

0.1 Grundlagen

Blatt/1

- a) gerade b) ungerade c) weder noch d) gerade e) ungerade f) weder noch
g) gerade h) weder noch i) gerade

Blatt/2

- a) $N_1(1|0)$ einfach; $N_2(-2|0)$ einfach; $N_3(3|0)$ einfach; $S_y(0|12)$
b) $N_1(8|0)$ einfach; $N_2(-6|0)$ einfach; $N_3(4|0)$ einfach; $S_y(0|-96)$
c) $N_1(0|0)$ einfach; $N_2(-2|0)$ einfach; $N_3(2|0)$ einfach; $S_y(0|0) = N_1$
d) $N_1(-1,5|0)$ einfach; $N_2(-0,5|0)$ einfach; $N_3(16|0)$ einfach; $S_y(0|1,5)$
e) $N_1(0|0)$ einfach; $N_2(-5|0)$ einfach; $N_3(5|0)$ einfach; $N_4(-1|0)$ einfach; $S_y(0|0) = N_1$
f) $N_1(-5|0)$ doppelt; $N_2(-0,1|0)$ einfach; $N_3(1|0)$ einfach; $S_y(0|-25)$
g) $N_1(-2|0)$ vierfach; $N_2(2|0)$ einfach; $S_y(0|-24)$
h) $N_1(2|0)$ doppelt; $N_2(-4|0)$ einfach; $N_3(-0,25|0)$ vierfach; $S_y(0|440)$

Blatt/3

- a) $f(x) = x^3 + 8x^2 - x - 8$; mögl. ganzz. Nullstellen: $\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8$
b) $f(x) = x^3 + 6x^2 - 4x - 24$; mögl. ganzz. Nullstellen: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 8, \pm 12, \pm 24$
c) $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 5$; mögl. ganzz. Nullstellen: $\pm 1, \pm 5$
d) $f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$; mögl. ganzz. Nullstellen: $\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8$
e) $f(x) = x^4 - x^3 + 2x^2 + 6x$; mögl. ganzz. Nullstellen: 0 (und $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$)
f) $f(x) = x^4 - 4x^3 + 16x + 11$; mögl. ganzz. Nullstellen: $\pm 1, \pm 11$

Blatt/4

- a) $f(x) = 0,25 (x^3 + 8x^2 - x - 8)$; mögl. ganzz. Nullstellen: $\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8$;
 $x_1 = 1; x_2 = -1; x_3 = -8$ alle einfach
b) $f(x) = 2 (x^3 - 12x^2 + 45x - 50)$; mögl. ganzz. Nullstellen: $\pm 1, \pm 2, \pm 5, \pm 10$;
 $\pm 25; \pm 50$; $x_1 = 2$ einfach; $x_{2,3} = 5$ doppelt
c) $f(x) = 0,4 (x^3 + 3x^2 - 13x - 15)$; mögl. ganzz. Nullstellen: $\pm 1, \pm 3, \pm 5, \pm 15$;
 $x_1 = -1; x_2 = 3; x_3 = -5$ alle einfach
d) $f(x) = -0,1 (x^3 - 3x^2 - 9x - 5)$; mögl. ganzz. Nullstellen: $\pm 1, \pm 5$;
 $x_{1,2} = -1$ doppelt; $x_3 = 5$ einfach
e) $f(x) = -0,2 (x^3 + 5x^2 - x - 5)$; mögl. ganzz. Nullstellen: $\pm 1, \pm 5$;
 $x_1 = 1; x_2 = -1; x_3 = -5$ alle einfach
f) $f(x) = 0,5 (x^3 - 6x^2 - 4x + 24)$; mögl. ganzz. Nullstellen: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6$;
 $\pm 8, \pm 12; \pm 24$; $x_1 = 2; x_2 = -2; x_3 = 6$ alle einfach
g) $f(x) = -0,25 (x^3 + 4x^2 + x - 6)$; mögl. ganzz. Nullstellen: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$;
 $x_1 = 1; x_2 = -2; x_3 = -3$ alle einfach
h) $f(x) = 2 (x^3 - 5x^2 + 2x + 8)$; mögl. ganzz. Nullstellen: $\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8$;
 $x_1 = -1; x_2 = 2; x_3 = 4$ alle einfach
i) $f(x) = 0,25 x (x^3 - x^2 - 8x + 12)$; mögl. ganzz. Nullstellen: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4$;
 $\pm 6, \pm 12$; $x_1 = 0; x_2 = -3$ beide einfach; $x_{3,4} = 2$ doppelt
j) $f(x) = 0,25 x (x^3 - 4x^2 + 16x + 11)$; mögl. ganzz. Nullstellen: $\pm 1, \pm 11$;
 $x_{1,2} = -1$ doppelt; keine weiteren Lösungen

Blatt/5

- a) $x_{1,2} = \pm \sqrt{3}$; $x_{3,4} = \pm 1$ alle einfach
- b) $x_{1,2} = \pm \sqrt{5}$; $x_{3,4} = \pm 2$ alle einfach
- c) $x_{1,2} = \pm \sqrt{2}$ beide einfach; keine weiteren Lösungen
- d) $x_{1,2} = \pm \sqrt{5}$ beide einfach; keine weiteren Lösungen
- e) $x_{1,2} = \pm 3$; $x_{3,4} = \pm 1$ alle einfach
- f) $x_{1,2} = \pm 3$; $x_{3,4} = \pm 2$ alle einfach
- g) $x_{1,2} = \pm \sqrt{12}$; $x_{3,4} = \pm 6$ alle einfach
- h) $x_{1,2} = \pm 2$ beide einfach; keine weiteren Lösungen
- i) $x_{1,2} = \pm \sqrt{3}$; $x_{3,4} = \pm 2$ alle einfach
- j) $x_{1,2} = \pm 1$ beide doppelt; keine weiteren Lösungen
- k) $x_1 = 0$; $x_{2,3} = \pm \sqrt{5}$; $x_{4,5} = \pm 1$ alle einfach
- l) $x_{1,2} = \pm 1$; $x_{3,4} = \pm \sqrt{2}$ alle einfach; keine weiteren Lösungen

Blatt/6

- a) keine Symmetrie zum KS; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$;
 $x_1 = 0$ einfach; $x_{2,3} = 4$ doppelt
- b) keine Symmetrie zum KS; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$;
 $x_1 = 1$; $x_2 = 3$; $x_3 = -2$ alle einfach
- c) keine Symmetrie zum KS; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$;
 $x_1 = 1$ einfach; $x_{2,3} = 2$ doppelt
- d) keine Symmetrie zum KS; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$;
 $x_1 = 1$ einfach; $x_{2,3} = -2$ doppelt
- e) keine Symmetrie zum KS; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$;
 $x_{1,2} = 1$ doppelt; $x_3 = 2$ einfach
- f) keine Symmetrie zum KS; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$;
 $x_{1,2} = 1$ doppelt; $x_3 = 3$ einfach
- g) keine Symmetrie zum KS; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$;
 $x_1 = -1$; $x_2 = 2$; $x_3 = 4$ alle einfach
- h) keine Symmetrie zum KS; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$;
 $x_1 = -3$; $x_2 = -0,5$; $x_3 = 0,5$ alle einfach
- i) keine Symmetrie zum KS; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$;
 $x_1 = -1$; $x_2 = 0,5$; $x_3 = 3$ alle einfach
- j) keine Symmetrie zum KS; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$; $x_{1,2} = 0$; $x_{3,4} = 3$ beide doppelt
- k) symmetrisch zur y-Achse; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$; $x_{1,2} = \pm 1$; $x_{3,4} = \pm 2$ alle einfach
- l) keine Symmetrie zum KS; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$; $x_1 = -3$; $x_2 = -2$; $x_3 = 1$; $x_4 = 2$ alle einfach

Verkettungen:

82/1 (T) bzw. 78/1 (NT) $K(x) = E(x) - G(x) = K_f(x) + K_v(x) = x \cdot k(x)$

82/2 (T) bzw. 78/2 (NT) (erster Teil)

- a) Differenz aus $3x$ und $5x^2$; $D_g = \mathbb{R}$
- b) Summe aus x und e^{x^2} ; $D_g = \mathbb{R}$
- c) Summe aus x und x^{-1} ; $D_g = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
- d) Quotient aus x und $3x+1$; $D_g = \mathbb{R} \setminus \{-1/3\}$
- e) Summe aus x^4 und $4e^x$; $D_g = \mathbb{R}$

f) nicht mit Grundrechenarten aus anderen Funktionen zusammengesetzt; $D_g = \mathbb{R}$

82/3 (T) bzw. 78/3 (NT)

c,d) kann man ableiten, wenn man vorher die Klammern ausmultipliziert, Rest nicht

93/1 (T) bzw. 89/1 (NT)

a) $v(u(x)) = 3(-x^2 + x) + 1 = -3x^2 + 3x + 1$

$u(v(x)) = -(3x + 1)^2 + (3x + 1) = -9x^2 - 3x$

b) $v(u(x)) = (3x + 2)^2 + (3x + 2) = 9x^2 + 15x + 6$

$u(v(x)) = 3(x^2 + x) + 2 = 3x^2 + 3x + 2$

c) $v(u(x)) = (e^x)^2 = e^{2x}$; $u(v(x)) = e^{x^2}$

d) $v(u(x)) = e^{x^2+2}$; $u(v(x)) = (e^x)^2 + 2 = e^{2x} + 2$

93/2 (T) bzw. 89/2 (NT) Es gibt unendlich viele Möglichkeiten; nur die naheliegendste ist angegeben.

a) $u(x) = x - 9$; $v(x) = 2x$

b) $u(x) = 2x$; $v(x) = x - 9$

c) $u(x) = x^3$; $v(x) = -4x$

d) $u(x) = -4x$; $v(x) = x^3$

e) $u(x) = 0,25x^4$; $v(x) = x - 1$

f) $u(x) = x - 1$; $v(x) = 0,25x^4$

g) $u(x) = x - 2$; $v(x) = \sqrt{x}$

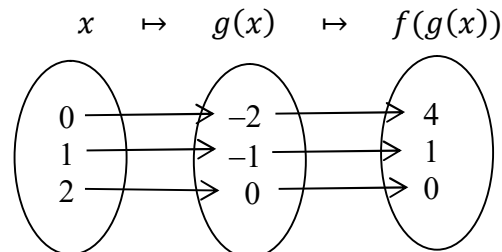
h) $u(x) = 2x$; $v(x) = e^x$

i) $u(x) = e^x$; $v(x) = 2x$

j) $u(x) = x^2$; $v(x) = e^x$

94/4 (T) bzw. 90/4 (NT)

$f(x) = x^2$; $g(x) = x - 2$



94/6 (T) bzw. 90/6 (NT) z. B.:

- u, v sind lineare Funktionen, bei denen $m_1 c_2 + c_1 = m_2 c_1 + c_2$ gilt (was insbesondere für alle linearen Funktionen mit $c_1 = c_2 = 0$ bzw. alle mit $m_1 = m_2 = 1$ erfüllt ist)
- u, v sind Umkehrfunktionen zueinander

94/11 (T) bzw. 90/11 (NT)

a) gelb, grün

b) rot

c) gelb

0.2 Ableitungen

12/1

a) $f'(x) = 4x - 5$; $f''(x) = 4$; $f'''(x) = 0$

b) $f'(x) = 25x^4 - 8x^3 + 12x^2 + 40x + 30$; $f''(x) = 100x^3 - 24x^2 + 24x + 40$;
 $f'''(x) = 300x^2 - 48x + 24$

c) $f'(x) = -9x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{7}{4}$; $f''(x) = -18x + \frac{1}{2}$; $f'''(x) = -18$

d) $f'(x) = -x^2 + \frac{4}{5}x + \frac{5}{11}$; $f''(x) = -2x + \frac{4}{5}$; $f'''(x) = -2$

e) $f'(x) = -x^3 - 2x^2 + \frac{4}{9}x - 7$; $f''(x) = -3x^2 - 4x + \frac{4}{9}$; $f'''(x) = -6x - 4$

f) (T) $f'(x) = 16ax^3 - 9x^2 + 5ax - a$; $f''(x) = 48ax^2 - 18x + 5a$; $f'''(x) = 96ax - 18$

(NT) $f'(x) = 2x^3 - 9x^2 + 5x + 10$; $f''(x) = 6x^2 - 18x + 5$; $f'''(x) = 12x - 18$

g) (T) $f'(x) = \frac{5}{2}ax^4 - ax^2 + 5x$; $f''(x) = 10ax^3 - 2ax + 5$; $f'''(x) = 30ax^2 - 2a$

(NT) $f'(x) = 3x^5 - 40x^3 - 18x + 6$; $f''(x) = 15x^4 - 120x^2 - 18$; $f'''(x) = 60x^3 - 240x$

82/2 (T) bzw. 78/2 (NT) (zweiter Teil) a) $g'(x) = 3 - 10x$

Ableiten von Verkettungen:

82/3 (T) bzw. 78/3 (NT) c) $\frac{1}{2} \left(\frac{1}{4}x - \frac{2}{3} \right)$

93/3 (T) bzw. 89/3 (NT)

Überprüfen: Klammern ausmultiplizieren, dann mit Summen- und Faktorregel ableiten

a) $f'(x) = 8x - 20$

d) $f'(x) = 2(1 + 2x)^2$

b) $f'(x) = 32x - 48$

e) $f'(x) = 3(x + 2)^3$

c) $f'(x) = -0,5x - 1$

f) $f'(x) = 3(x - 2)^2$

93/7 (T) bzw. 89/7 (NT) keine allgemeine Lösung angebar; machen Sie mal!

94/5 (T) bzw. 90/5 (NT)

a) $k'(x) = 2 \cos(2x)$

b) $l'(x) = -3 \sin(3x)$

c) $q'(x) = 2x \cdot \cos(x^2 - 3)$

94/7 (T) bzw. 90/7 (NT) Denis und Ferhat liegen beide richtig

Übungsblatt (Lambacher-Schweizer Analysis 2 S. 195f):

11) a) $4 + 8x$ b) $-3(x - 3)^2$ c) $2(x + x^2)(1 + 2x)$ d) $12x^2(1 + x^3)^3$ e) $4(x^3 - 2x)^3(3x^2 - 2)$

f) $3(5x + x^2)^2(5 + 2x)$ g) $2(t^3 - 4t^2)(3t^2 - 8t)$ h) $-12t^2(a^3 - t^3)^3$ i) $3(2 - 3x + x^2)^2(-3 + 2x)$

j) $(1 - x + 0,5x^3)(3x^2 - 2)$ k) $4(-0,5a^2 + a\sqrt{2})^3(-a + \sqrt{2})$ l) $3(x\sqrt{2} - x^2)^2(\sqrt{2} - 2x)$

Ableiten von Produkten:

23/3

a) wahr (Bei einer einfachen Nullstelle von f schneidet der Graph von f die x -Achse „steil“, also mit einer Steigung ungleich 0, also ist f' dort ungleich 0. Alternativ mit Produktregel nachrechnen:

$$f(x) = (x - x_0) \cdot g(x) \text{ mit } g(x_0) \neq 0 \implies f'(x) = g(x) + (x - x_0) \cdot g'(x) \implies f'(x_0) = g'(x_0) \neq 0$$

b) wahr (Bei einer doppelten Nullstelle von f berührt der Graph von f die x -Achse, hat dort also einen ExP, also muss f' dort eine Nullstelle mit VZW haben. Diese könnte natürlich auch 3fach, 5fach, ... sein; dass sie wirklich einfach ist, kann man mit der Produktregel nachrechnen:

$$f(x) = (x - x_0)^2 \cdot g(x) \text{ mit } g(x_0) \neq 0$$

$$\implies f'(x) = 2(x - x_0) \cdot g(x) + (x - x_0)^2 \cdot g'(x) = (x - x_0) \cdot (2g(x) + (x - x_0) \cdot g'(x)),$$

$$\text{also } f'(x) = (x - x_0) \cdot h(x) \text{ mit } h(x) = 2g(x) + (x - x_0) \cdot g'(x), \text{ also } h(x_0) = 2g(x_0) \neq 0$$

c) falsch (Gegenbeispiel: $f(x) = x^2 + 1 \implies f'(x) = 2x$ hat die einfache Nullstelle $x_1 = 0$, aber f hat offensichtlich *nicht* die doppelte Nullstelle $x_{1,2} = 0$.)

82/2 (T) bzw. 78/2 (NT) (zweiter Teil)

c) $g'(x) = 1 - x^{-2}$

d) $g'(x) = \frac{1}{(3x+1)^2}$

82/3 (T) bzw. 78/3 (NT)

$$\begin{aligned} \text{d) } f'(x) &= 2(3x+5) \cdot 3 \cdot (6-2x)^2 + (3x+5)^2 \cdot 2(6-2x) \cdot (-2) \\ &= 6(3x+5)(6-2x)^2 - 4(3x+5)^2(6-2x) \\ &= 2(3x+5)(6-2x)[3(6-2x) - 2(3x+5)] \\ &= 2(3x+5)(6-2x)[8-12x] = 16(3x+5)(3-x)(2-3x) \end{aligned}$$

86/4 (T) bzw. 82/4 (NT)

c) Produkt; $x_1 = 0$

$$f'(x) = 1 \cdot (2x^2 + 3) + x \cdot 4x = 6x^2 + 3; \quad -$$

$$f''(x) = 12x; \quad x_1 = 0$$

94/1 (T) bzw. 90/1 (NT)

a) $f'(x) = 5x^4 + 15x^2 - 2x$

b) $f'(x) = 6x^5 - 5x^4 + 4x^3 - 3x^2 - 2x - 1$

Übungsblatt (Lambacher-Schweizer Analysis 2):

189/4 a) $f'(x) = \dots = 15x^4 - 4x^3 - 6x + 1$ b) $f(x) = 3x^5 - 3x^2 - x^4 + x \rightarrow f'(x) = 15x^4 - 4x^3 - 6x + 1$

189/5 a) $-12x + 1$ b) $5x^4 - 12x^2 + 2x$ c) $-1,2x^2 + 1,6x + 2$ d) $-12t^3 - 3t^2 + 6t + 1$ e) $-4x^3 + 2x$
f) $4r^3 + 4r$

189/14 a) $f'(x) = u'(x)v(x)w(x) + u(x)v'(x)w(x) + u(x)v(x)w'(x)$

b) $\frac{u'vw + uv'w + uvw'}{uvw} = \frac{u'vw}{uvw} + \frac{uv'w}{uvw} + \frac{uvw'}{uvw} = \frac{u'}{u} + \frac{v'}{v} + \frac{w'}{w}$

für $f(x) = u_1(x) \cdot u_2(x) \cdot \dots \cdot u_n(x)$: $\frac{f'}{f} = \frac{u'_1}{u_1} + \frac{u'_2}{u_2} + \dots + \frac{u'_n}{u_n}$

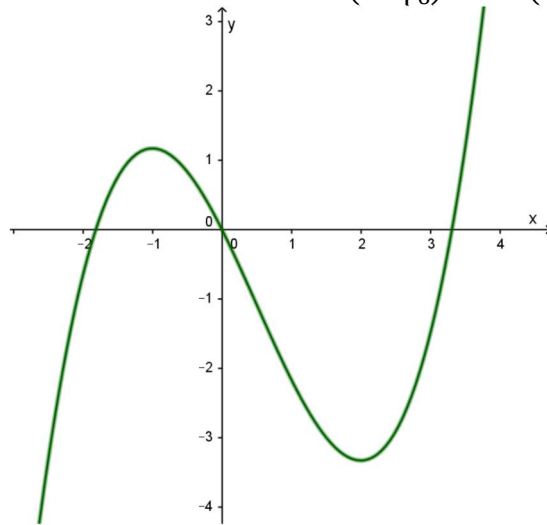
195/16 a) $(3x+4)(18x+2)$ b) $(5-4x)^2(16x-17)$ c) $(1,5x+6)(5-0,4x)(-2,4x+10,2)$
d) $(x-x^2)^2(1+3x)(-24x^2+9x+3)$

0.3 Kurvendiskussion

12/2

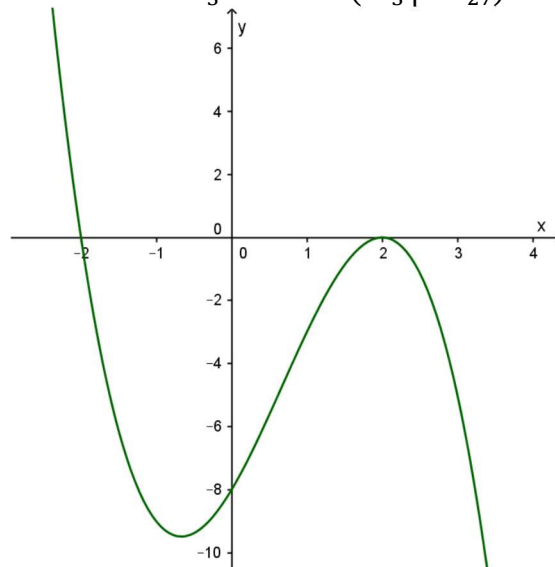
a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$; $N_1(0|0)$, $N_{2,3}\left(\frac{3 \pm \sqrt{105}}{4} \mid 0\right)$

G_f ist smf in $] -\infty; -1]$ und $[2; \infty[$, smf in $[-1; 2]$; $\text{HoP}\left(-1 \mid \frac{7}{6}\right)$, $\text{TiP}\left(2 \mid -\frac{10}{3}\right)$



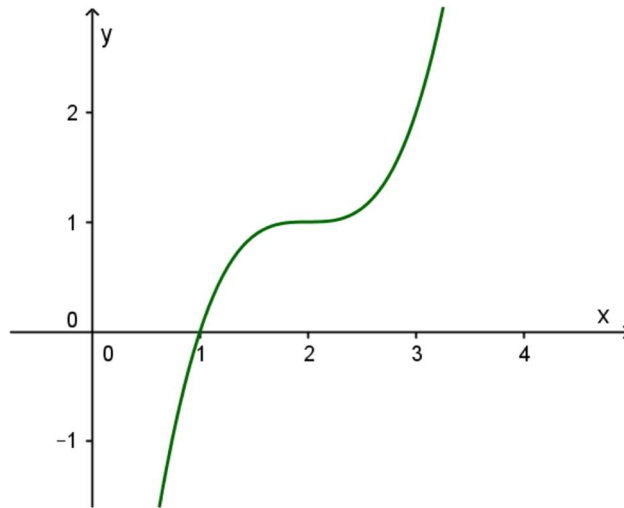
b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$; $N_1(-2|0)$, $N_2(2|0)$

G_f ist smf in $] -\infty; -\frac{2}{3}]$ und $[2; \infty[$, sms in $[-\frac{2}{3}; 2]$; $\text{TiP}\left(-\frac{2}{3} \mid -9\frac{13}{27}\right)$, $\text{HoP} = N_2$



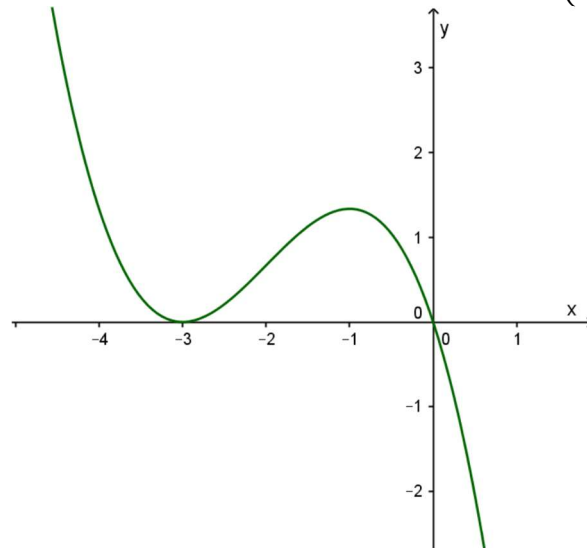
c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$; $N(1|0)$

G_f ist sms in $] -\infty; 2]$ und $[2; \infty[$; keine ExP (aber TeP(2|1))



d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$; $N_1(0|0), N_2(-3|0)$

G_f ist smf in $] -\infty; -3]$ und $[-1; \infty[$, sms in $[-3; -1]$; $TiP = N_2$, $HoP\left(-1 \middle| \frac{4}{3}\right)$

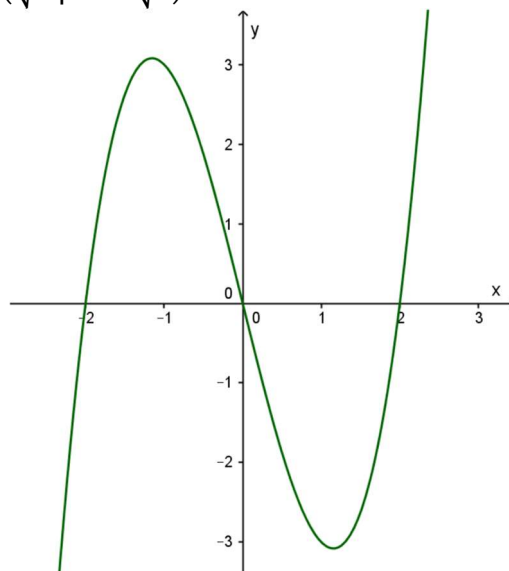


e) (T) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_a(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_a(x) = +\infty$; $N_1(0|0)$, für $a > 0$: $N_{2,3}(\pm\sqrt{a}|0)$

$a \leq 0$: G_f ist sms in $\mathbb{R}$; keine ExP (nur für $a = 0$: $TeP(0|0)$)

$a > 0$: G_f ist sms in $] -\infty; -\sqrt{\frac{a}{3}}]$ und $[\sqrt{\frac{a}{3}}; \infty[$, smf in $[-\sqrt{\frac{a}{3}}; \sqrt{\frac{a}{3}}]$;

$$HoP\left(-\sqrt{\frac{a}{3}} \middle| \frac{2}{3}a\sqrt{\frac{a}{3}}\right), \quad TiP\left(\sqrt{\frac{a}{3}} \middle| -\frac{2}{3}a\sqrt{\frac{a}{3}}\right)$$



e) (NT)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty; \quad N_1(0|0), N_{2,3}(\pm 2|0)$$

G_f ist smf in $] -\infty; -\frac{2}{3}\sqrt{3}]$ und $[\frac{2}{3}\sqrt{3}; \infty[$, smf in $[-\frac{2}{3}\sqrt{3}; \frac{2}{3}\sqrt{3}]$; $HoP(-\frac{2}{3}\sqrt{3}|\frac{16}{9}\sqrt{3})$, $TiP(\frac{2}{3}\sqrt{3}|-\frac{16}{9}\sqrt{3})$

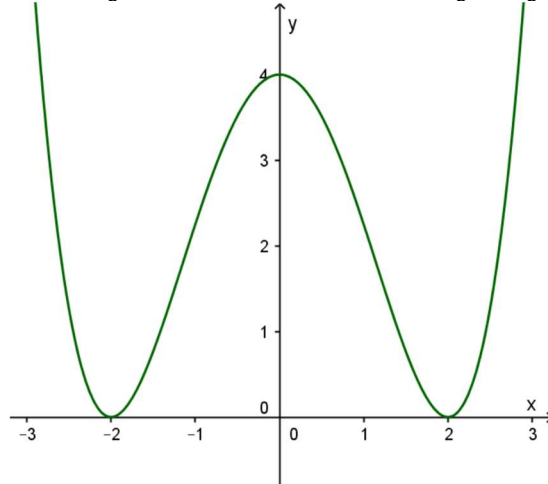
Graph: siehe e) (T)

12/3

a) G_f ist symmetrisch zur y-Achse; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$; $N_{1,2}(\pm 2|0)$

G_f ist smf in $] -\infty; -2]$ und $[0; 2]$, sms in $[-2; 0]$ und $[2; \infty[$; $TiP_{1,2} = N_{1,2}$, $HoP(0|4)$

G_f ist linksgekr. in $] -\infty; -\frac{2}{3}\sqrt{3}]$ und $[\frac{2}{3}\sqrt{3}; \infty[$, rechtsgekr. in $[-\frac{2}{3}\sqrt{3}; \frac{2}{3}\sqrt{3}]$; $WeP_{1,2}(\pm \frac{2}{3}\sqrt{3}|\frac{16}{9})$

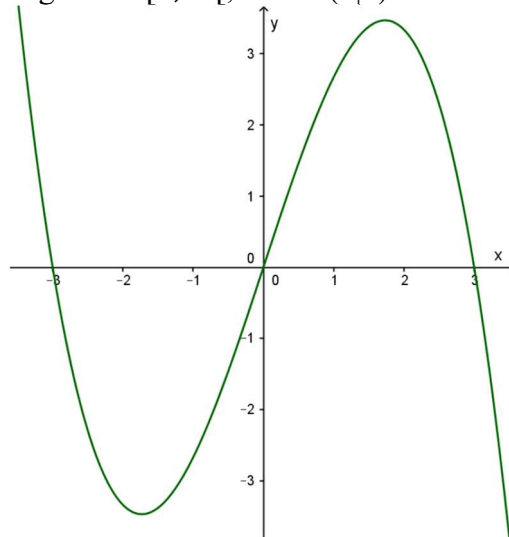


b) G_f ist symmetrisch zum Ursprung; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$;

$N_1(0|0)$, $N_{2,3}(\pm 3|0)$

G_f ist smf in $] -\infty; -\sqrt{3}]$ und $[\sqrt{3}; \infty[$, sms in $[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$; $TiP(-\sqrt{3}|2\sqrt{3})$, $HoP(\sqrt{3}|2\sqrt{3})$

G_f ist linksgekr. in $] -\infty; 0]$, rechtsgekr. in $[0; \infty[$; $WeP(0|0)$

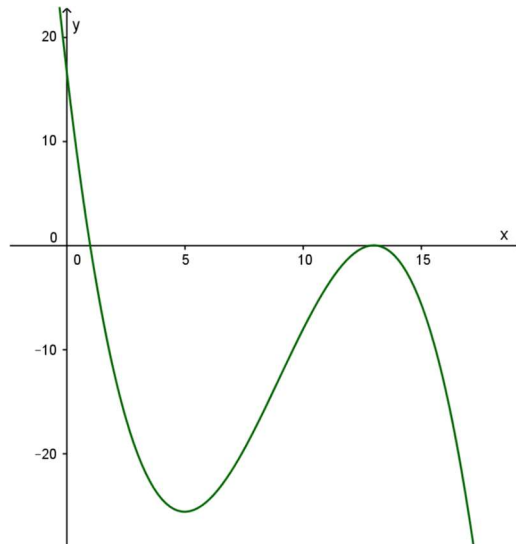


c) (T) bzw. d) (NT)

G_f ist nicht symmetrisch zum KS; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$; $N_1(1|0)$, $N_2(13|0)$

G_f ist smf in $] -\infty; 5]$ und $[13; \infty[$, sms in $[5; 12]$; $TiP(5|-25,6)$, $HoP = N_2$

G_f ist linksgekr. in $] -\infty; 9]$, rechtsgekr. in $[9; \infty[$; $WeP(9|-12,8)$



c) (NT)

G_f ist symmetrisch zur y-Achse; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -\infty$; $N_{1,2}(\pm 1|0)$, $N_{3,4}(\pm 3|0)$

G_f ist sms in $] -\infty; -\sqrt{5}]$ und $[0; \sqrt{5}]$, smf in $[-\sqrt{5}; 0]$ und $[\sqrt{5}; \infty[$; $TiP(0|-2,25)$, $HoP_{1,2}(\pm\sqrt{5}|4)$

G_f ist rechtsgekr. in $] -\infty; -\frac{\sqrt{15}}{3}]$ und $[\frac{\sqrt{15}}{3}; \infty[$, linksgekr. in $[-\frac{\sqrt{15}}{3}; \frac{\sqrt{15}}{3}]$; $WeP_{1,2}(\pm\frac{\sqrt{15}}{3}|\frac{11}{9})$

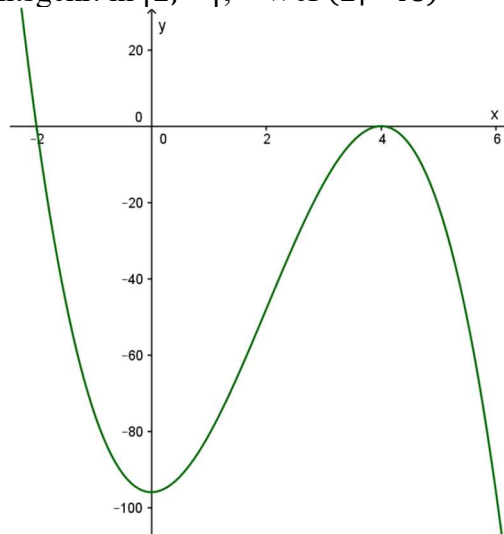
Graph: siehe e) (T)

d) (T) bzw. e) (NT)

G_f ist nicht symmetrisch zum KS; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$; $N_1(-2|0)$, $N_2(4|0)$

G_f ist smf in $] -\infty; 0]$ und $[4; \infty[$, sms in $[0; 4]$; $TiP(0|-96)$, $HoP = N_2$

G_f ist linksgekr. in $] -\infty; 2]$, rechtsgekr. in $[2; \infty[$; $WeP(2|-48)$



e) (T) G_f ist symmetrisch zur y-Achse; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f_a(x) = -\infty$

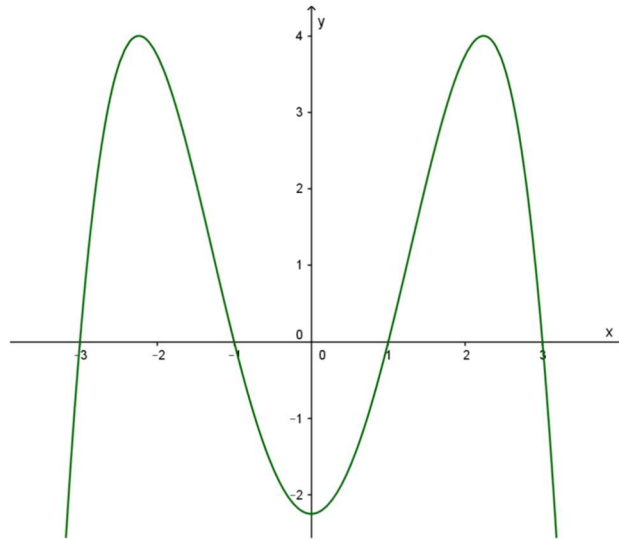
$a < 6$: keine N; $a = 6$: $N_{1,2}(\pm\sqrt{3}|0)$; $a > 6$: $N_{1,2}\left(\pm\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-36}}{2}}|0\right)$, $N_{3,4}\left(\pm\sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-36}}{2}}|0\right)$

$a \leq 0$: G_f ist sms in $] -\infty; 0]$, smf in $[0; \infty[$; $HoP(0|-\frac{9}{4})$; G_f ist rechtsgekr. in $\mathbb{R}$; keine WeP

$a > 0$: G_f ist sms in $] -\infty; -\sqrt{\frac{a}{2}}]$ und $[0; \sqrt{\frac{a}{2}}]$, smf in $[-\sqrt{\frac{a}{2}}; 0]$ und $[\sqrt{\frac{a}{2}}; \infty[$;

$HoP_{1,2}\left(\pm\sqrt{\frac{a}{2}}|\frac{a^2}{16}-\frac{9}{4}\right)$, $TiP(0|-\frac{9}{4})$

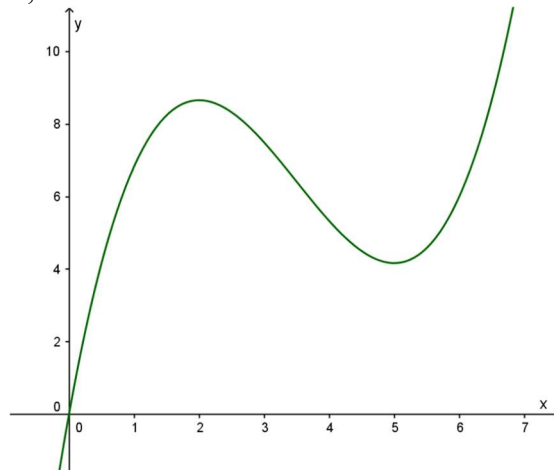
G_f ist rechtsgekr. in $] -\infty; -\sqrt{\frac{a}{6}}]$ und $[\sqrt{\frac{a}{6}}; \infty[$, linksgekr. in $[-\sqrt{\frac{a}{6}}; \sqrt{\frac{a}{6}}]$; $WeP_{1,2}\left(\pm\sqrt{\frac{a}{6}}|\frac{5a^2}{144}-\frac{9}{4}\right)$



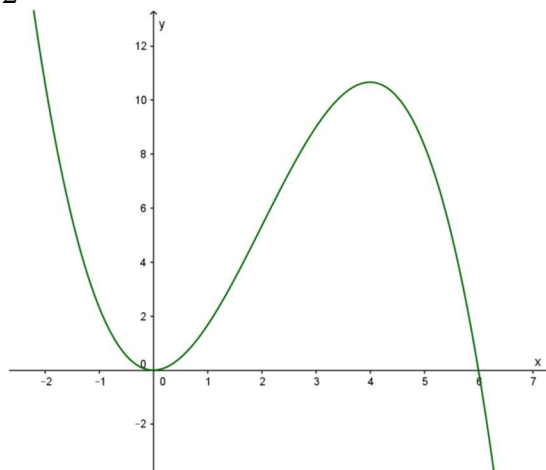
12/4 a) f b) w

20/1

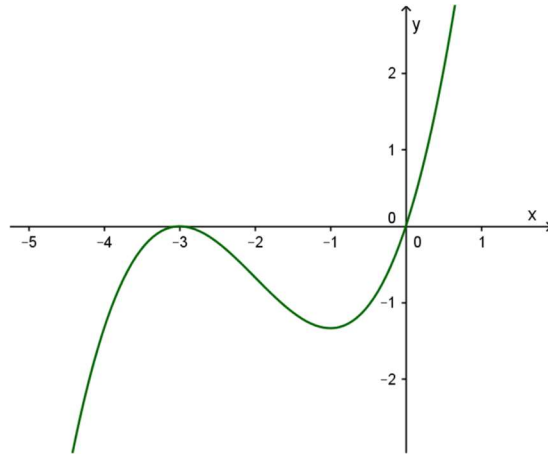
a) Änderungsrate negativ für $2 < x < 5$, positiv für $x < 2$ oder $x > 5$
 lokal stärkste Abnahme bei $x = 3,5$



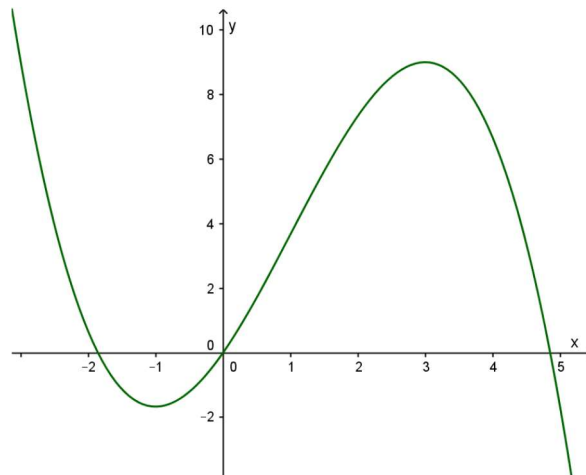
b) (NT) Änderungsrate positiv für $0 < x < 4$, negativ für $x < 0$ oder $x > 4$
 lokal stärkste Zunahme bei $x = 2$



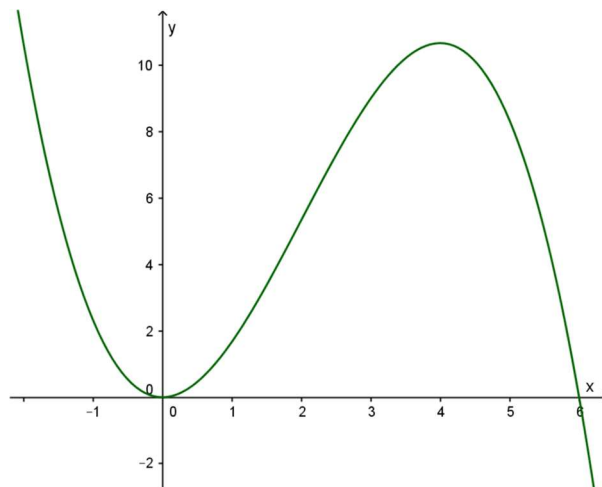
b) (T) bzw. c) (NT) Änderungsrate negativ für $-3 < x < -1$, positiv für $x < -3$ oder $x > -1$
 lokal stärkste Abnahme bei $x = -2$



c) (T) bzw. d) (NT) Änderungsrate positiv für $-1 < x < 3$, negativ für $x < -1$ oder $x > 3$
 lokal stärkste Zunahme bei $x = 1$

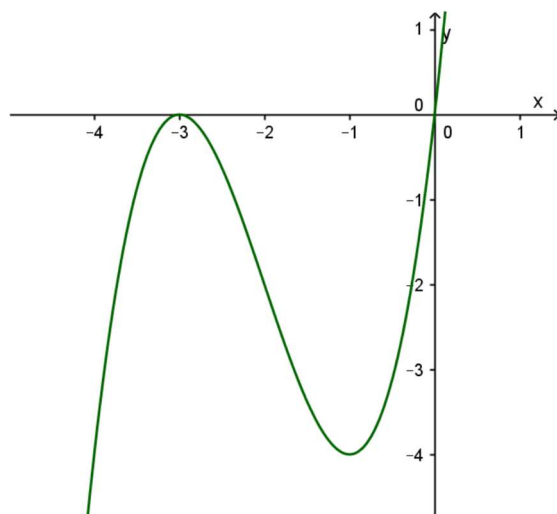


d) Änderungsrate positiv für $0 < x < a$, negativ für $x < 0$ oder $x > a$
 lokal stärkste Zunahme bei $x = a/2$

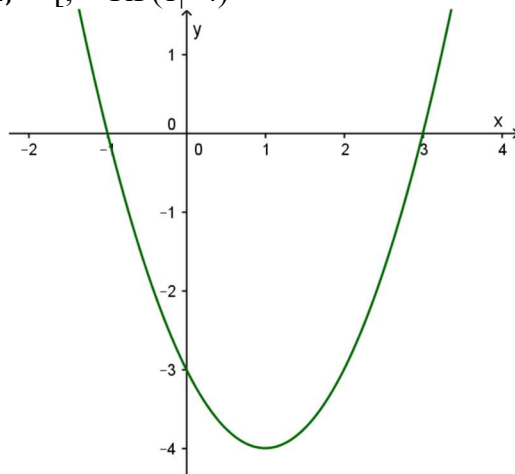


23/1

a) $f'(x) = 0$: $x_{1,2} = -3, x_3 = 0$; $f'(x) < 0$ für $x < -3$ oder $-3 < x < 0$; $f'(x) > 0$ für $x > 0$
 $G_{f'}$ ist sms in $]-\infty; -3]$ und $[-1; \infty[$, smf in $[-3; -1]$; HoP(-3|0), TiP(-1|-4)

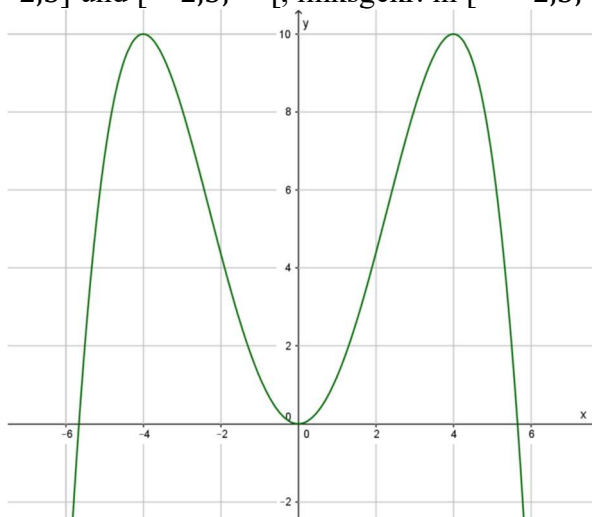


b) $f'(x) = 0$: $x_1 = -1, x_2 = 3$; $f'(x) < 0$ für $-1 < x < 3$; $f'(x) > 0$ für $x < -1$ oder $x > 3$
 $G_{f'}$ ist smf in $]-\infty; 1]$, sms in $[1; \infty[$; TiP(1|-4)

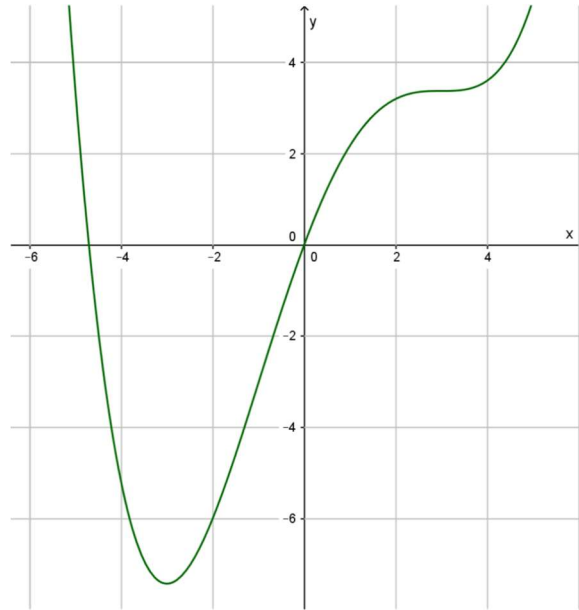


23/2

a) G_f ist sms in $]-\infty; -4]$ und $[0; 4]$, smf in $[-4; 0]$ und $[0; \infty[$; Max.st. -4 und 4, Min.st. 0
 G_f ist rechtsgekr. in $]-\infty; \approx -2,3]$ und $[\approx 2,3; \infty[$, linksgekr. in $[\approx -2,3; \approx 2,3]$; Wendest. $\approx \pm 2,3$

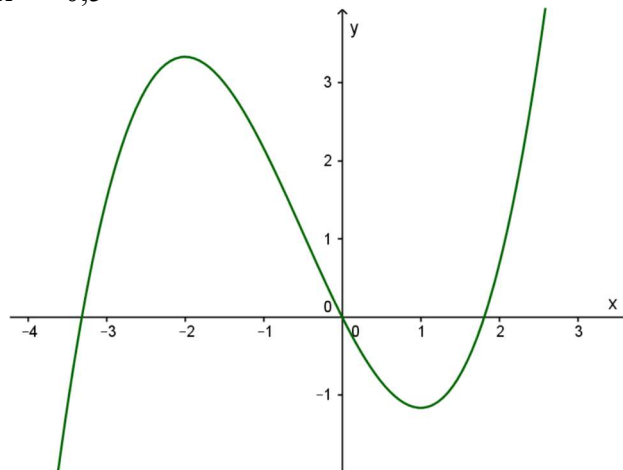


b) G_f ist smf in $]-\infty; -3]$, sms in $[-3; 3]$ und $[3; \infty[$; Min.st. -3
 G_f ist linksgekr. in $]-\infty; -1]$ und $[3; \infty[$, rechtsgekr. in $[-1; 3]$; Wendest. -1 und 3

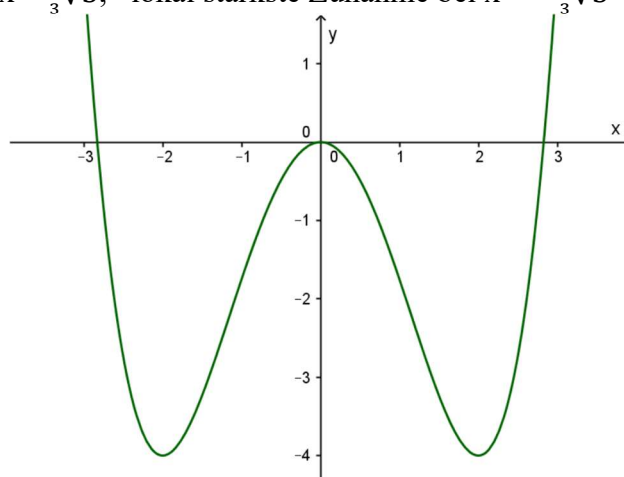


24/3

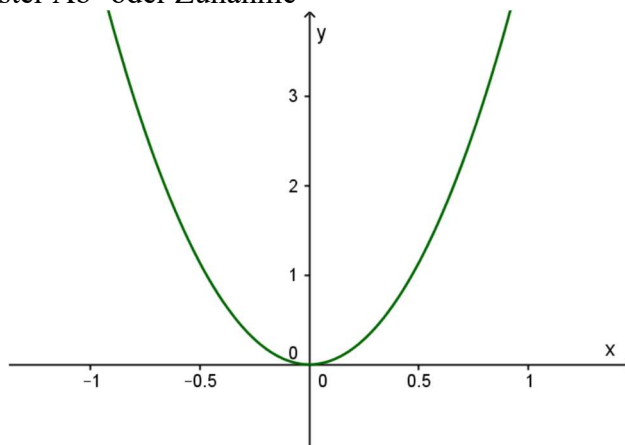
a) Änderungsrate positiv für $x < -2$ oder $x > 1$, negativ für $-2 < x < 1$
 lokal stärkste Abnahme bei $x = -0,5$



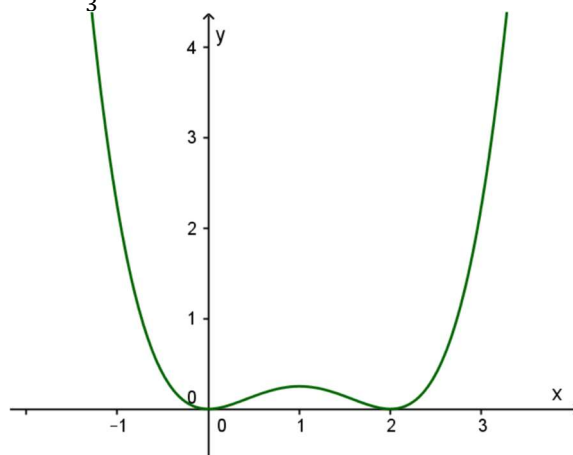
b) Änderungsrate negativ für $x < -2$ oder $0 < x < 2$, positiv für $-2 < x < 0$ oder $x > 2$
 lokal stärkste Abnahme bei $x = \frac{2}{3}\sqrt{3}$, lokal stärkste Zunahme bei $x = -\frac{2}{3}\sqrt{3}$



c) Änderungsrate negativ für $x < 0$, positiv für $x > 0$
keine Stellen mit lokal stärkster Ab- oder Zunahme

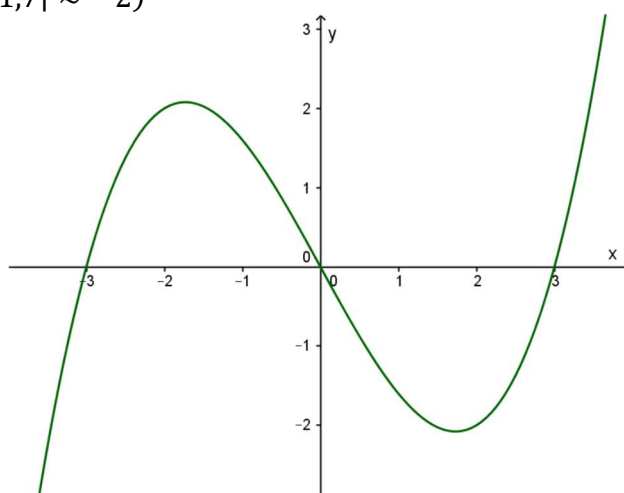


d) Änderungsrate negativ für $x < 0$ oder $1 < x < 2$, positiv für $0 < x < 1$ oder $x > 2$
lokal stärkste Abnahme bei $x = 1 + \frac{\sqrt{3}}{3}$, lokal stärkste Zunahme bei $x = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$

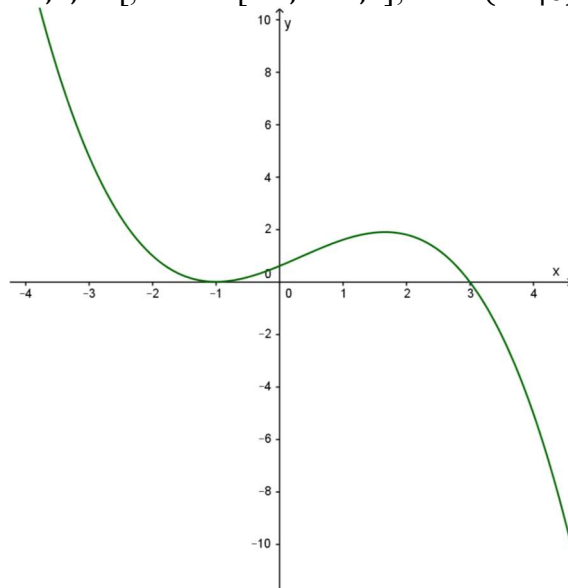


24/4

a) $f'(x) = 0$: $x_1 = 0$, $x_{2,3} = \pm 3$; $f'(x) < 0$ für $x < -3$ oder $0 < x < 3$; $f'(x) > 0$ für $-3 < x < 0$ oder $x > 3$
 G_f ist smf in $]-\infty; \approx -1,7]$ und $[\approx 1,7; \infty[$, smf in $[\approx -1,7; \approx 1,7]$
HoP($\approx -1,7 | \approx 2$), TiP($\approx 1,7 | \approx -2$)

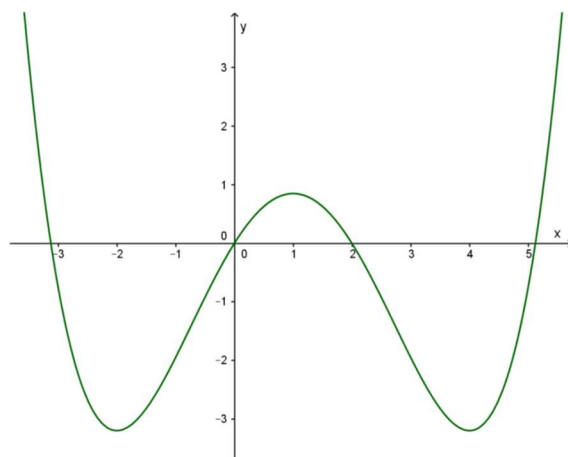


b) $f'(x) = 0$: $x_{1,2} = -1, x_3 = 3$; $f'(x) < 0$ für $x > 3$; $f'(x) > 0$ für $x < -1$ oder $-1 < x < 3$
 G_f ist smf in $] -\infty; -1]$ und $[\approx 1,7; \infty[$, sms in $[-1; \approx 1,7]$; $TiP(-1|0)$, $HoP(\approx 1,7 | \approx 2)$

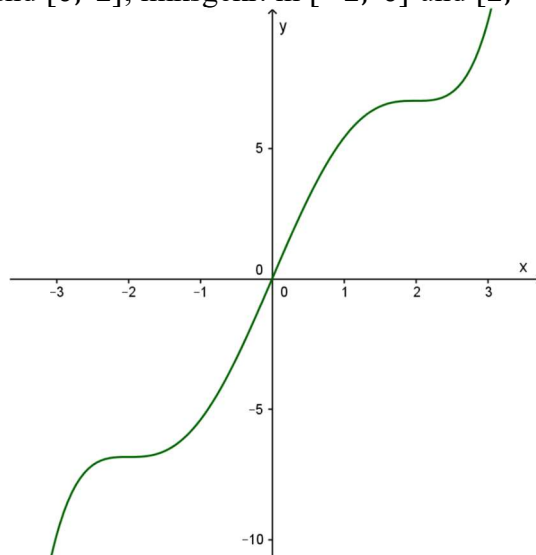


24/5

a) G_f ist smf in $] -\infty; -2]$ und $[1; 4]$, sms in $[-2; 1]$ und $[4; \infty[$; Min.st. -2 und 4, Max.st. 1
 G_f ist linksgekr. in $] -\infty; \approx -0,7]$ und $[\approx 2,7; \infty[$, rechtsgekr. in $[\approx -0,7; \approx 2,7]$
Wendest. $\approx -0,7$ und $\approx 2,7$



b) G_f ist sms in $] -\infty; -2]$, $[-2; 2]$ und $[2; \infty[$; keine Extremst.
 G_f ist rechtsgekr. in $] -\infty; -2]$ und $[0; 2]$, linksgekr. in $[-2; 0]$ und $[2; \infty[$; Wendest. 0 und ± 2



0.4 Rand- und absolute Extrema

17/1

a) Rand-TiP($-2|0$); abs. HoP($-1|5,5$); abs. TiP($2|-8$); Rand-HoP($3|-2,5$)

b) Rand-HoP($-3|-5,5$); abs. TiP($-2|-7$); abs. HoP($2|3$)

c) abs. Rand-TiP($-3|-3,5$); lok. HoP($-2|\frac{2}{3}$); lok. TiP($0|-3$); abs. HoP($3|7,5$); Rand-TiP($4|\frac{2}{3}$)

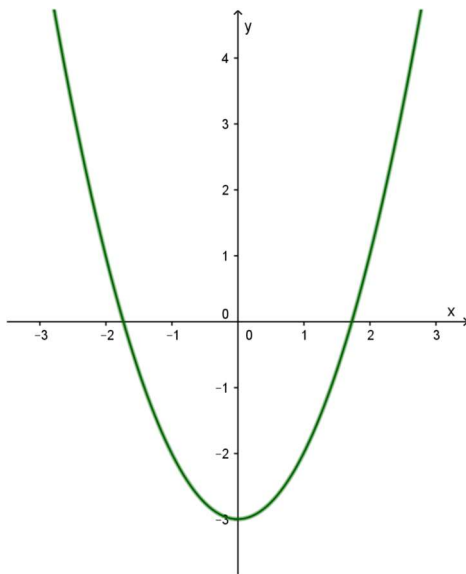
17/2

a) (NT) G_f ist symmetrisch zur y-Achse; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$

$N_{1,2}(\pm\sqrt{3}|0)$

G_f ist smf in $]-\infty; 0]$, sms in $[0; \infty[$; abs. TiP($0|-3$) $\implies W_f = [-3; \infty[$

G_f ist linksgekr. in $\mathbb{R}$; keine WeP

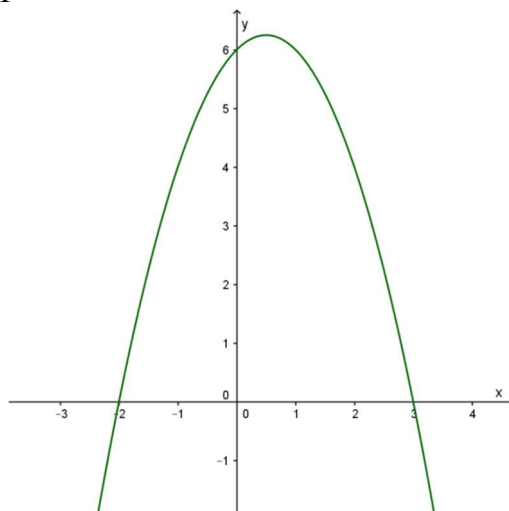


a) (T) bzw. b) (NT) G_f ist nicht symmetrisch zum KS; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -\infty$

$N_1(-2|0)$, $N_2(3|0)$

G_f ist sms in $] -\infty; 0,5]$, smf in $[0,5; \infty[$; abs. HoP(0,5|6,25) $\Rightarrow W_f =] -\infty; 6,25]$

G_f ist rechtsgekr. in $\mathbb{R}$; keine WeP



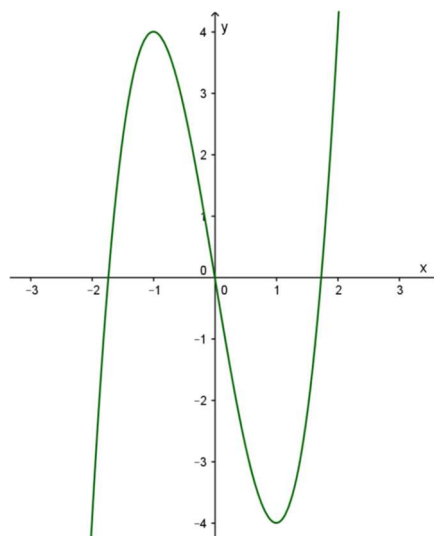
b) (T) bzw. c) (NT) G_f ist symmetrisch zum Ursprung; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

$N_1(0|0)$, $N_{2,3}(\pm\sqrt{3}|0)$

G_f ist sms in $] -\infty; -1]$ und $[1; \infty[$, smf in $[-1; 1]$; HoP(-1|4), TiP(1|-4)

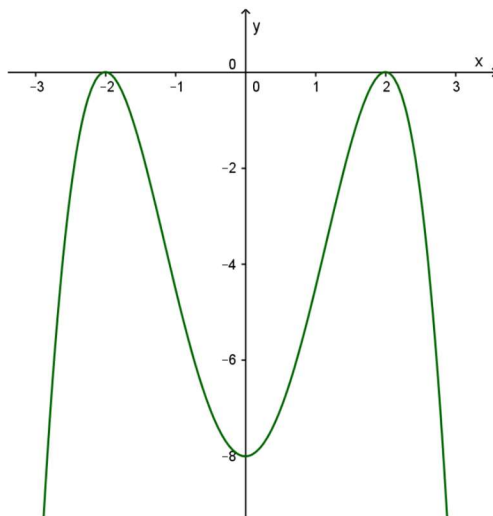
keine absoluten ExP; $W_f = \mathbb{R}$

G_f ist rechtsgekr. in $] -\infty; 0]$, linksgekr. in $[0; \infty[$; WeP(0|0)



c) (T) bzw. d) (NT) G_f ist symmetrisch zur y-Achse; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -\infty$; $N_{1,2}(\pm 2|0)$

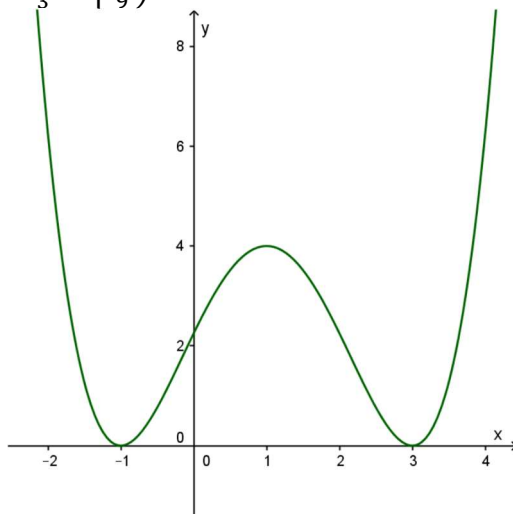
G_f ist sms in $]-\infty; -2]$ und $[0; 2]$, smf in $[-2; 0]$ und $[2; \infty[$; abs. HoP_{1,2} = $N_{1,2}$; TiP(0|-8) $\Rightarrow W_f =]-\infty; 0]$; G_f ist rechtsgekr. in $]-\infty; -\frac{2}{3}\sqrt{3}]$ und $[\frac{2}{3}\sqrt{3}; \infty[$, linksgekr. in $[-\frac{2}{3}\sqrt{3}; \frac{2}{3}\sqrt{3}]$; WeP_{1,2} $(\pm \frac{2}{3}\sqrt{3} | -\frac{32}{9})$



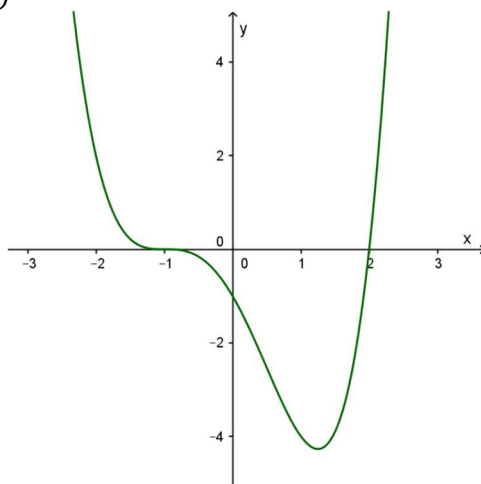
d) (T) bzw. e) (NT) G_f ist nicht symmetrisch zum KS; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$; $N_1(-1|0)$, $N_2(3|0)$

G_f ist smf in $]-\infty; -1]$ und $[1; 3]$, sms in $[-1; 1]$ und $[3; \infty[$; abs. TiP_{1,2} = $N_{1,2}$; HoP(1|4)

$\Rightarrow W_f = [0; \infty[$; G_f ist linksgekr. in $]-\infty; 1 - \frac{2}{3}\sqrt{3}]$ und $[1 + \frac{2}{3}\sqrt{3}; \infty[$, rechtsgekr. in $[1 - \frac{2}{3}\sqrt{3}; 1 + \frac{2}{3}\sqrt{3}]$; WeP_{1,2} $(1 \pm \frac{2}{3}\sqrt{3} | \frac{16}{9})$



e) (T) bzw. f) (NT) G_f ist nicht symmetrisch zum KS; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$; $N_1(-1|0)$, $N_2(2|0)$
 G_f ist smf in $]-\infty; -1]$ und $[-1; 1,25]$, sms in $[1,25; \infty[$; abs. TiP(1,25|-4,271484375) $\Rightarrow$
 $W_f = [-4,271484375; \infty[$; G_f ist linksgekr. in $]-\infty; -1]$ und $[0,5; \infty[$, rechtsgekr. in $[-1; 0,5]$;
 $WeP_1 = N_1$; $WeP_2(0,5|-2,53125)$

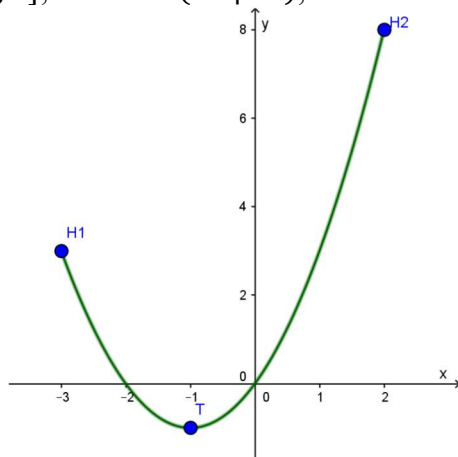


f) $a > 0$: alles wie bei (e), nur die y-Koordinaten mit $2a$ multiplizieren, $W_f = [-4,271484375 \cdot 2a; \infty[$
 $a < 0$: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -\infty$; Monotonieintervalle und Krümmungsintervalle jeweils genau andersherum;
abs. HoP(1,25|-4,271484375 $\cdot 2a$); $W_f =]-\infty; -4,271484375 \cdot 2a]$; y-Koordinaten mit $2a$ multipliziert; Rest wie bei (e)
Graph ist derselbe wie bei (e)!

17/3

a) $N_1(0|0)$, $N_2(-2|0)$

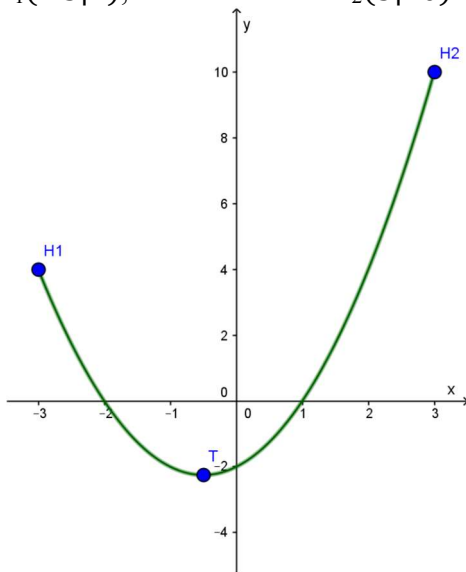
G_f ist smf in $[-3; -1]$, sms in $[-1; 2]$; abs. TiP(-1|-1), Rand-HoP₁(-3|3), abs. Rand-HoP₂(2|8)



b) (NT) $N_1(-2|0)$, $N_2(1|0)$

G_f ist smf in $[-3; -0,5]$, sms in $[-0,5; 3]$

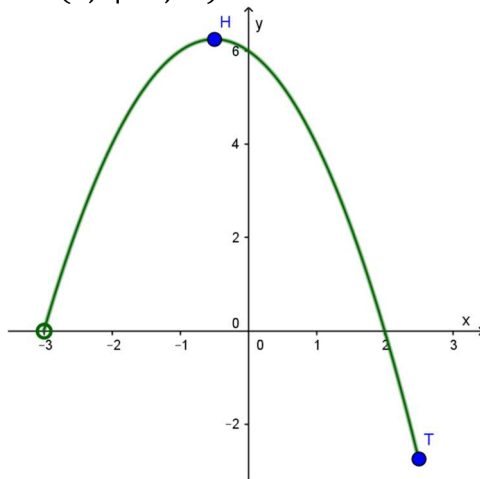
abs. TiP $(-0,5|-2,25)$, Rand-HoP $_1(-3|4)$, abs. Rand-HoP $_2(3|10)$



b) (T) bzw. c) (NT) $N(2|0)$

G_f ist sms in $]-3; -0,5]$ (T) bzw. $[-3; -0,5]$ (NT), smf in $[-0,5; 2,5]$

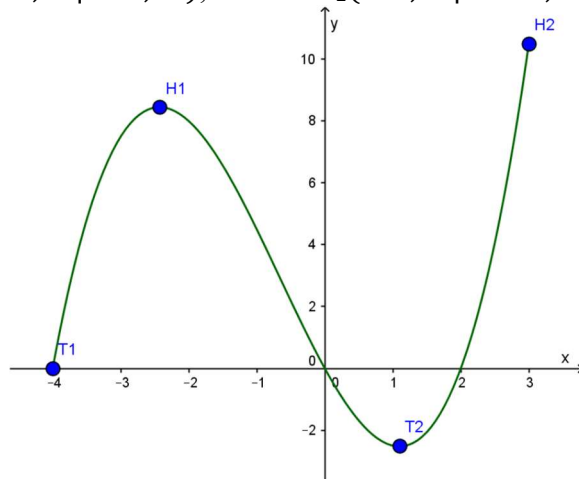
abs. HoP $(-0,5|6,25)$, abs. Rand-TiP $(2,5|-2,75)$



c) (T) bzw. d) (NT) $N_1(0|0)$, $N_2(-4|0)$, $N_3(2|0)$

G_f ist sms in $\left[-4; \frac{-2-2\sqrt{7}}{3} \approx -2,43\right]$ und $\left[\frac{-2+2\sqrt{7}}{3} \approx 1,10; 3\right]$, smf in $[\approx -2,43; \approx 1,10]$

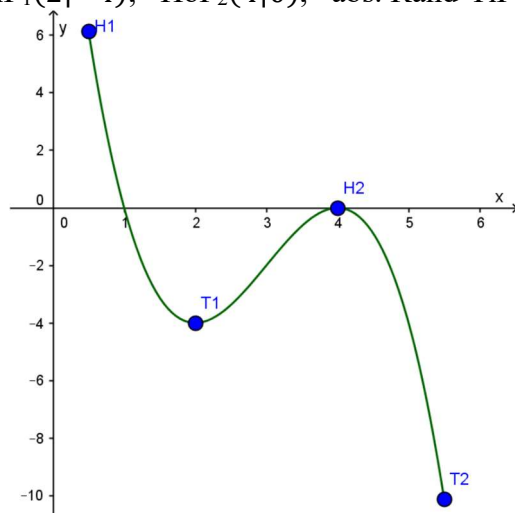
Rand-TiP $_1(-4|0)$, HoP $_1(\approx -2,43| \approx 8,45)$, abs. TiP $_2(\approx 1,10| \approx -2,52)$, abs. Rand-HoP $_2(3|10,5)$



d) (T) bzw. e) (NT) $N_1(1|0)$, $N_2(4|0)$

G_f ist smf in $[0,5; 2]$ und $[4; 5,5]$, sms in $[2; 4]$

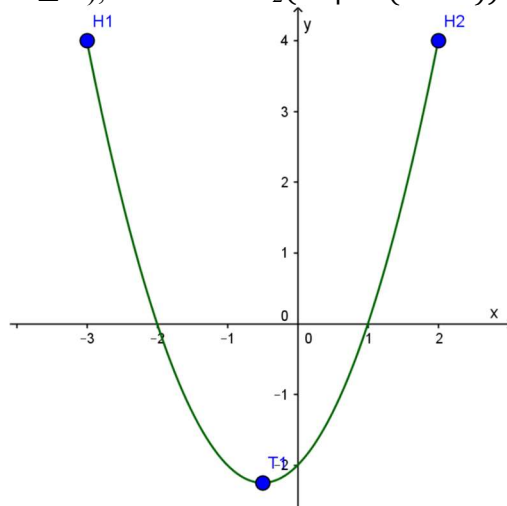
abs. Rand-HoP₁(0,5|6,125), TiP₁(2|-4), HoP₂(4|0), abs. Rand-TiP₂(5,5|-10,125)



e) $N_1(-2|0)$, $N_2(a|0)$

G_f ist smf in $\left[-3; \frac{a-2}{2}\right]$, sms in $\left[\frac{a-2}{2}; 2a\right]$; abs. TiP $\left(\frac{a-2}{2} \middle| -\frac{(a+2)^2}{4}\right)$

Rand-HoP₁(-3|3+a) (abs. für $a \leq 1$), Rand-HoP₂(2a|2a(a+1)) (abs. für $a \geq 1$)



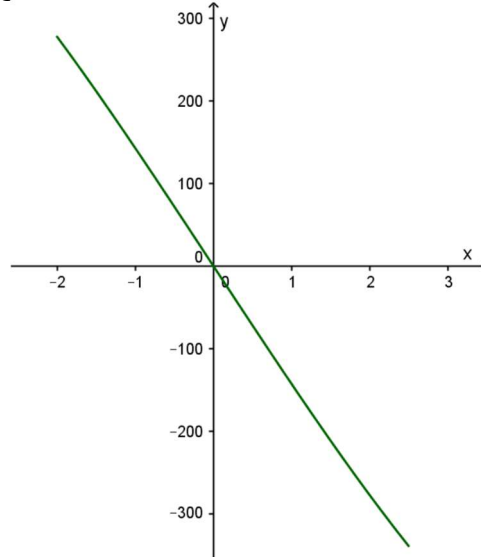
17/4 Wegen der eingeschränkten Definitionsmengen (die in keinem Fall symmetrisch zu 0 sind) ergibt es hier weder Sinn, die Symmetrie zum KS anzugeben noch den Globalverlauf!

a) $N(0|0)$

G_f ist smf in $[-2; 2,5]$; abs. Rand-HoP $(-2|\frac{832}{3})$, abs. Rand-TiP $(2,5|-\frac{2035}{6})$

$$\implies W_f = \left[-\frac{2035}{6}; \frac{832}{3}\right]$$

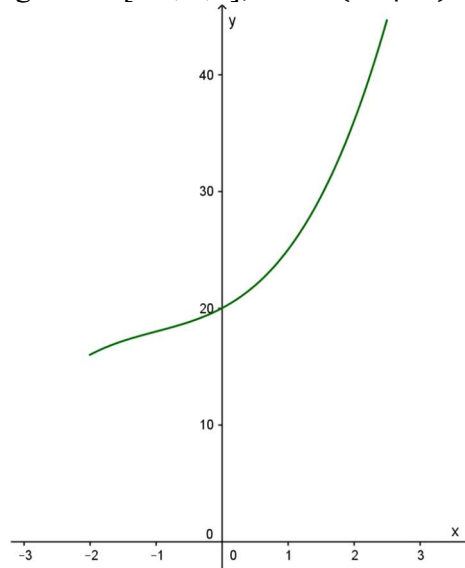
G_f ist rechtsgekr. in $[-2; 0]$, linksgekr. in $[0; 2,5]$; WeP $(0|0)$



b) (NT) keine N

G_f ist sms in $[-2; 2,5]$; abs. TiP $(-2|16)$, abs. HoP $(2,5|44,6875)$; $W_f = [16; 44,6875]$

G_f ist rechtsgekr. in $[-2; -1]$, linksgekr. in $[-1; 2,5]$; WeP $(-1|18)$

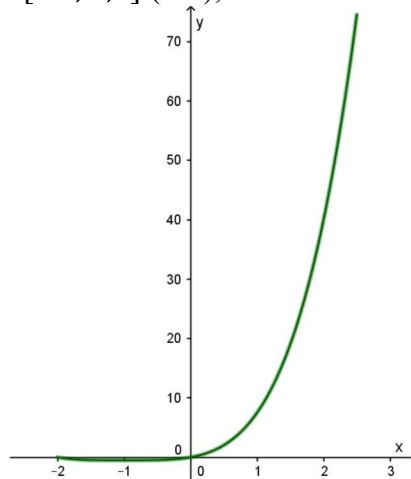


b) (T) bzw. c) (NT) $N(0|0)$

G_f ist smf in $] -2; -1]$, sms in $[-1; 2,5[$ (T) bzw. smf in $[-2; -1]$, sms in $[-1; 2,5]$ (NT)

abs. TiP($-1|-0,5$); $W_f = [-0,5; 74,53125[$

G_f ist linksgekr. in $] -2; 2,5[$ (T) bzw. $[-2; 2,5]$ (NT); kein WeP

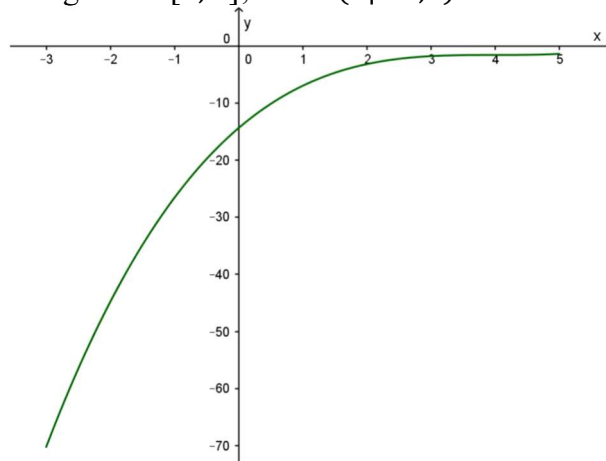


c) (T) bzw. d) (NT) kein N

G_f ist sms in $[-3; 4]$ und $[4; 5]$; abs. Rand-TiP($-3|-70,2$), abs. Rand-HoP($5|-1,4$);

$W_f = [-70,2; -1,4]$

G_f ist rechtsgekr. in $[-3; 4]$, linksgekr. in $[4; 5]$; WeP($4|-1,6$)



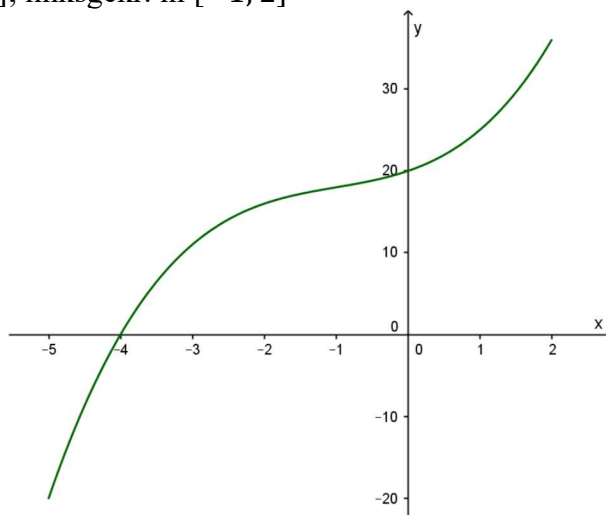
d) $N(-4|0)$; WeP($-1|36a$)

$a < 0$: G_f ist smf in $[-5; 2]$; abs. Rand-HoP($-5|-40a$), abs. Rand-TiP($2|72a$); $W_f = [72a; -40a]$;

G_f ist linksgekr. in $[-5; -1]$, rechtsgekr. in $[-1; 2]$

$a > 0$: G_f ist sms in $[-5; 2]$; abs. Rand-TiP($-5|-40a$), abs. Rand-HoP($2|72a$); $W_f = [-40a; 72a]$

G_f ist rechtsgekr. in $[-5; -1]$, linksgekr. in $[-1; 2]$



17/5 a) w b) w c) f d) w e) (nur NT) w

20/2

a) Änderungsrate negativ für $0 < x < 3$, positiv für $-2 < x < 0$

lokal stärkste Abnahme bei $x = -2$ und bei $x = \frac{1+\sqrt{19}}{3} \approx 1,79$,

lokal stärkste Zunahme bei $x = \frac{1-\sqrt{19}}{3} \approx -1,12$ und bei $x = 3$

b) Änderungsrate negativ für $1 + \sqrt{6} < x < 4$, positiv für $-1 \leq x < 1 + \sqrt{6}$ oder $4 < x \leq 5$

lokal stärkste Abnahme bei $x = 2 + \sqrt{3}$,

lokal stärkste Zunahme bei $x = 2 - \sqrt{3}$ und bei $x = 5$

c) Änderungsrate negativ für $2 < x \leq 5$, positiv für $0 < x < 2$

lokal stärkste Abnahme bei $x = \frac{7+\sqrt{19}}{3} \approx 3,79$,

lokal stärkste Zunahme bei $x = \frac{7-\sqrt{19}}{3} \approx 0,88$

d) Änderungsrate negativ für $3 < x < 5$, positiv für $1 < x < 3$

lokal stärkste Abnahme bei $x = \frac{9+2\sqrt{3}}{3} \approx 4,15$,

lokal stärkste Zunahme bei $x = \frac{9-2\sqrt{3}}{3} \approx 1,85$

20/3

a) Die Bezeichnung ist hier falsch, man muss $\dot{V}$ schreiben! Außerdem sind $V'(\dots)$ keine Punkte; was ist hier also mit „Koordinaten der Punkte“ gemeint?!? Die Werte sind: 0; ≈ 36 ; 0; ≈ -42 ; 0

b) V nimmt für $0 < t < 6$ zu, bei $\approx 2,5$ am stärksten, bei 1,5 etwa mit $36 \ell/\text{min}$, nimmt für $6 < t < 12$ ab, bei $\approx 9,5$ am stärksten, nämlich mit $\approx -42 \ell/\text{min}$

c) stärkste Abnahme siehe (b); stärkste Zunahme: $\approx 42 \ell/\text{min}$

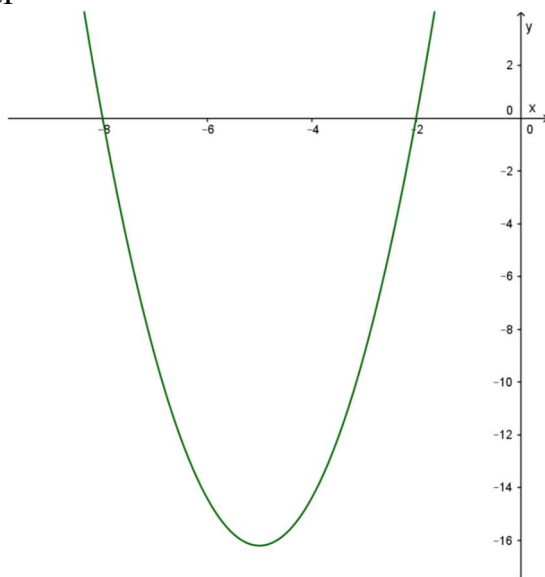
24/1

a) G_f ist nicht symmetrisch zum KS; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$

$N_1(-2|0)$, $N_2(-8|0)$

G_f ist smf in $]-\infty; -5]$, sms in $[-5; \infty[$; abs. TiP(-5|-16,2) $\implies W_f = [-16,2; \infty[$

G_f ist linksgekr. in $\mathbb{R}$; keine WeP

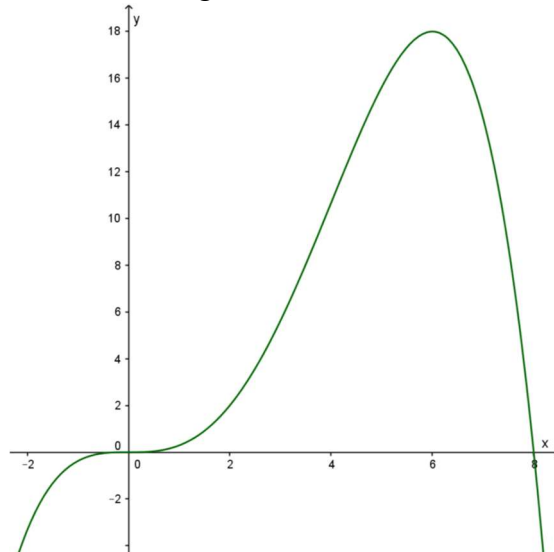


b) G_f ist nicht symmetrisch zum KS; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -\infty$

$N_1(0|0)$, $N_2(8|0)$

G_f ist sms in $] -\infty; 0]$ und $[0; 6]$, smf in $[6; \infty[$; abs. HoP(6|18) $\implies W_f =] -\infty; 18]$

G_f ist rechtsgekr. in $] -\infty; 0]$ und $[4; \infty[$, linksgekr. in $[0; 4]$; WeP₁ = N_1 ; WeP₂(4| $\frac{32}{3}$)



c) (NT)

G_f ist symmetrisch zur y-Achse; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$; $N_1(0|0)$, $N_{2,3}(\pm 2\sqrt{2}|0)$

G_f ist smf in $] -\infty; -2]$ und $[0; 2]$, smf in $[-2; 0]$ und $[2; \infty[$

abs. TiP_{1,2}($\pm 2|-36$), HoP = $N_1 \implies W_f = [-36; \infty[$

G_f ist linksgekr. in $] -\infty; -\frac{2}{3}\sqrt{3}]$ und $[\frac{2}{3}\sqrt{3}; \infty[$, rechtsgekr. in $[-\frac{2}{3}\sqrt{3}; \frac{2}{3}\sqrt{3}]$; WeP_{1,2}($\pm \frac{2}{3}\sqrt{3}|-20$)

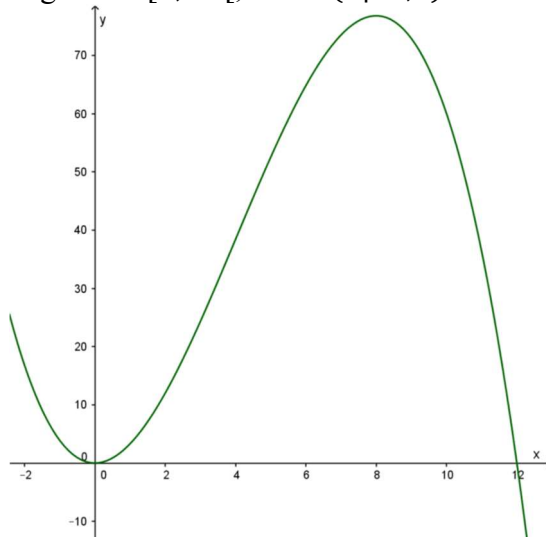
Graph: siehe g) (T)

c) (T) bzw. d) (NT) G_f ist nicht symmetrisch zum KS; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

$N_1(0|0)$, $N_2(12|0)$

G_f ist smf in $] -\infty; 0]$ und $[8; \infty[$, sms in $[0; 8]$; TiP = N_1 , HoP(8|76,8); keine abs. ExP $\implies W_f = \mathbb{R}$

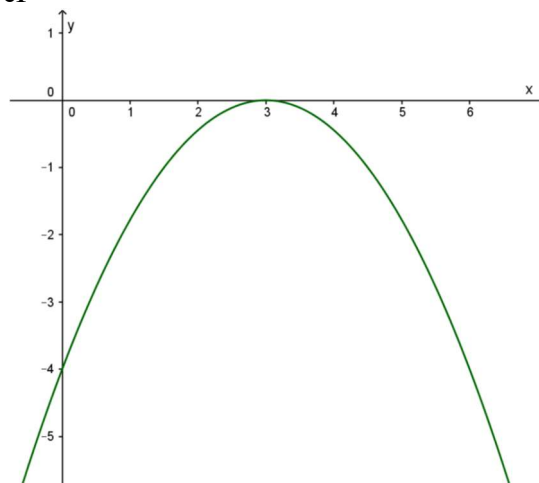
G_f ist linksgekr. in $] -\infty; 4]$, rechtsgekr. in $[4; \infty[$; WeP(4|38,4)



d) (T) bzw. e) (NT) G_f ist nicht symmetrisch zum KS; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -\infty$; $N(3|0)$

G_f ist sms in $]-\infty; 3]$, smf in $[3; \infty[$; abs. HoP = N $\implies W_f =]-\infty; 0]$

G_f ist rechtsgekr. in $\mathbb{R}$; keine WeP



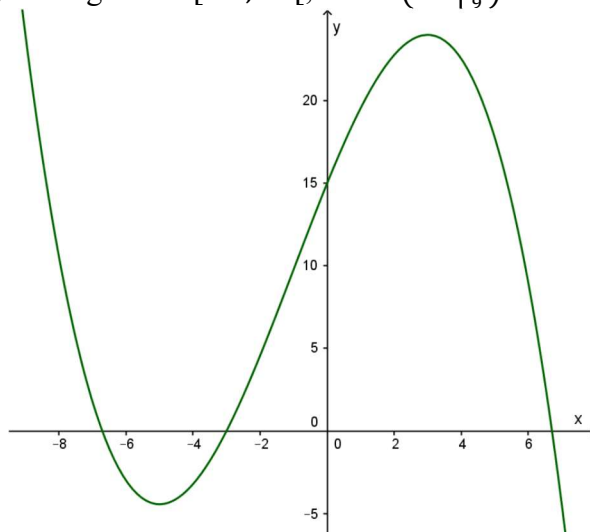
e) (T) bzw. f) (NT) G_f ist nicht symmetrisch zum KS; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

$N_1(-3|0)$, $N_{2,3}(\pm 3\sqrt{5}|0)$

G_f ist smf in $]-\infty; -5]$ und $[3; \infty[$, sms in $[-5; 3]$; TiP $(-5|-\frac{40}{9})$, HoP $(3|24)$

keine abs. ExP $\implies W_f = \mathbb{R}$

G_f ist linksgekr. in $]-\infty; -1]$, rechtsgekr. in $[-1; \infty[$; WeP $(-1|\frac{88}{9})$



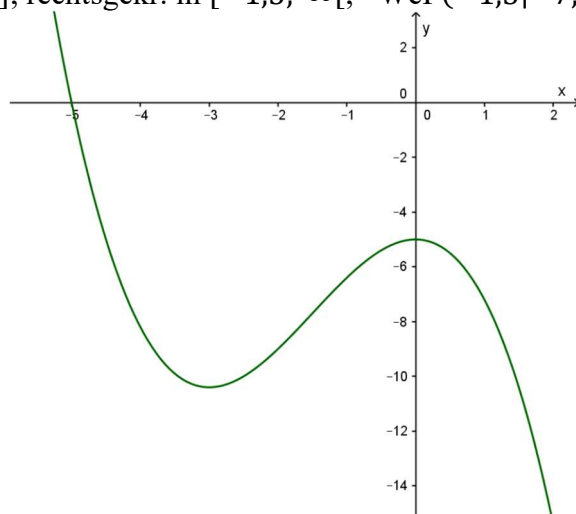
f) (T) bzw. g) (NT)

G_f ist nicht symmetrisch zum KS; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$; $N(-5|0)$

G_f ist smf in $] -\infty; -3]$ und $[0; \infty[$, sms in $[-3; 0]$; $TiP(-3|-10,4)$, $HoP(0|-5)$

keine abs. ExP $\implies W_f = \mathbb{R}$

G_f ist linksgekr. in $] -\infty; -1,5]$, rechtsgekr. in $[-1,5; \infty[$; $WeP(-1,5|-7,7)$

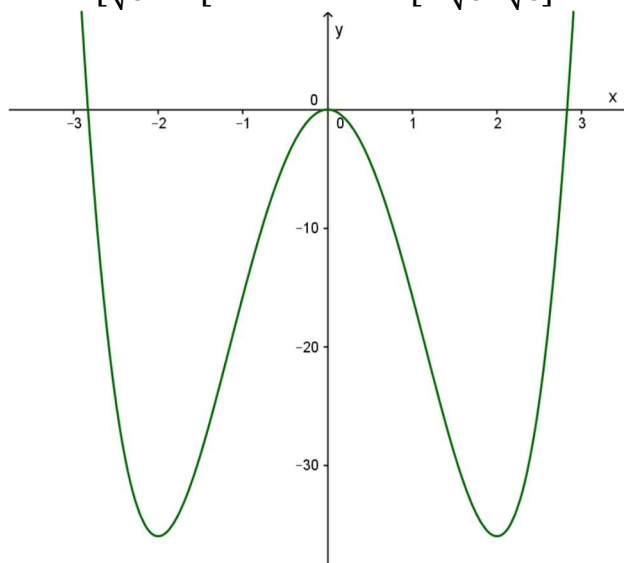


g) (T) G_f ist symmetrisch zur y-Achse; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f_a(x) = +\infty$; $N_1(0|0)$, $N_{2,3}(\pm\sqrt{2a}|0)$

G_f ist smf in $] -\infty; -\sqrt{a}]$ und $[0; \sqrt{a}]$, sms in $[-\sqrt{a}; 0]$ und $[\sqrt{a}; \infty[$

abs. $TiP_{1,2}(\pm\sqrt{a}|-2,25a^2)$, $HoP = N_1 \implies W_f = [-2,25a^2; \infty[$

G_f ist linksgekr. in $] -\infty; -\sqrt{\frac{a}{3}}]$ und $[\sqrt{\frac{a}{3}}; \infty[$, rechtsgekr. in $[-\sqrt{\frac{a}{3}}; \sqrt{\frac{a}{3}}]$; $WeP_{1,2}(\pm\sqrt{\frac{a}{3}}|-1,25a^2)$



24/2

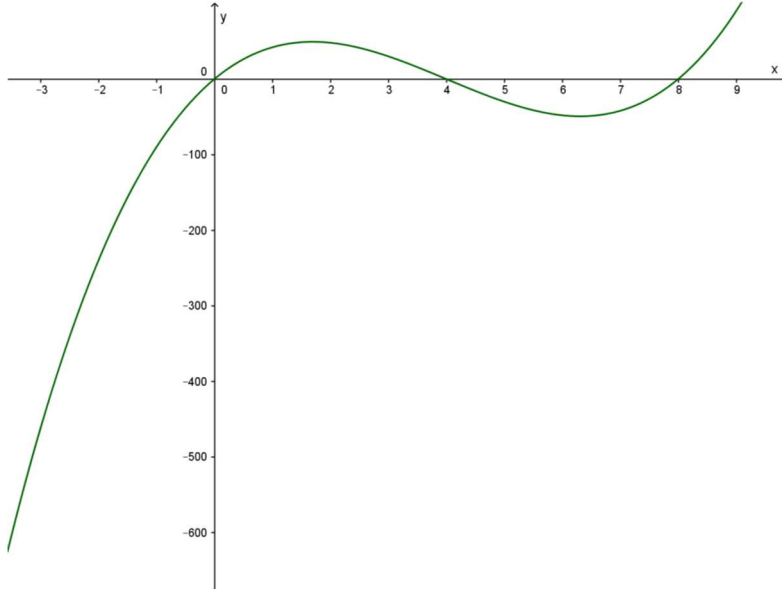
a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

G_f ist smf in $]-\infty; 4 - \frac{4}{3}\sqrt{3}]$ und $[4 + \frac{4}{3}\sqrt{3}; \infty[$, smf in $[4 - \frac{4}{3}\sqrt{3}; 4 + \frac{4}{3}\sqrt{3}]$

HoP($4 - \frac{4}{3}\sqrt{3} | \frac{256}{9}\sqrt{3}$), TiP($4 + \frac{4}{3}\sqrt{3} | -\frac{256}{9}\sqrt{3}$)

$D_1 = \mathbb{R}$: keine abs. Exp; $W_f = \mathbb{R}$

$D_2 = [-3; 3]$: HoP ist abs., dazu: abs. Rand-TiP(-3|-462), Rand-HoP(3|30); $W_f = [-462; \frac{256}{9}\sqrt{3}]$



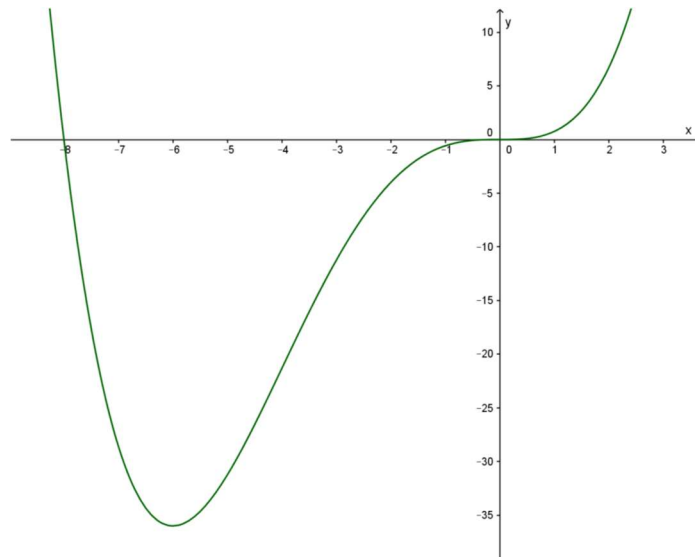
b) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$

G_f ist smf in $]-\infty; -6]$, sms in $[-6; 0]$ und $[0; \infty[$; TiP(-6|-36)

$D_1 = \mathbb{R}$: TiP ist abs.; $W_f = [-36; \infty[$

$D_2 = [-3; 3]$: TiP existiert nicht; abs. Rand-TiP(-3|-11,25), abs. Rand-HoP(3|24,75);

$W_f = [-11,25; 24,75]$

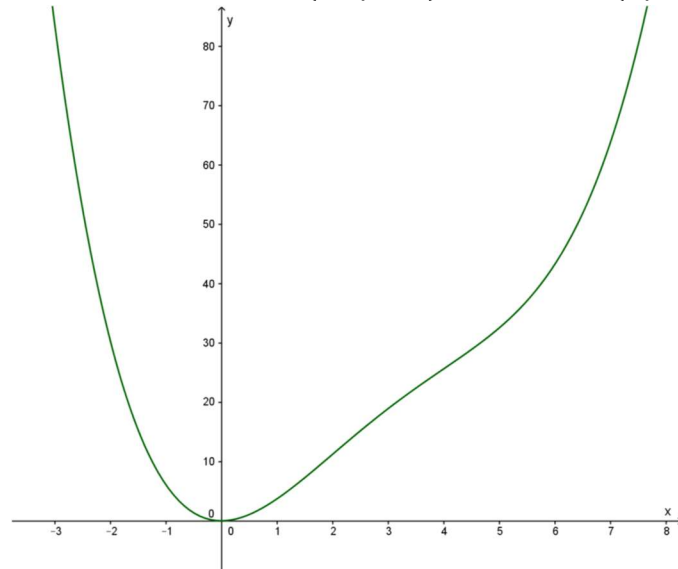


c) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$

G_f ist smf in $]-\infty; 0]$, sms in $[0; \infty[$; TiP(0|0)

$D_1 = \mathbb{R}$: TiP ist abs.; $W_f = [0; \infty[$

$D_2 = [-3; 3]$: TiP ist abs., dazu: abs. Rand-HoP₁(-3|83,7), Rand-HoP₂(3|18,9); $W_f = [0; 83,7]$

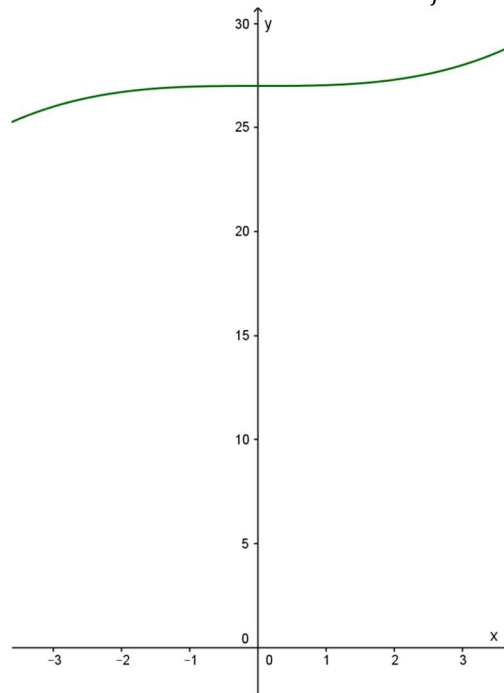


d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

G_f ist sms in $]-\infty; 0]$ und $[0; \infty[$; keine lok. ExP

$D_1 = \mathbb{R}$: keine abs. ExP; $W_f = \mathbb{R}$

$D_2 = [-3; 3]$: abs. Rand-TiP(-3|26), abs. Rand-HoP(3|28); $W_f = [26; 28]$

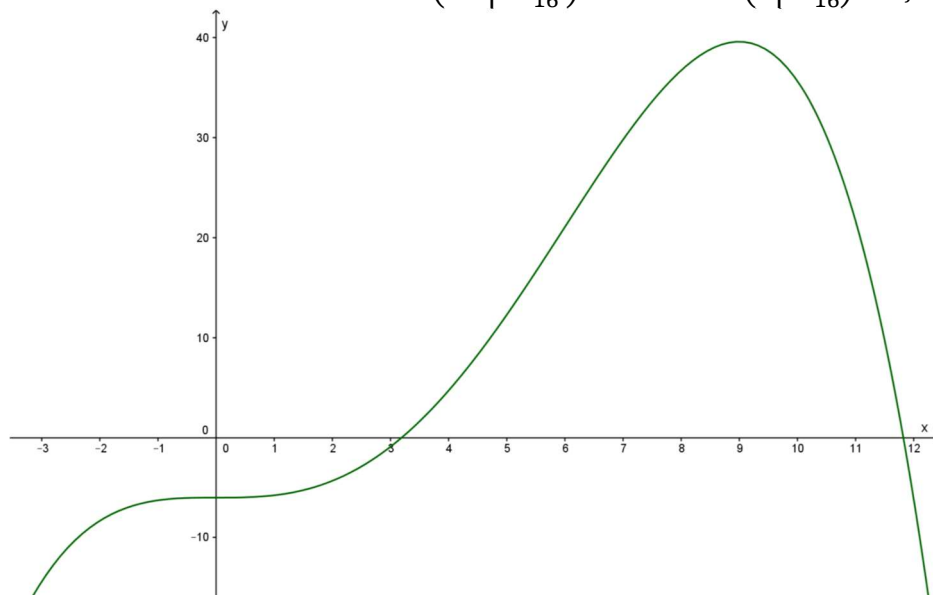


e) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -\infty$

G_f ist sms in $]-\infty; 0]$ und $[0; 9]$, smf in $[9; \infty[$; HoP $\left(9 \middle| \frac{633}{16}\right)$

$D_1 = \mathbb{R}$: HoP ist abs.; $W_f =]-\infty; \frac{633}{16}]$

$D_2 = [-3; 3]$: HoP existiert nicht; abs. Rand-TiP $\left(-3 \middle| -\frac{231}{16}\right)$, Rand-HoP $\left(3 \middle| -\frac{15}{16}\right)$; $W_f = \left[-\frac{231}{16}; -\frac{15}{16}\right]$

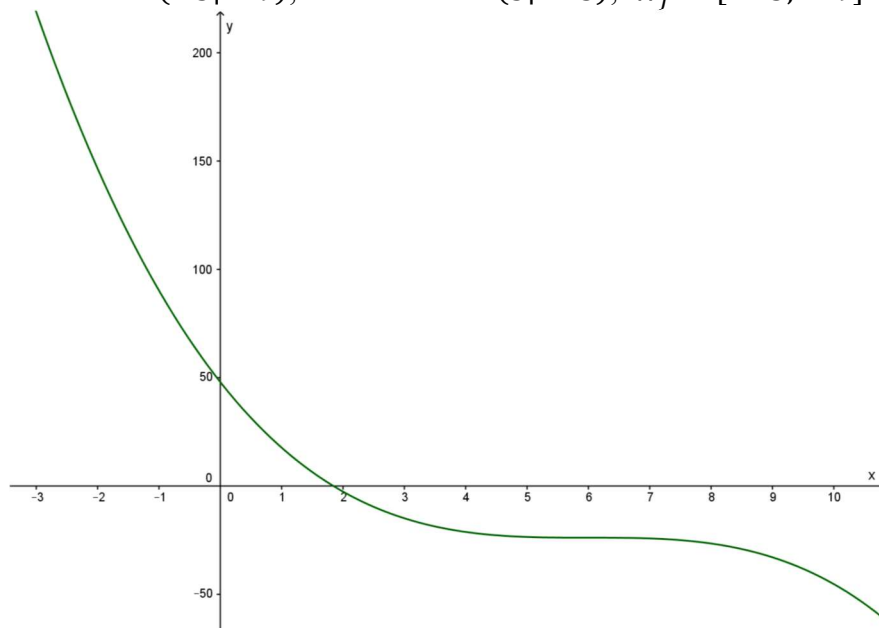


f) (T) bzw. g) (NT) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

G_f ist smf in $]-\infty; 6]$ und $[6; \infty[$; keine lok. ExP

$D_1 = \mathbb{R}$: keine abs. ExP; $W_f = \mathbb{R}$

$D_2 = [-3; 3]$: abs. Rand-HoP $(-3|219)$, abs. Rand-TiP $(3|-15)$; $W_f = [-15; 219]$



f) (NT) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -\infty$

G_f ist sms in $]-\infty; -\sqrt{3}]$ und $[0; \sqrt{3}]$, smf in $[-\sqrt{3}; 0]$ und $[\sqrt{3}; \infty[$

HoP $_{1,2}(\pm\sqrt{3}|45)$, TiP $(0|0)$

$D_1 = \mathbb{R}$: HoP $_{1,2}$ sind abs.; $W_f =]-\infty; 45]$

$D_2 = [-3; 3]$:

$0 < a < 1,5$: HoP $_{1,2}$ sind abs.; dazu: abs. Rand-TiP $_{1,2}(\pm 3|-135)$; $W_f = [-135; 45]$

Graph siehe g) (T)

g) (T) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -\infty$

G_f ist sms in $]-\infty; -\sqrt{3a}]$ und $[0; \sqrt{3a}]$, smf in $[-\sqrt{3a}; 0]$ und $[\sqrt{3a}; \infty[$

$\text{HoP}_{1,2}(\pm\sqrt{3a}|45a^2)$, $\text{TiP}(0|0)$

$D_1 = \mathbb{R}$: $\text{HoP}_{1,2}$ sind abs.; $W_f =]-\infty; 45a^2]$

$D_2 = [-3; 3]$:

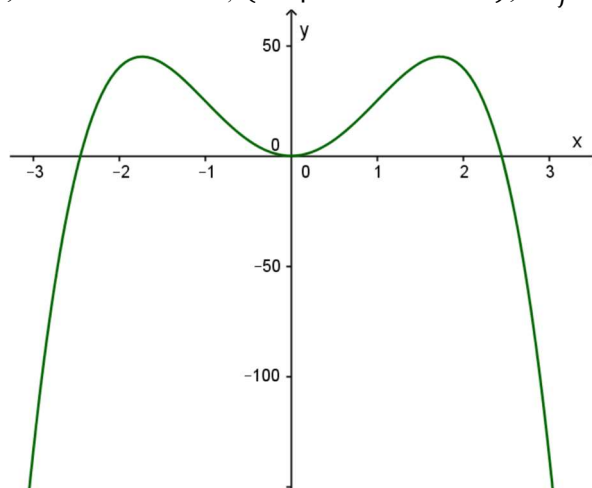
$0 < a < 1,5$: $\text{HoP}_{1,2}$ sind abs.; dazu: abs. Rand- $\text{TiP}_{1,2}(\pm 3|-405 + 270a)$;

$$W_f = [-405 + 270a; 45a^2]$$

$a = 1,5$: $\text{HoP}_{1,2}$ und TiP sind abs.; dazu: abs. Rand- $\text{TiP}_{1,2}(\pm 3|0)$; $W_f = [0; 45a^2]$

$1,5 < a \leq 3$: $\text{HoP}_{1,2}$ und TiP sind abs.; $W_f = [0; 45a^2]$

$a > 3$: $\text{HoP}_{1,2}$ existieren nicht; abs. Rand- $\text{HoP}_{1,2}(\pm 3|-405 + 270a)$; $W_f = [0; -405 + 270a]$



24/6 steilster Anstieg bei $x = 2$, steilste Abfahrt bei $x = 5$

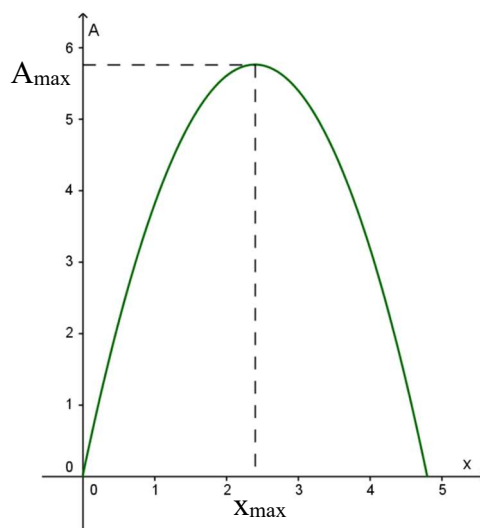
0.5 Extremwertaufgaben

46/1 (T) bzw. 44/1 (NT)

a) $A(x) = -x^2 + 4,8x$ mit $D_A =]0; 4,8[$ (Kantenlänge x in m, A in m^2)

$A_{\max} = 5,76$ für $x_{\max} = 2,4$ (also ist die Länge der anderen Kante auch 2,4 m, d. h. das Rechteck ist ein Quadrat)

b)



46/2 (T) bzw. 44/2 (NT)

a) Alle Kantenlängen sind 0,2 m. (Es handelt sich also um einen Würfel.)

b) $0,008 \text{ m}^3$

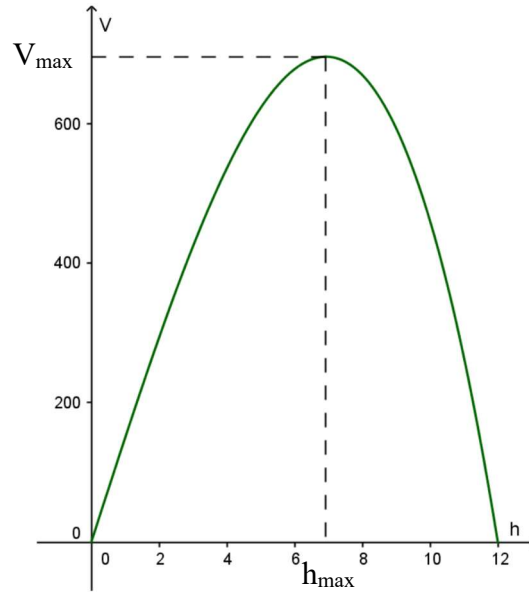
c) Was weiß ich, ob ihm ein Würfel gefällt?!?

46/3 (T) bzw. 44/3 (NT)

vgl. 49/17 (T) und 49/21 (T) bzw. 45/10 (NT)!

a) $V_{\max} = 128\sqrt{3}\pi \approx 696 \text{ (cm}^3\text{)}$ b) $r_{\max} = 4\sqrt{6} \approx 9,80 \text{ (cm)}$, $h_{\max} = 4\sqrt{3} \approx 6,93 \text{ (cm)}$

c) $D_V =]0; 12[$

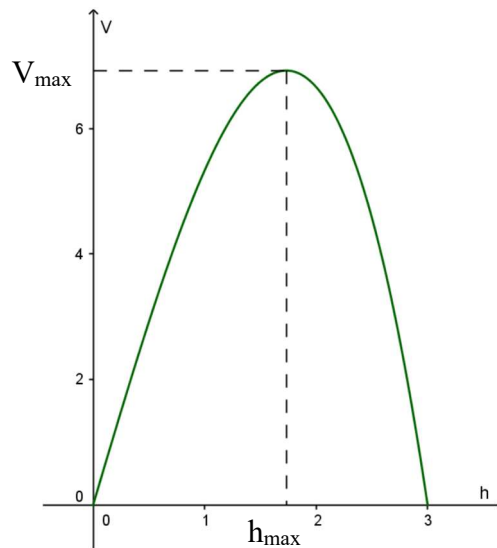


46/4 (T) bzw. 44/4 (NT)

a) $h_{\max} = \sqrt{3} \approx 1,73 \text{ (m)}$

b) $V = 4\sqrt{3} \approx 6,93 \text{ (m}^3\text{)}$; $a_{\max} = 2\sqrt{3} \approx 3,46 \text{ (m)}$; $G_{\max} = 12 \text{ (m}^2\text{)}$

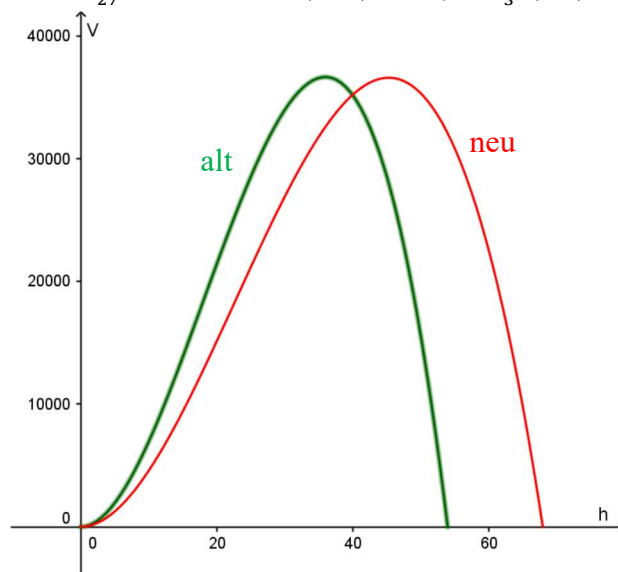
c) $D_V =]0; 3[$



46/5 (T) bzw. 44/5 (NT)

a) ältere Gebührenordnung: $V_{\max} = 11664\pi \approx 36644 \text{ (cm}^3\text{)}$; $\ell_{\max} = 36 \text{ (cm)}$; $d_{\max} = 36 \text{ (cm)}$

neuerer Gebührenordnung: $V_{\max} = \frac{314\,432}{27}\pi \approx 36586 \text{ (cm}^3\text{)}$; $\ell_{\max} = \frac{68}{3} \text{ (cm)}$; $d_{\max} = \frac{136}{3} \text{ (cm)}$



Bei der alten Gebührenordnung war das maximale Volumen knapp größer, und die Maße waren etwas sinnvoller. (Bei der neuen Gebührenordnung ist der Durchmesser doppelt so groß wie die Länge, der Zylinder ist also reichlich flach; bei der alten waren Durchmesser und Länge gleich groß.)

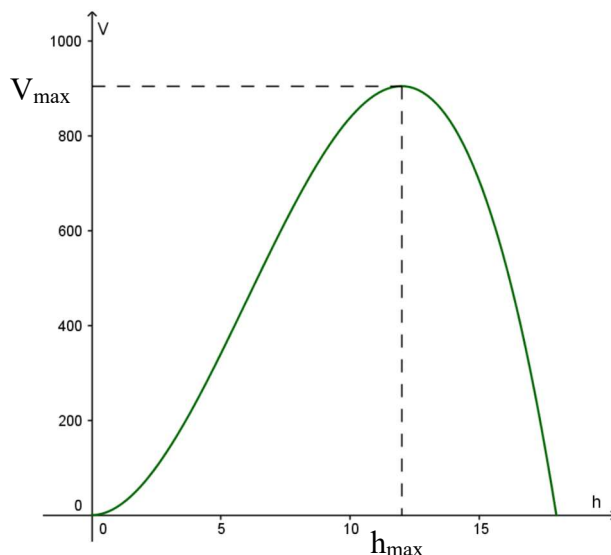
47/6 (T) bzw. 45/6 (NT) $V_{\max} = \frac{2000}{9}\sqrt{3}\pi \approx 1209 \text{ (cm}^3\text{)}$

47/7 (T) bzw. 45/7 (NT) $A_{\max} = 19200 \text{ (cm}^2\text{)}$ für $a_{\max} = 120 \text{ (cm)}$, $b_{\max} = 160 \text{ (cm)}$

47/8 (T) bzw. 45/8 (NT)

a) $r_{\max} = 6\sqrt{2} \approx 8,49 \text{ (cm)}$; $h_{\max} = 12 \text{ (cm)}$ b) $V_{\max} = 288\pi \approx 905 \text{ (cm}^3\text{)}$

c) $D_V =]0; 18[$



47/9 (T) bzw. 45/9 (NT)

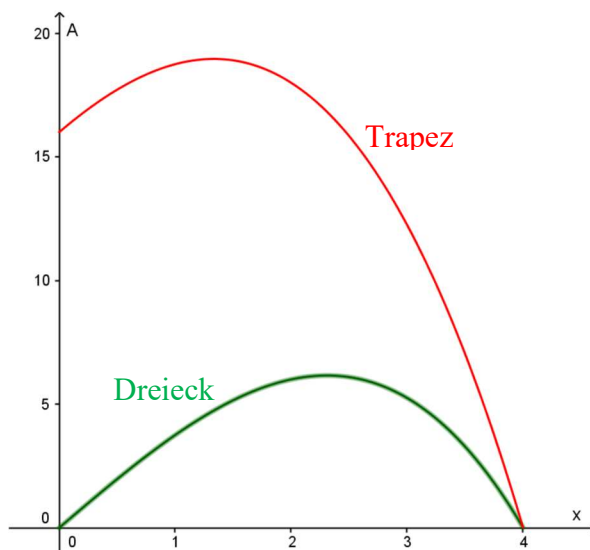
a) $a_{\max} = 2$; $b_{\max} = \frac{88}{75}$ b) $A_{\max} = \frac{176}{75}$

47/10 (T)

a) $g_{\max} = \frac{8}{3}\sqrt{3} \approx 4,62$; $h_{\max} = \frac{8}{3}$; $A_{\max} = \frac{32}{9}\sqrt{3} \approx 6,16$

b) $h_{\max} = \frac{32}{9}$; $a = 8$; $c_{\max} = \frac{8}{3}$; $A_{\max} = \frac{512}{27} \approx 19,0$ (Seitenkanten: $\frac{40}{9}$)

c)

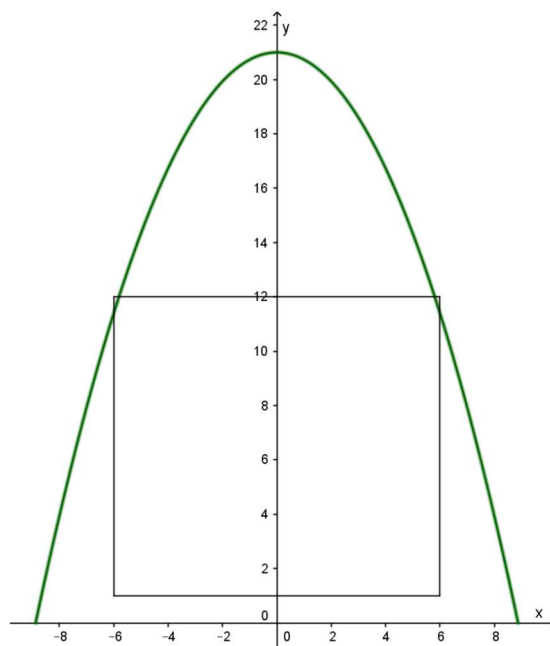


47/11 (T) $a_{\max} = 4$ (cm); $h_{\max} = 4\sqrt{3} \approx 6,93$ (cm); $V_{\max} = 288$ (cm³)

48/12 (T) bzw. 46/12 (NT)

a) $h_{\max} = 21$ dm; $b_{\max} = 3\sqrt{35}$ dm $\approx 17,75$ dm

b) passt nicht durch:



c) $f(12/2) = 11,4 < 11 + 1 \implies$ passt nicht durch

d) $h_{\max} = 13, \bar{3}$ (dm); $t_{\max} = 10$ (dm); $V_{\max} = 2000$ ℓ

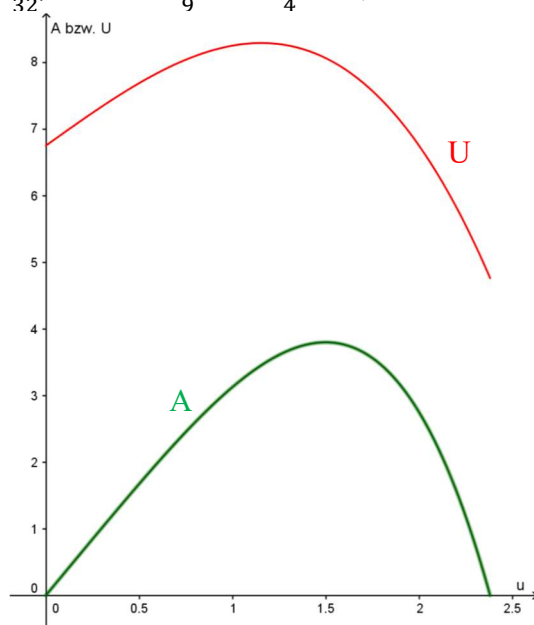
48/13 (T) bzw. 46/13 (NT)

a) Graph: siehe Buch!

z. B.: $Q\left(\frac{1}{2} \middle| \frac{107}{32}\right) \implies A = \frac{107}{64}$; $Q\left(1 \middle| \frac{25}{8}\right) \implies A = \frac{25}{8}$; $Q\left(\frac{3}{2} \middle| \frac{81}{32}\right) \implies A = \frac{243}{64}$; $Q\left(2 \middle| \frac{11}{8}\right) \implies A = \frac{11}{4}$

b) $u_{\max} = \frac{3}{2}$; $v_{\max} = \frac{81}{32}$; $A_{\max} = \frac{243}{64} \approx 3,80$

c) $u_{\max} = \frac{2}{3}\sqrt{3} \approx 1,15$; $v_{\max} = \frac{81}{32}$; $U_{\max} = \frac{8}{9}\sqrt{3} + \frac{27}{4} \approx 8,29$



48/14 (T) bzw. 46/14 (NT) a) $C(3|2,4)$ b) $A_{\max} = 3,6$

48/15 (T) bzw. 46/15 (NT)

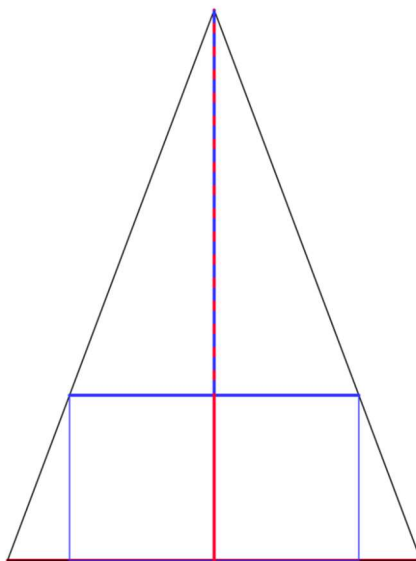
b) Behauptung stimmt

c) siehe dick markierte Strecken; $\frac{b}{4-h} = \frac{3}{4} \implies b = 3 - \frac{3}{4}h$

d) $A(h) = 3h - \frac{3}{4}h^2$

e) $A_{\max} = 3$ für $b_{\max} = 1,5$, $h_{\max} = 2$; füllt dann 50% der Wandfläche aus

a,b,c)



49/16 (nur T)

$$A = \ell \cdot b$$

Nebenbedingung: $u = 2\ell + 2b \implies \ell = 0,5u - b$

$$\implies A(b) = 0,5ub - b^2; \quad \text{wird maximal f\"ur } b_{\max} = u/4 \implies \ell_{\max} = u/4$$

$\implies$ beide Seitenlängen gleich $\implies$ Quadrat

49/17 (nur T) vgl. 46/3 und 49/21 (T)! $r_{\max} = 8\sqrt{6} \approx 19,60$ (cm)

49/18 (nur T) a) $g_{\max} = \frac{8}{3}; \quad h_{\max} = \frac{32}{9}; \quad A_{\max} = \frac{128}{27}$ b) $g_{\max} = 4; \quad h_{\max} = 4; \quad A_{\max} = 8$

49/19 (nur T) $r_{\max} = h_{\max} = \frac{5}{\pi+4} \approx 0,70$ (m)

49/20 (nur T) $x_{\max} = 4; \quad y_{\max} = 2$

49/21 (T) bzw. 45/10 (NT) vgl. 46/3 und 49/17 (T)!

a) $r_{\max} = 4\sqrt{6} \approx 9,80$ (cm), $h_{\max} = 4\sqrt{3} \approx 6,93$ (cm); $V_{\max} = 128\sqrt{3}\pi \approx 696$ (cm³)

b) h kann beliebig groß werden $\implies V$ kann beliebig groß werden

49/22 (nur T) $\ell_{\max} \approx 21,6$ cm, $b_{\max} \approx 12,9$ cm, $h_{\max} \approx 4,0$ cm $\implies V_{\max} \approx 1128$ cm³

49/23 (T) bzw. 45/11 (NT)

a) $p(x) = -0,08x^2 + 8$

b) ja, passt gerade so ($p(3,5) - 3 = 4,02 > 4$)

c) $A(u) = -0,16u^3 + 10u; \quad D_A =]0; \frac{5}{2}\sqrt{10}[$

$u_{\max} \approx 4,56; \quad h_{\max} \approx 3,33; \quad b_{\max} \approx 9,13; \quad A_{\max} \approx 30,43$

50/24 (nur T) a) $V(r) = \frac{\pi}{3}(-r^4 + 8r^3)$ b) $D_V = [0; 8]$ c) $B(6|12); \quad V_{\max} = 144\pi \approx 452$

50/25 (nur T)

a,b) keine allgemeine Lösung angebbbar; machen Sie mal!

c) $h = \frac{x}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}x$ d) $V(x) = \frac{\sqrt{2}}{12}(800x - x^3)$

e) $x_{\max} = \frac{20}{3}\sqrt{6} \approx 16,33$ (cm); $V_{\max} = \frac{16\,000}{27}\sqrt{3} \approx 1026$ (cm³); $h_{\max} = \frac{20}{3}\sqrt{3} \approx 11,55$ (cm)

50/26 (nur T)

a) $A = A_{\text{Rechteck}} + A_{\text{Halbkreis}} = x \cdot 2x + \frac{1}{2}\pi x^2$

Nebenbedingung: $2r + 4 = 2x \implies r = x - 2$

$$\implies A(x) = 2x^2 + \frac{1}{2}\pi(x-2)^2 = 2x^2 + \frac{1}{2}\pi(x^2 - 4x + 4) = 2x^2 + \frac{1}{2}\pi x^2 - 2\pi x + 2\pi = (2+0,5\pi)x^2 - 2\pi x + 2\pi$$

b) $r > 0 \implies x - 2 > 0 \implies x > 2; \quad |\overline{AB}| + |\overline{BC}| + |\overline{DE}| + |\overline{EF}| \leq 12 \implies x + 2 + 2 + x \leq 12 \implies x \leq 4$

c) $x_{\max} = 4$ d) $\frac{28+2\pi}{32+2\pi} \approx 89,55\%$

50/27 (nur T)

a) $A(a) = -3a^3 + 12a; \quad D_A =]0; 2[$

b) $a_{\max} = \frac{2}{3}\sqrt{3} \approx 1,15; \quad A_{\max} = \frac{16}{3}\sqrt{3} \approx 9,24; \quad b_{\max} = \frac{4}{3}\sqrt{3} \approx 2,31; \quad \ell_{\max} = 4$

0.6 Aufstellen von Funktionstermen

33/1 (T) bzw. 32/1 (NT)

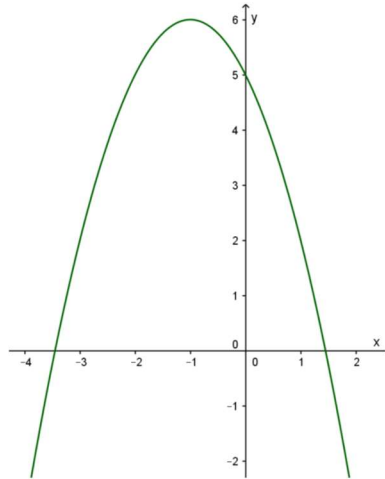
a) $f(x) = \frac{3}{4}x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{3}{4}$

b) $f(x) = \frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 1$

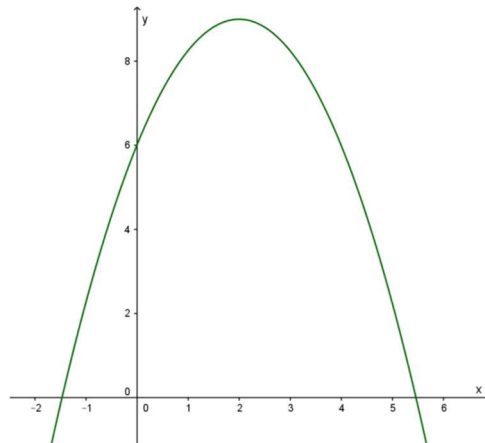
c) $f(x) = -\frac{1}{27}x^4 + \frac{2}{9}x^3$

33/2 (T) bzw. 32/2 (NT)

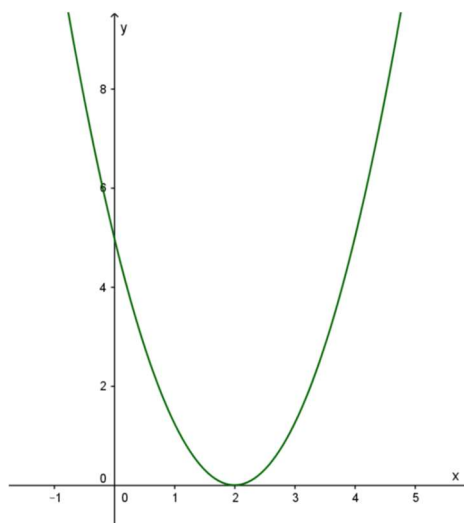
a) $f(x) = -x^2 - 2x + 5$



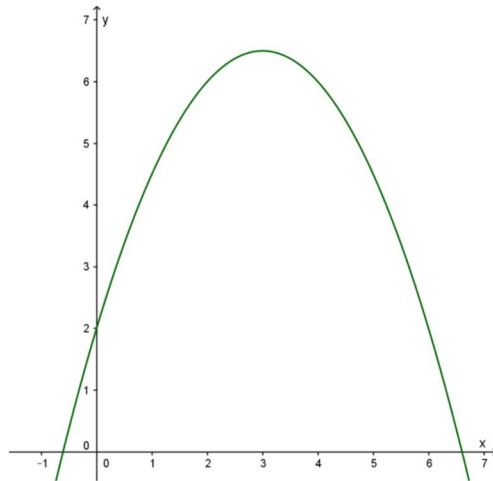
b) $f(x) = -\frac{3}{4}x^2 + 3x + 6$



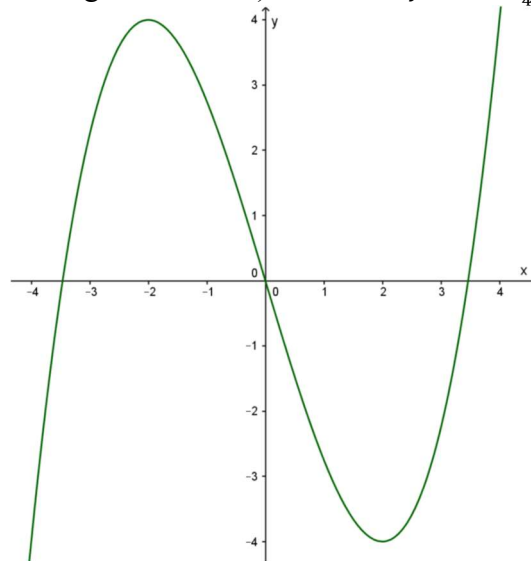
c) $f(x) = \frac{5}{4}x^2 - 5x + 5$



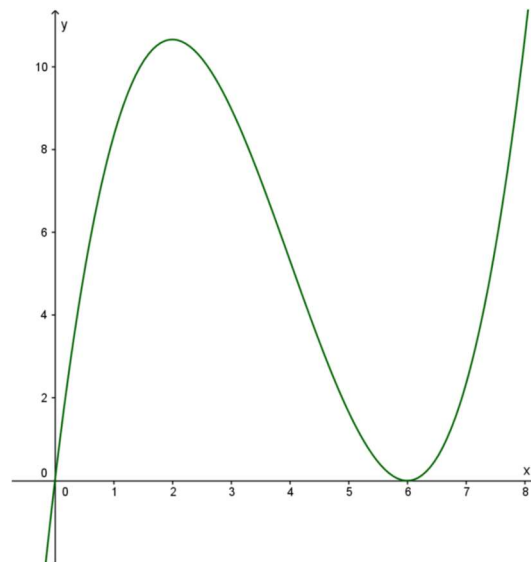
d) $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + 2$



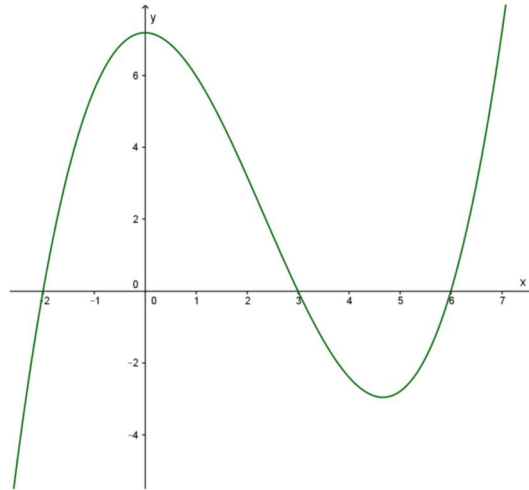
e) $f(x) = -\frac{k}{16}x^3 + \frac{3k}{4}x$ (T; $k < 0$ nötig, sonst HoP!) bzw. $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x$ (NT)



f) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 12x$

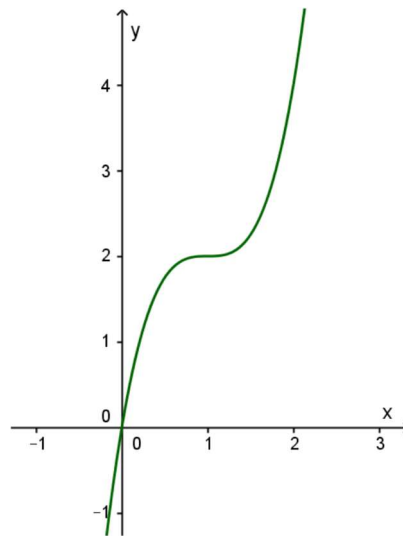


g) $f(x) = \frac{k}{36}x^3 - \frac{7k}{36}x^2 + k$ (T) bzw. $f(x) = 0,2x^3 - 1,4x^2 + 7,2$ (NT)

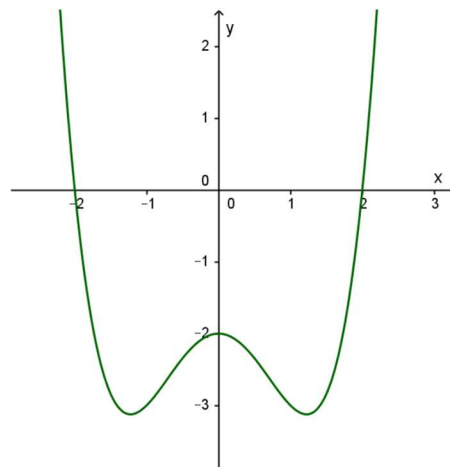


h) $f(x) = -\frac{1}{8}x^2 + 4$; Graph: siehe Abbildung 1

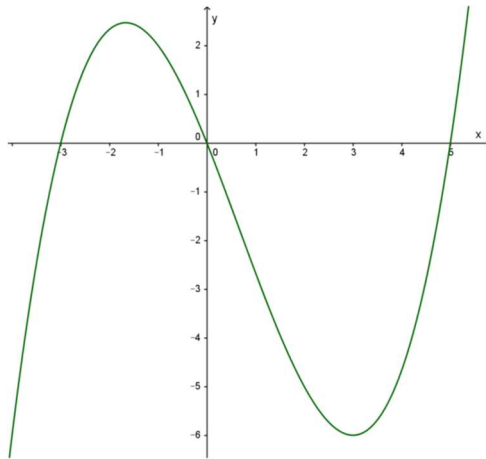
i) $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 6x$



j) $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - \frac{3}{2}x^2 - 2$

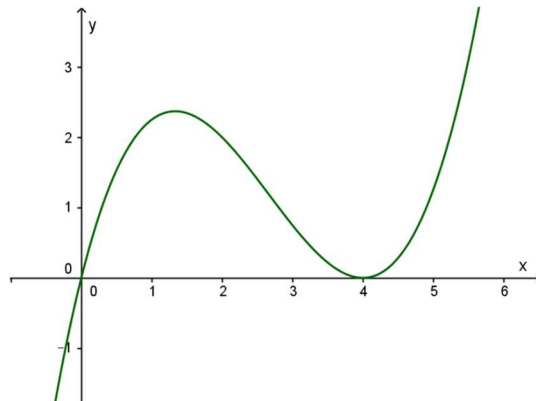


k) $f(x) = \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{3}x^2 - \frac{5}{2}x$

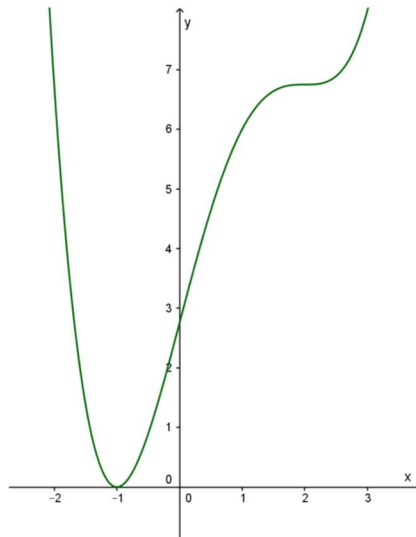


l) $f(x) = \frac{1}{18}x^3 + \frac{1}{6}x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{4}{9}$; Graph: siehe Abbildung 2

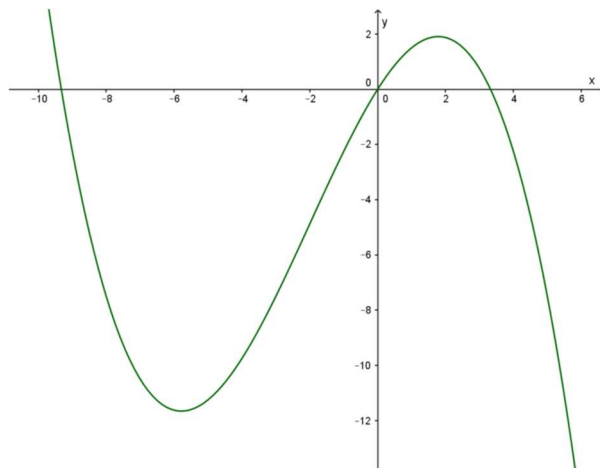
m) $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 2x^2 + 4x$



n) $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - x^3 + 4x + \frac{11}{4}$



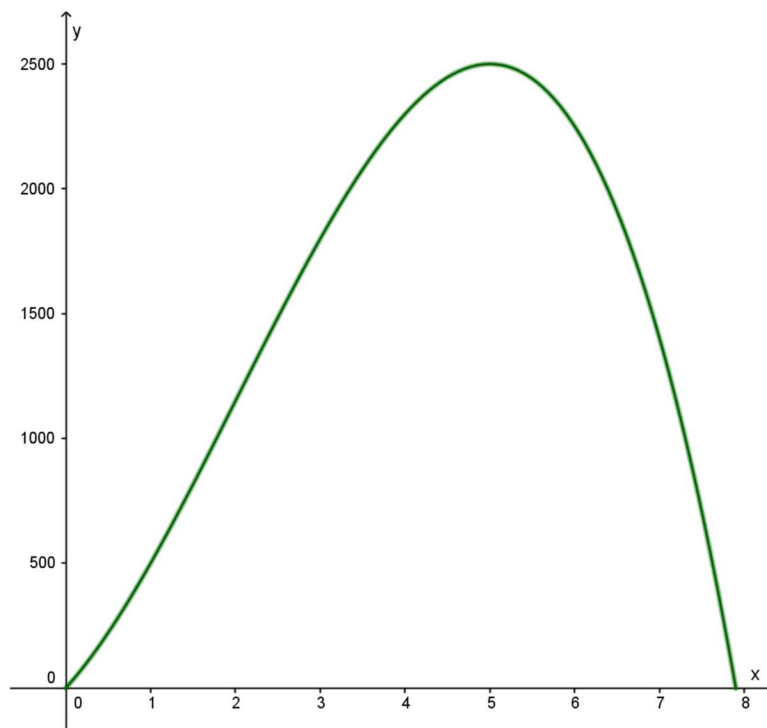
o) $f(x) = -\frac{1}{16}x^3 - \frac{3}{8}x^2 + \frac{31}{16}x$



34/3 (T) bzw. 33/3 (NT) a) grün b) gelb c) grün

34/4 (T) bzw. 33/4 (NT)

a,c)



b) $f(x) = -25x^3 + 150x^2 + 375x$ d) 2500 e) 675 f) knapp 8

34/5 (T) bzw. 33/5 (NT) $g(x) = -x^3 + 3x^2 + 144x - 432$

34/6 (T) bzw. 33/6 (NT)

Man nehme A als Ursprung des Koordinatensystems. Da der Graph einen TeP und einen HoP hat, muss die Funktion (mindestens!) vom Grad 4 sein.

$$f(x) = -\frac{10}{9}x^4 + \frac{200}{9}x^3 - 140x^2 + 360x$$

34/7 (T) bzw. 33/7 (NT)

a) absolutes Minimum im Februar, absolutes Maximum im Juli; lokales Minimum im November, lokales Maximum im Dezember (damit ist das Steigungsverhalten klar...)

b) Da man 4 ExP hat, braucht man mindestens eine Funktion 5. Grades. Zu den gegebenen ExP (8 Informationen) gibt es aber keine passende Funktion 5. Grades, also bräuhete man eine höheren Grades. Diese Aufgabe ist eine Zumutung! Damit ist auch (c) nicht lösbar.

d) $T(t) \approx 0,01813t^4 - 0,47144t^3 + 3,29102t^2 - 2,94650t - 3,49121$

Auch diese Teilaufgabe ist (ohne CAS) eine Zumutung, aber zumindest noch halbwegs lösbar...

35/8 (T) $f(x) = -\frac{1}{128}x^4 + \frac{1}{8}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - x + 8$

35/9 (T)

a) Ursprung: A; x-Achse nach rechts, y-Achse nach oben; x und f(x) in m

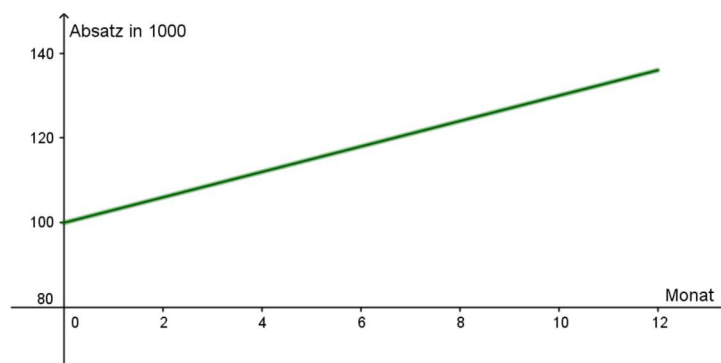
b) $f(x) = \frac{1}{180}x^2 - x$ c) 20 (bei x = 60)

35/10 (T) $f(t) = \frac{25}{64}t^3 - \frac{125}{8}t^2 + \frac{425}{4}t + 300$

35/11 (T) $f(t) = -\frac{1}{20}t^3 + \frac{9}{5}t^2 - \frac{96}{5}t + 62,5$

35/12 (T)

a)



b) nimmt zu für $0 \leq t < 3$ (April bis Juli) und $9 < t \leq 12$ (Januar bis April), nimmt ab für $3 < t < 9$ (Juli bis Januar)

c) $t = 6$ (Oktober)

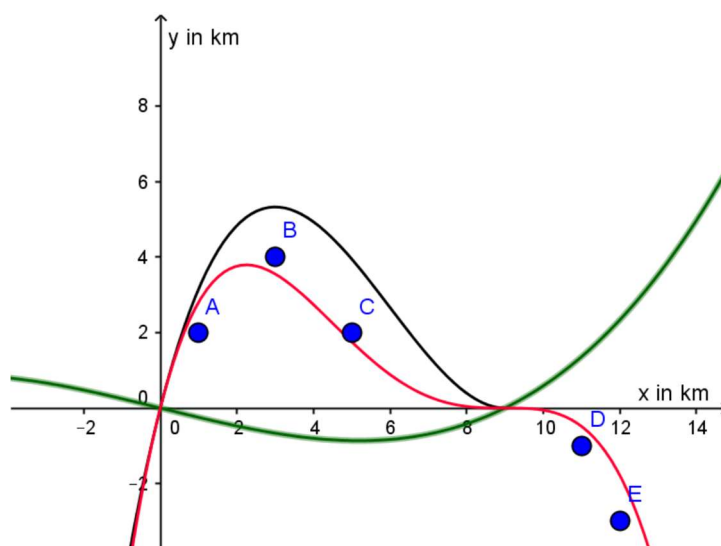
d) $t \approx 1,5$ (Modell f zu hoch) und $t \approx 10,5$ (Modell g zu hoch)

36/13 (T) bzw. 34/8 (NT)

a) mit $g(0) = f(0) = 0$, $g(9) = f(9) = 0$, $g'(0) = -\frac{1}{f'(0)} = 4$, $g'(9) = 0$ folgt:

$$g(x) = \frac{4}{81}x^3 - \frac{8}{9}x^2 + 4x$$

b)



c) selbe Bedingungen wie an g; allerdings muss bei $x = 81$ nun ein TeP sein, damit die Straße von dort aus nach unten weiterverläuft, d. h. wir haben zusätzlich $h''(81) = 0$. Damit folgt:

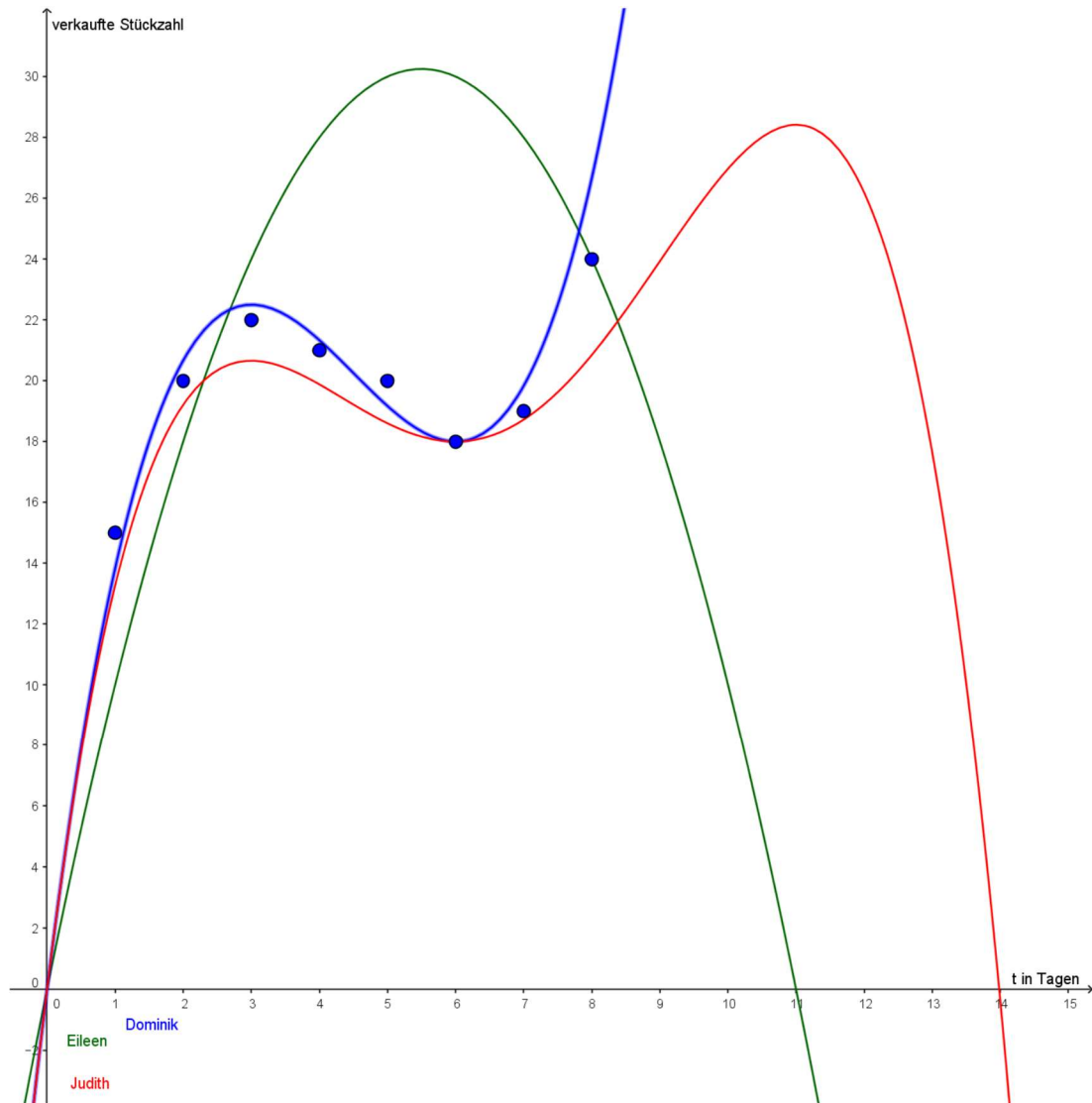
$$h(x) = -\frac{4}{729}x^4 + \frac{4}{27}x^3 - \frac{4}{3}x^2 + 4x$$

36/14 (T) bzw. 34/9 (NT)

keine allgemeine Lösung angebar; machen Sie mal!

36/15 (T) bzw. 34/10 (NT)

a,c) Punkte einzeichnen: Man nummeriere die Tage einfach durch (beginnend bei 1) und ignoriere dabei das Wochenende.



b) $f(x) = -x^2 + 11x$; $g(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4,5x^2 + 18x$; $h(x) = -\frac{1}{44}x^4 + \frac{20}{33}x^3 - \frac{117}{22}x^2 + 18x$

(„dieselben Extrempunkte wie Dominiks Graph" ist bei Judiths Graph nicht möglich, nur „dieselben Bedingungen an die Extrempunkte wie bei Dominiks Graph"!)

c) Eileens Graph ist eine sehr schlechte Modellierung der Daten, außer dem Punkt bei 2 und dem bei 8 passt eigentlich nichts. Der Graph von Dominik passt sehr gut zu den Daten, allerdings hat er den Nachteil, dass er unbegrenzt ansteigt, was sicher unrealistisch ist. Der Graph von Judith passt halbwegs zu den Daten und modelliert außerdem richtig, dass die Verkaufszahl mit der Zeit gegen null gehen sollte. Verwendet man den Graph von Judith, so werden in den folgenden Tagen noch etwa 123 Taschenrechner verkauft.

123/7 $f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{9}{4}x^2 - x + 1$