M) = \frac{17}{28} \approx 0{,}6071$ d) $P(W \cap S) = 0{,}11$ e) ja

<u>144/3</u>   *(13. Klasse 208/9)*
a) $P(\overline{W}) = \frac{5}{9}$ b) $P(W) = \frac{4}{9}$ c) $P(E) = \frac{3}{5}$ d) $P(\overline{E}) = \frac{2}{5}$ e) $P_E(\overline{W}) = \frac{5}{9}$ f) $P_{\overline{E}}(\overline{W}) = \frac{5}{9}$ g) $P_E(W) = \frac{4}{9}$ h) $P_{\overline{E}}(W) = \frac{4}{9}$ i) $P_{\overline{W}}(E) = \frac{3}{5}$ j) $P_W(E) = \frac{3}{5}$ k) $P_{\overline{W}}(\overline{E}) = \frac{2}{5}$

147/1
a) ja b) ja c) nein d) nein e) nein f) ja g) nein (näherungsweise ja) h) ja

147/2 Keine allgemeine Lösung angebbar; machen Sie mal…

147/3
a) falsch (i.A. gibt es 6 verschiedene Ergebnisse), bei bestimmten Ergebnisräumen (z. B. {gerade, ungerade}): wahr
b) wahr (Man nehme z. B. als Treffer des Bernoulli-Experiments: „Bei der Bernoulli-Kette gibt es insgesamt 5 Treffer.‘‘)
c) nur dann wahr, wenn die einzelnen Experimente unabhängig voneinander sind
d) wahr
e) falsch (man könnte z. B. als Treffer „rot‘‘ verwenden und als Niete „nicht rot‘‘)
f) wahr (sonst wäre ja p in jedem Experiment unterschiedlich! Bernoulli-Ketten beruhen immer auf Ziehen mit Zurücklegen.)

152/1
P(A) ≈ 0,06459; P(B) ≈ 0,00145; P(C) = P(B)
P(D) ≈ 0,99794; P(E) = P(B); P(F) ≈ 0,00143

152/2
P(A) ≈ 0,11719; P(B) ≈ 0,01116; P(C) ≈ 0,98926; P(D) ≈ 0,02381

152/3
a) A: „genau 7 Linkshänder‘‘
b) B: „genau 14 Rechtshänder‘‘
c) C: „höchstens 2 Rechtshänder‘‘
d) D: „5 Linkshänder nacheinander‘‘
e) E: „abwechselnd Links- und Rechtshänder‘‘
f) F: „mindestens 2 Rechtshänder‘‘
g) G: „die ersten 10 sind Rechtshänder, danach kommen noch genau 30 Rechtshänder‘‘
h) H: „nur Rechtshänder‘‘
i) I: „7 Linkshänder, danach nur noch Rechtshänder‘‘
j) J: ?; hier ist die Angabe wohl falsch… laut Musterlösung: „sowohl in der ersten als auch in der zweiten Hälfte der Befragten gibt es jeweils zwei Linkshänder‘‘; dafür müsste in der Angabe aber der vordere Term zum Quadrat stehen statt hoch zwei!

152/4 10 grüne Kugeln

152/5 $p \approx 0{,}01961$

152/6 a) gelb b) grün c) grün

153/1
a) Jede Reihe entspricht einem unabhängigen Bernoulli-Experiment mit p = 0,5. Wo die Kugel landet, hängt nur davon ab, wie oft sie nach links bzw. nach rechts abgelenkt wurde, also nur von der Trefferanzahl.
b) $\frac{1}{16}$; $\frac{4}{16}$; $\frac{6}{16}$; $\frac{4}{16}$; $\frac{1}{16}$
c) P(A) ≈ 0,10489; P(B) ≈ 0,97899; P(C) ≈ 0,12590
P(D) ≈ 0,00001; P(E) ≈ 0,00546; P(F) ≈ 0,00023
d) $\frac{16}{625}$; $\frac{96}{625}$; $\frac{216}{625}$; $\frac{216}{625}$; $\frac{81}{625}$

153/2 Lisa hat recht.
≈ 0,0007425; ≈ 0,00397; ≈ 0,0003612

153/3
a_1) ≈ 0,1509 a_2) ≈ 0,9281 a_3) ≈ 0,0080
b_1) ≈ 0,5435 b_2) ≈ 0,9912

153/4 a) ≈ 0,09185 b) ≈ 0,02740 c) ≈ 0,00043 d) ≈ 0,00005 e) ≈ 0,00007

153/5 a) $p = \frac{1}{3}$ b) P(E) = $\frac{8}{27}$ ≈ 0,29670; P(F) = $\frac{16}{27}$ ≈ 0,59259

154/6 a) ≈ 0,39551 b) ≈ 0,01563 c) ≈ 0,89648 d) ≈ 0,10547 e) ≈ 0,23730

154/7 P(A) ≈ 0,00124; P(B) ≈ 0,00003; P(C) ≈ 0,10303

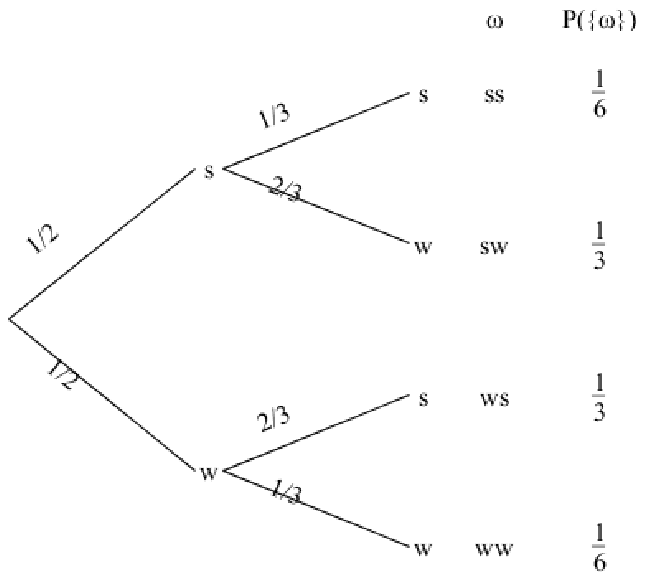
154/8 a) $\frac{4}{9}$ b) Die Hälfte der Flächen muss rot sein.

154/9 a) ≈ 0,34315 b) ≈ 0,54904 c) ≈ 0,73855

154/10 P(E) ≈ 0,22703; P(F) ≈ 0,00004; P(G) ≈ 0,98041

154/11 P(E) ≈ 0,51292; P(F) ≈ 0,01563; P(H) ≈ 0,02127

161/1
a)



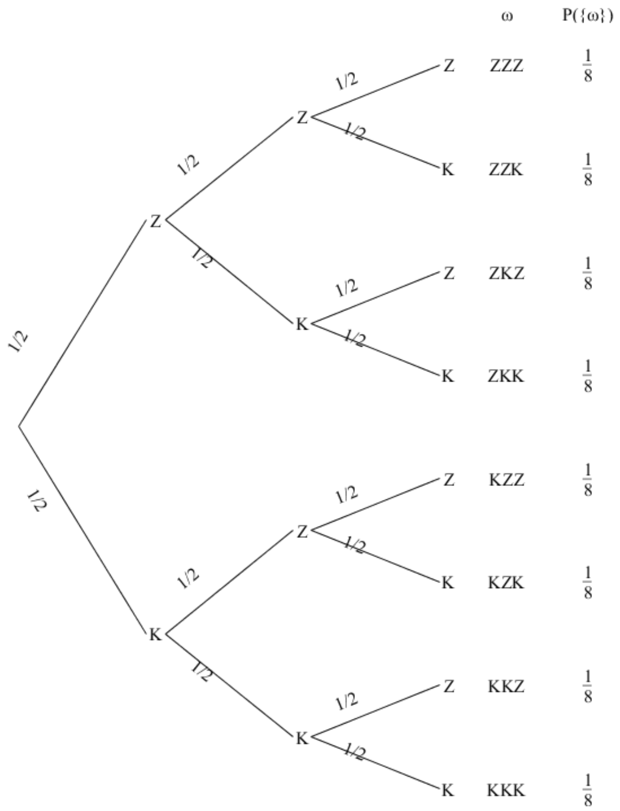
b)

x	–5	0,5	4
P(X=x)	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$

c) $\frac{5}{6}$

161/2

a)



b)

X	−1	−0,5	2
P(X=x)	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$

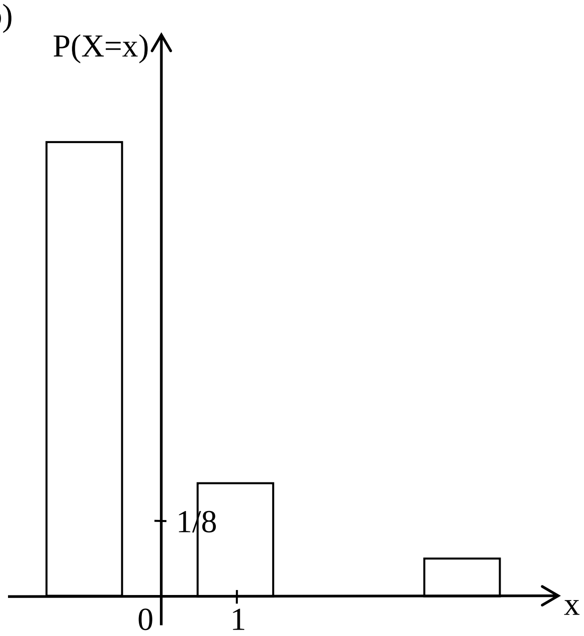
c) $\frac{3}{4}$

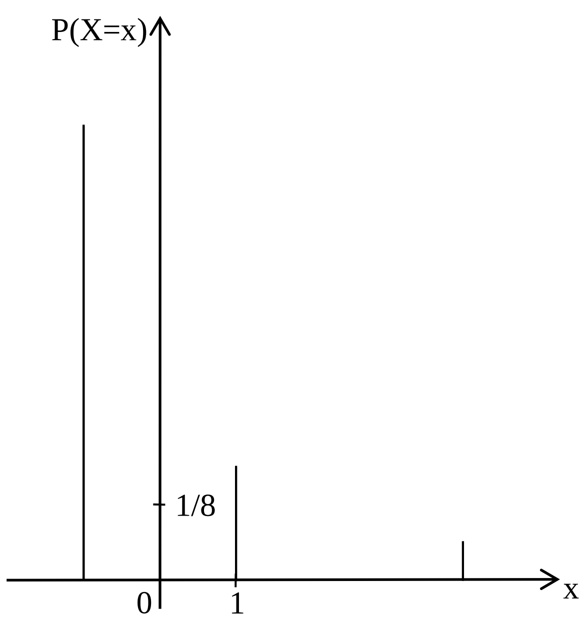
161/3

a)

x	−1	1	4
P(X=x)	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{16}$

b)

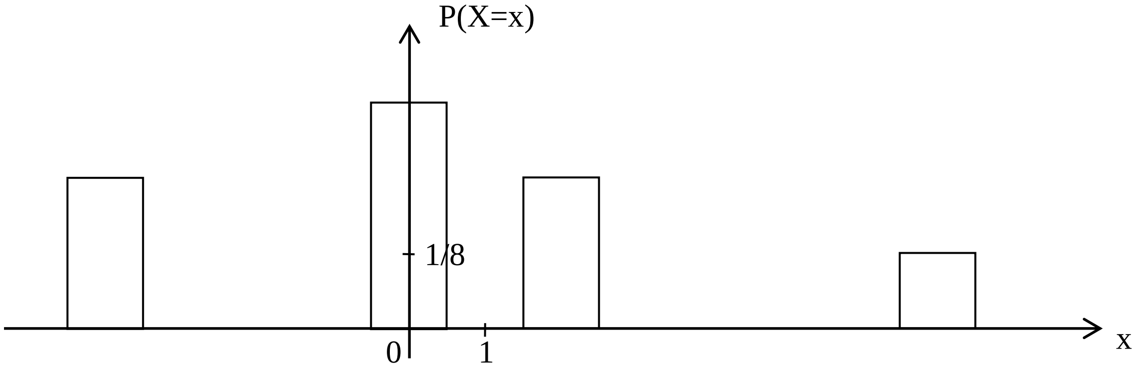




161/4

a)

x	–4	0	2	7
P(X=x)	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$



b) $\frac{3}{8}$ c) $\frac{7}{8}$

161/5

a)

x	1	2	3	4
P(X=x)	0,5	0,3	0,1	0,1

b) Die Urne muss 5 Kugeln enthalten, die mit 1 beschriftet sind, 3 Kugeln mit 2 und je eine mit 3 bzw. 4.

161/6

Die Summe der Wahrscheinlichkeiten ist nicht gleich 1; wähle z. B. stattdessen P(X=0) = 0,2. Die erste Spalte ist unnötig: Zufallswerte, deren Wahrscheinlichkeit gleich 0 ist, müssen nicht angegeben werden.

170/1

a) $E(X) = \frac{3}{4}$; $Var(X) = \frac{11}{16}$; $\sigma(X) \approx 0{,}8292$

b) $E(X) = 0$; $Var(X) = 30$; $\sigma(X) \approx 5{,}4772$

c) $E(X) = 2{,}875$; $Var(X) = 58{,}609375$; $\sigma(X) \approx 7{,}6557$

d) $E(X) = -\frac{2}{3}$; $Var(X) = \frac{5}{9}$; $\sigma(X) \approx 0{,}2485$

170/2 1,20 € *(13. Klasse 231/8)*

170/3

a)

x	1	0,3	0,2	–0,8
P(X=x)	$\frac{1}{28}$	$\frac{5}{14}$	$\frac{5}{14}$	$\frac{1}{4}$

b) Einsatz: $\frac{1}{70}$ €, also 1 bis 2 Cent

170/4 $E(X) = 4\frac{1}{12}$; $\sigma(X) \approx 2{,}83$ *(13. Klasse 232/15)*

170/5 *(13. Klasse 232/16)*

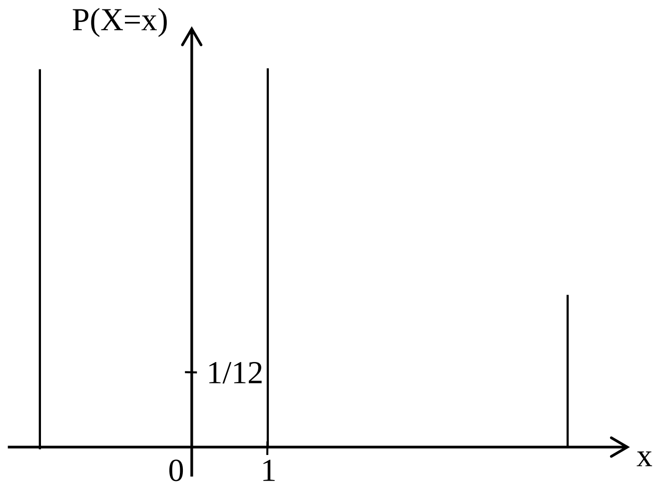
a) ≈ −0,54 € b) ≈ −0,54 € c) ≈ −1,08 €

d) a) ≈ 399,71 b) ≈ 788,90 c) ≈ 1209,64

170/6

a)

x	–2	1	5
P(X=x)	$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{6}$



b) $0{,}41\overline{6}$ € pro Spiel

170/7 a = 0,3; b = 0,1; $\sigma(X) \approx 1{,}6047$

170/8

a) falsch (Die Varianz ist eine Summe mit lauter nicht-negativen Summanden.)

b) wahr (z. B. könnten alle Zufallswerte negativ sein, dann wäre der Erwartungswert eine Summe mit lauter negativen Summanden)

c) wahr (siehe Formel, darin kommt der Erwartungswert ja vor!)

d) falsch (für Var(X) < 1 ist $\sigma(X)$ größer als Var(X))

e) falsch (z. B. für eine Wahrscheinlichkeitsverteilung mit P(X=a) = 1, $P(X\neq a) = 0$ mit beliebigem $a \in \mathbb{R}$ ist E(X) = a, kann also beliebig groß werden, aber Var(X) ist immer = 0)

176/1

a) „genau 3 Treffer bei Kettenlänge 5 und Trefferwahrscheinlichkeit 0,4‘‘; 0,2304

b) „höchstens 2 Treffer bei Kettenlänge 5 und Trefferwahrscheinlichkeit 0,7‘‘; ≈ 0,16308

c) „mindestens 9 Treffer bei Kettenlänge 10 und Trefferwahrscheinlichkeit 0,45‘‘; ≈ 0,00450

d) „mehr als 2, aber höchstens 7 Treffer bei Kettenlänge 15 und Trefferwahrscheinlichkeit 0,3‘‘; ≈ 0,82316

e) „höchstens 5 Treffer bei Kettenlänge 10 und Trefferwahrscheinlichkeit 0,2‘‘; ≈ 0,99363

f) „höchstens 1 Treffer bei Kettenlänge 10 und Trefferwahrscheinlichkeit 0,2‘‘

g) „höchstens 2 oder mindestens 5 Treffer bei Kettenlänge 10 und Trefferwahrscheinlichkeit 0,2‘‘; ≈ 0,96721

176/2 0,0543 *(13. Klasse 228/3 (Ak))*

176/3 a) ≈ 0,98240 b) ≈ 0,53979 c) ≈ 0,02844 d) ≈ 0,96480 *(13. Klasse 233/28)*

176/4 a) ≈ 0,98750 b) ≈ 0,54912 *(13. Klasse 234/31)*

177/5 ≈ 0,1962 = Wahrscheinlichkeit, in die zweite Runde zu kommen *(13. Klasse 224 (Ak))*

177/6 a) ≈ 0,00766 b) ≈ 0,48901 c) ≈ 0,24566 *(13. Klasse 228/4 (Ak))*

177/7 a) ≈ 0,00032 b) ≈ 0,00606 c) ≈ 0,00233 *(13. Klasse 233/29)*

177/8 a) gelb b) gelb

177/9 $\approx 0{,}72874$ bzw. $\approx 0{,}96480$ bzw. $\approx 0{,}99822$

177/10 $\approx 0{,}69268$

177/11
c, d, g enthalten keine Fehler
a) k > n ist nicht möglich; evtl. ist $F_{0,3}^{22}(20)$ gemeint
b) k muss eine natürliche Zahl sein
e) Summe fehlt, richtig ist $1 - \sum_{i=0}^{7} B(10; 0{,}2; i)$
f) hinten muss 4 stehen statt 3
h) hier wird die Wahrscheinlichkeit des Gegenereignisses benötigt, also $1 - F_{0,65}^{100}(9)$

177/12
Lenis Behauptung ist wahr: Vertauscht man die Treffer- mit der Nietenwahrscheinlichkeit und gleichzeitig die Treffer- mit der Nietenwahrscheinlichkeit, so erhält man dieselbe Wahrscheinlichkeit.
Formelmäßig:

$$B(n; 1-p; n-k) = \binom{n}{n-k} \cdot (1-p)^{n-k} \cdot p^{n-(n-k)} = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k} = B(n; p; k)$$

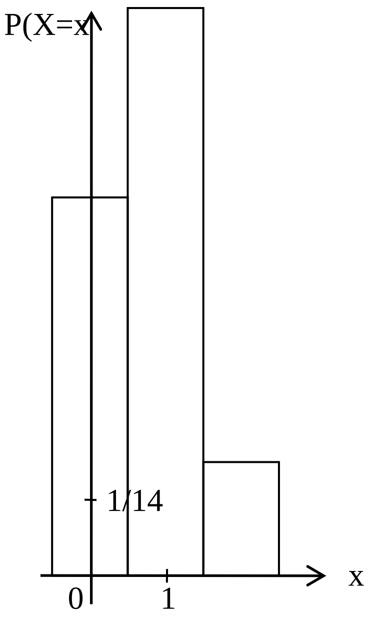
177/13 P(E) $\approx 0{,}0023$; P(F) $\approx 0{,}0135$

178/1 *(vgl. 13. Klasse 230/1)*

a)

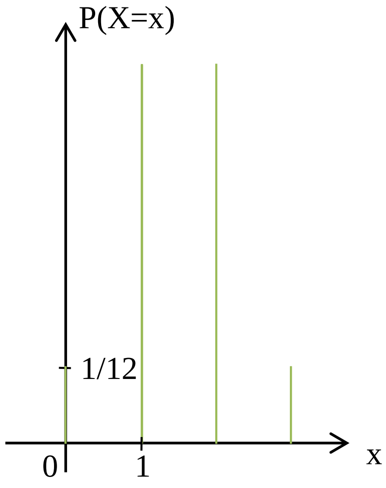
x	0	1	2
P(X=x)	$\frac{10}{28}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{3}{28}$

b) E(X) = 0,75; σ(X) $\approx 0{,}6339$



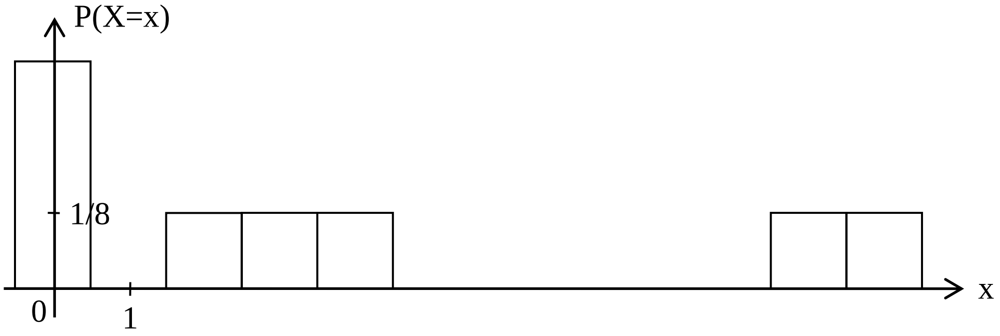
178/2 *(vgl. 13. Klasse 230/2)*

x	0	1	2	3
P(X=x)	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{12}$



178/3 *(vgl. 13. Klasse 230/3)*

x	0	2	3	4	10	11
P(X=x)	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$



178/4
a) bei beiden Spielen: 1 €
b) Bei Spiel 1 ist die Varianz etwa 2,82 €, bei Spiel 2 etwa 7,07 €. Bei Spiel 2 ist die Wahrscheinlichkeit, dass Marie Verlust macht (und die Höhe des möglichen Verlusts), also deutlich höher als bei Spiel 1.

178/5 blau: Bleistifte; grün: Kaffeetassen; rot: T-Shirts; 2 € Einsatz

178/6 a) rot b) grün c) gelb

178/7 ≈16,37 € *(13. Klasse 231/12)*

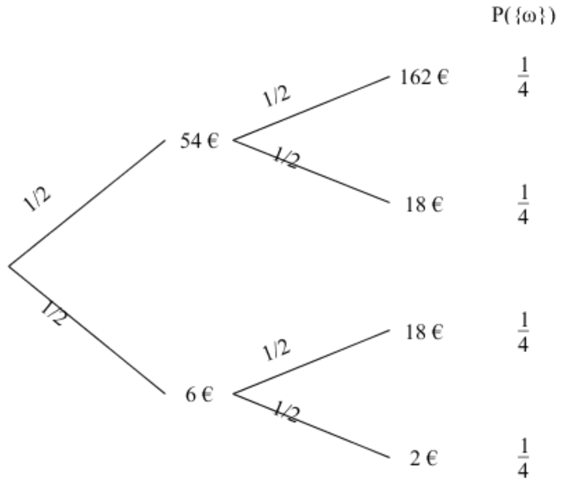
179/8 2,50 € *(13. Klasse 231/11)*

179/9 $P(A) \approx 0{,}11148$; $P(B) \approx 0{,}73610$; $P(C) \approx 0{,}00836$; $P(D) \approx 0{,}03097$

179/10 $P(A) \approx 0{,}0373$; $P(B) \approx 0{,}9879$; $P(C) \approx 0{,}0003$

179/11 *(vgl. 13. Klasse 231/14)*

a) b) $E(X) = 50$; $\sigma(X) \approx 64{,}99$



x in €	2	18	162
P(X=x)	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

179/12 *(vgl. 13. Klasse 230/7)*

X: Kosten pro Woche in € (Annahme: pro Woche tritt jeweils nur eine Art von Störung auf! Ansonsten wird die Aufgabe sehr aufwendig… es wären 32 Ergebnisse zu beachten!)

a)

x	2400	4200	750	7500	1500
P(X=x)	0,15	0,1	0,45	0,1	0,2

b) 2167,50 € c) 0,45 d) $Var(X) = 4\,258\,068{,}75$ €²; $\sigma(X) \approx 2063{,}51$ €

179/13 *(vgl. 13. Klasse 233/26)*

a) $\approx 0{,}80421$ b) $E(X) = 16$; $Var(X) = 3{,}2$; $\sigma(X) \approx 1{,}7889$ c) $\approx 0{,}59812$

180/14 *(vgl. 13. Klasse 234/37)*

a) zwischen 976 und 984

b) mit dem Ergebnis aus (a): Man sollte die eine Charge zurückweisen, die andere annehmen.

180/15 *(vgl. 13. Klasse 234/38)*

Diese Aufgabe ist eigentlich unlösbar, denn die Sigma-Regeln stehen nicht im Lehrplan!

a) A: Anzahl funktionierende: zwischen 24 197 und 24303 (2σ um Erwartungswert)

==> Reparaturkosten für die 697 bis 803 defekte: zwischen 8364,00 € und 9636,00 €

mit Einkaufskosten insgesamt: zwischen 630 864 € und 632 136 €

B: ... mit Einkaufskosten insgesamt: zwischen 632 288 € und 633 212 €

==> Entscheidung für A

b) ja, denn 25 000 - 535 = 24465 liegt zwischen 24 456 und 24 544 (2σ um Erwartungswert)

180/16 a) $\approx 0{,}27623$ b) $\approx 0{,}73098$

180/17 $p > \approx 0{,}99250$

180/18 a) $\approx 0{,}28518$ bzw. $\approx 0{,}19012$ b) 4 Drucker *(vgl. 13. Klasse 233/23)*

191/1 *(vgl. 13. Klasse 264/1)*
a) H_0: p = 0,05 („Nur 5% der Apfelsinen weisen Mängel auf.‘‘); H_1: p > 0,05 („Mehr als 5% der Apfelsinen weisen Mängel auf.‘‘)
b) ***gemeint ist: „…wenn ab 4 faulen Apfelsinen die Nullhypothese abgelehnt wird.‘‘*** ➔ $\alpha' \approx 0{,}0159$
c) $\bar{A} = \{4; \ldots; 20\}$
d) Es wird angenommen, dass wirklich nur 5% der Apfelsinen Mängel aufweisen, obwohl es in Wirklichkeit mehr sind. β‘ ist nicht berechenbar, weil p_1 nicht bekannt ist.

191/2 *(vgl. 13. Klasse 264/2)*
a) H_0: p = 0,75 („Das neue Medikament ist ebenfalls bei 75% der Anwendungsfälle erfolgreich.‘‘)
H_1: p > 0,75 („Das neue Medikament ist bei mehr als 75% der Anwendungsfälle erfolgreich.‘‘)
b) $\alpha' \approx 0{,}14883$
c) $\bar{A} = \{83; \ldots; 100\}$; wenn das neue Schmerzmittel bei 83 Patienten wirkt, ist die Nullhypothese also abzulehnen, d. h. man darf davon ausgehen, dass das neue Medikament besser ist als das bisherige.
d) $\alpha' \approx 0{,}03763 < 5\%$

191/3
a) Anzahl der Personen von 100 Befragten, die der Nutzung der Windenergie zustimmen
H_0: „30% stimmen der Windenergie zu.‘‘
b) $\alpha' \approx 0{,}16286$
c) Man nimmt an, dass wirklich nur 30% der Nutzung der Windenergie zustimmen, obwohl es in Wirklichkeit mehr sind. β‘ wird größer, wenn α‘ verkleinert wird.
d) $\bar{A} = \{39; \ldots; 100\}$; bei 38, die für die Nutzung von Windenergie sind, kann die Nullhypothese auf dem 4%-Niveau also noch nicht abgelehnt werden.

191/4 *(vgl. 13. Klasse 264/3)*
a) X: Anzahl der lebenden Würmer von 20 untersuchten
H_0: „90% der Würmer leben.‘‘
b) $\bar{A} = \{0; ...; 15\}$
c) $\alpha' \approx 0{,}00935$

191/5 *(vgl. 13. Klasse 264/4)*
kein unlauterer Wettbewerb ($\alpha' \approx 0{,}06661 > 5\%$; oder: $42 \notin \bar{A}$)

192/6 *(vgl. 13. Klasse 264/6)*
a) linksseitiger Signifikanztest
b) X: „Anzahl der verkäuflichen Früchte von 50 untersuchten‘‘
H_0: „90% der Früchte sind verkäuflich.‘‘
H_1: „Weniger als 90% der Früchte sind verkäuflich.‘‘
c) $\alpha' \approx 0{,}12215$
d) A = {41, …, 50}

192/7 A = {54; ...; 100} *(vgl. 13. Klasse 264/7)*

192/8 *(vgl. 13. Klasse 265/9)*
$\alpha' \approx 0{,}01633$, es ist also sehr unwahrscheinlich, dass es nur eine zufällige Abweichung war, d. h., er ist wohl wirklich schlechter als behauptet

192/9 a) $\alpha' \approx 0{,}18002$ b) $\beta' \approx 0{,}58307$ *(vgl. 13. Klasse 265/12)*

192/10 *(vgl. 13. Klasse 266/13)*

a) X: „Anzahl der Karten von 100, die richtig vorhergesagt wurden‘‘

b) H_0: „25% der Karten werden richtig vorhergesagt.‘‘

H_1: „Mehr als 25% der Karten werden richtig vorhergesagt.‘‘

c) Fehler 1. Art: Man nimmt an, dass er ein Medium ist (dass er mehr als 25% der Karten richtig vorhersagen kann), obwohl er in Wirklichkeit keins ist.

Fehler 2. Art: Man nimmt an, dass er kein Medium ist (dass er nur 25% der Karten richtig vorhersagen kann), obwohl er in Wirklichkeit ein Medium ist.

d) Die Nullhypothese wird abgelehnt, wenn er mindestens 36 Karten richtig vorhersagt.

e) $\beta' \approx 0{,}00176$

192/11 *(vgl. 13. Klasse 266/15)*

a) X: „Anzahl der Patienten von 50 getesteten, die mit dem neuen Verfahren geheilt werden‘‘

H_1: „Mehr als 80% der Patienten werden geheilt.‘‘

b) k = 46, d. h. bei mehr als 46 geheilten Patienten von 50 kann die Nullhypothese abgelehnt werden, man kann also davon ausgehen, dass das neue Verfahren tatsächlich mehr heilt als die klassische Therapie.

c) Die Nullhypothese kann dann nicht abgelehnt werden, man kann also nicht folgern, dass das neue Verfahren tatsächlich mehr Patienten heilt als die klassische Therapie.

193/12 *(vgl. 13. Klasse 266/16)*

$\alpha' \approx 0{,}16368$ ==> ein Irrtum ist noch recht wahrscheinlich

193/13 ab 13 defekten *(vgl. 13. Klasse 266/17)*

193/14 *(vgl. 13. Klasse 266/18)*

$a_1) \approx 0{,}03333$ $a_2) \approx 0{,}25029$ $a_3) \approx 0{,}56880$

$b_1)$ 100 $b_2)$ mindestens 15 ***(n = 1000 nicht im Tafelwerk; was soll der Tipp bringen?!)***

c) Die Nullhypothese (Behauptung der Firma) kann abgelehnt werden, wenn mindestens 10 Filter Ausschuss sind. $\alpha' \approx 0{,}02819$

193/15

a) Umfrage durchführen, ……? Stichprobe möglichst groß und repräsentativ wählen

b) X: „Anzahl der Smartphone-User von … befragten, die die Standortübermittlung dauerhaft nutzen‘‘

c) z. B. n = 100, sinnvoller ist wohl n = 200

d) Keine allgemeine Lösung möglich, machen Sie mal.

193/16

a) wahr (immer A = {0, … k}, denn wenn es wirklich nur 0 sein sollten, dann sind es ja offensichtlich nicht mehr als behauptet, also kann die Gegenhypothese nicht stimmen)

b) falsch; das gilt nur dann, wenn $k \in \bar{A}$ ist

c) In der Schule ist das wahr, im Allgemeinen falsch.

d) Bei konstantem p und k/n ist das falsch: α' wird kleiner. Ansonsten ist hier keine Aussage möglich.

e) wahr?

f) falsch – siehe z. B. den Vergleich auf S. 190

g) wahr?

194/17

a) bessere Formulierung: „Anzahl der defekten Nägel unter den 200 geprüften‘‘

b) H_1: $p > 0{,}02$

$\bar{A} = \{k+1; ...; 200\}$

$P(X \geq k+1) \leq 0{,}01$

$1 - P(X \leq k) \leq 0{,}01$

$k = 9$

Ablehnungsbereich von H_0: $\bar{A} = \{10; ...; 200\}$

c) D. h., aufgrund des Testergebnisses entscheidet man sich irrtümlich dafür, dass die Ausschussquote nicht höher als 2% ist.
d) Die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 2. Art wird größer.
194/18 a) rot und gelb (?) b) gelb c) gelb und grün d) rot und grün?

194/19
$a_1) \approx 0{,}19687$ $a_2) \approx 0{,}69721$
b) X: „Anzahl der Schüler von 100 befragten, die das Gemälde nicht positiv beurteilen“
H_0: „15% der Schüler beurteilen es nicht positiv.“
$\overline{A} = \{24; ...; 100\}$