II.1 sin, cos, tan im rechtwinkligen Dreieck und im Einheitskreis

263/1
a) c = 5 cm; $\alpha \approx 53{,}13°$; $\beta \approx 36{,}87°$
b) b = 12 cm; $\beta \approx 22{,}62°$; $\alpha \approx 67{,}38°$
c) a ≈ 4,11 cm; b ≈ 5,66 cm; $\beta = 54°$
d) c ≈ 7,46 cm; b ≈ 6,58 cm; $\beta = 62°$
e) c ≈ 1631,73 cm; a ≈ 1352,76 cm; $\beta = 34°$
f) c ≈ 10,21 cm; a ≈ 3,32 cm; $\alpha = 19°$

263/2
a) Man nehme ein rechtwinkliges Dreieck mit Winkel $x - \frac{\pi}{2}$ in der Mitte des Kreises im ersten Quadranten. Die Ankathete dieses Winkels hat nach Definition die Länge $\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$. Dieses Dreieck drehe man nun um 90° nach links. Der Winkel zwischen der Hypotenuse und der positiven x-Achse ist nach der Drehung dann gleich x, also hat die Ankathete dieses Winkels dann nach Definition die Länge $\sin(x)$. Da sich bei der Drehung die Länge der Seite natürlich nicht ändert, folgt die Behauptung. (Streng genommen hat man die Behauptung damit nur für $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$ gezeigt. Die anderen Fälle folgen aber ähnlich, oder man nutzt die Periodizität und Symmetrie aus.)
b) Ähnlich wie (a), allerdings ist der Winkel ursprünglich gleich x, und das Dreieck wird um 180° nach links gedreht. (Wieder müsste man die anderen Fälle extra zeigen, oder Periodizität und Symmetrie ausnutzen.)
c) Folgt prinzipiell genauso wie bei (b), man muss nur die andere Kathete betrachten.
d) Folgt ähnlich wie in (a).

263/3 ≈ 471 m

263/4 x ≈ 3,14 m; y ≈ 9,86 m

263/5 ≈ 25,8 m

282/1

α	0°	15°	45°	60°	75°	90°	105°	135°	180°	240°	225°	360°	720°	22,5°
x	0	π/12	π/4	π/3	5π/12	π/2	7π/12	3π/4	π	4π/3	3π/2	2π	4π	π/8

282/2 etwa 49 m

282/3 etwa 158 m

Übungsblatt:
12/1) a) $\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}; -1$ b) $0{,}5; -\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{\sqrt{3}}$ c) $-0{,}5; -\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{\sqrt{3}}$ d) $-\frac{1}{\sqrt{3}}; 0{,}5; -\sqrt{3}$
e) $\frac{\sqrt{3}}{2}; -0{,}5; -\sqrt{3}$ f) $-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}; 1$ g) $-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}; -1$ h) $-\frac{\sqrt{3}}{2}; 0{,}5; \sqrt{3}$

LS Analysis 1 S. 28:
2) a) $\frac{\pi}{18}; \frac{2}{9}\pi; \frac{3}{10}\pi; \frac{2}{5}\pi; \frac{\pi}{180}; \frac{7}{180}\pi$ b) 1,5π; 1,25π; 1,75π; $\frac{5}{3}\pi; \frac{4}{3}\pi; \frac{7}{6}\pi$

3) a) 90°; 45°; 135°; 60°; 120°; 270° b) 36°; 108°; 30°; 150°; 225°; 315°

4) a) 0,02; 0,52; 1,05; 2,09; 0,35; 0,93 b) 3,67; 4,71; 5,24; 5,76; 4,31; 6,20

5) a) 22,5°; 18°; 54°; 7,5°; 77,1°; 7,2° b) 57,3°; 114,6°; 171,9°; 28,6°; 87,7°; 276,2°

II.2 Die trigonometrischen Grundfunktionen

274/1 $x_{1k} \approx 0{,}6435 + 2\pi k;\quad x_{2k} \approx 2{,}4981 + 2\pi k \quad (k \in \mathbb{Z})$

274/2
a) zwei rechtwinklige Dreiecke in den Einheitskreis zeichnen, deren Gegenkathete jeweils die Länge 0,6 hat (Parallele zur x-Achse für y > 0!), Winkel α ablesen, umrechnen in Bogenmaß
b) zwei rechtwinklige Dreiecke in den Einheitskreis zeichnen, deren Ankathete jeweils die Länge 0,4 hat (Parallele zur y-Achse für x > 0!), Winkel α ablesen, umrechnen in Bogenmaß

274/6
a) $x_1 \approx 0{,}5759;\quad x_2 \approx 2{,}5657$
b) $x_1 \approx 0{,}9599;\quad x_2 \approx 5{,}3233$

283/14 b) $x_{1,2k} \approx \pm 1{,}4033 + 2\pi k$

Übungsblatt:
19/1 a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ b) -1 c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ d) $-0{,}5$ e) $0{,}5$ f) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ g) $\sqrt{3}$ h) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

19/2 a) –0,98 b) –0,42 c) 0,99 d) 0,75 e) –0,65 f) 1,00 g) –0,29 h) 2,09

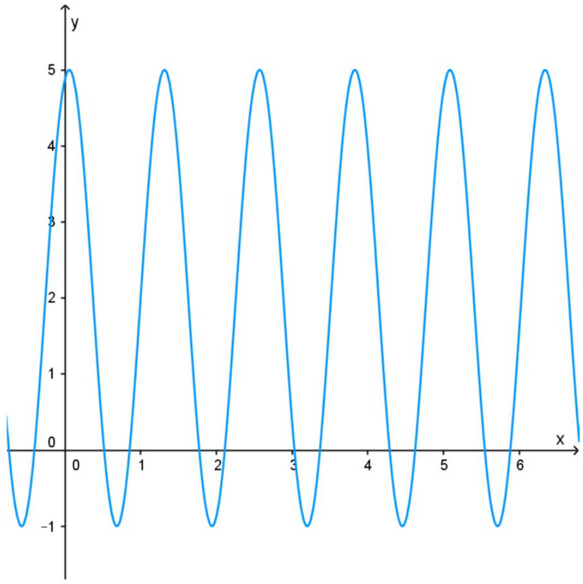
25/3
a) 0,6435; 2,4981 b) 3,4463 c) $\frac{1}{6}\pi$; $\frac{5}{6}\pi$ d) $\frac{7}{3}\pi$; $\frac{8}{3}\pi$ e) $\pm 1{,}3694$ f) $-\frac{5}{4}\pi$; $-\frac{3}{4}\pi$
g) $\frac{7}{6}\pi$; $\frac{17}{6}\pi$ h) $\frac{1}{3}\pi$; $\frac{5}{3}\pi$ i) 4,3319 k) –1,7359 l) $\frac{5}{6}\pi$ m) 1,8693; 5,0109

II.3 Allgemeine trigonometrische Funktionen

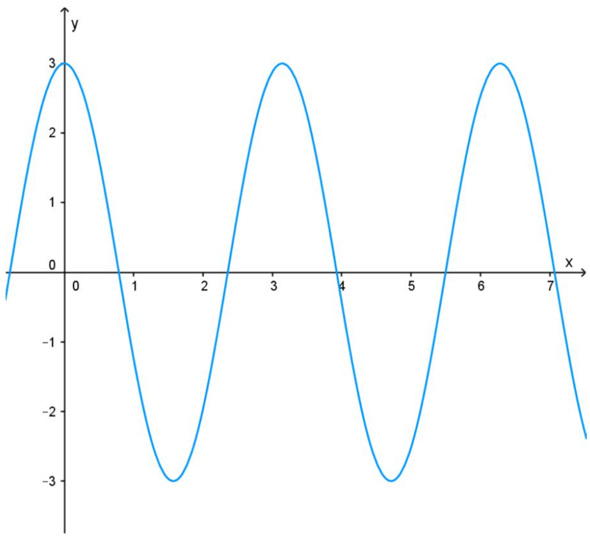
270/1 a1; c2; b4; d3

270/2

a)

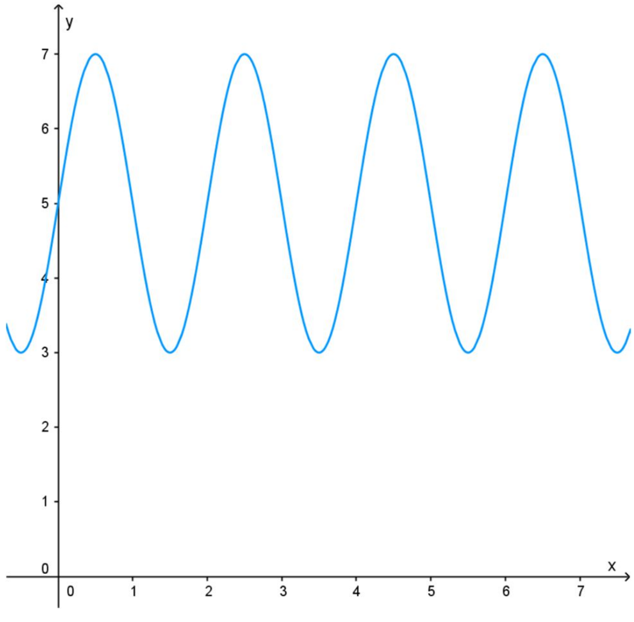


b)

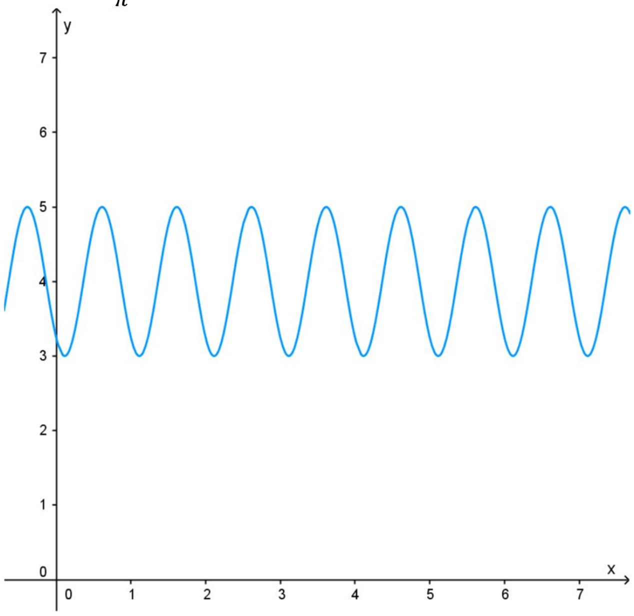


270/3

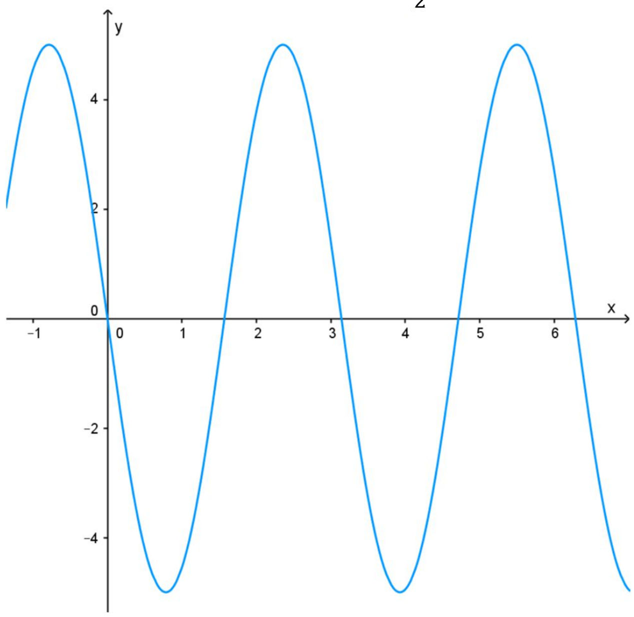
a) mit $\frac{1}{\pi}$ in x-Richtung und mit 2 in y-Richtung strecken, um 5 nach oben verschieben



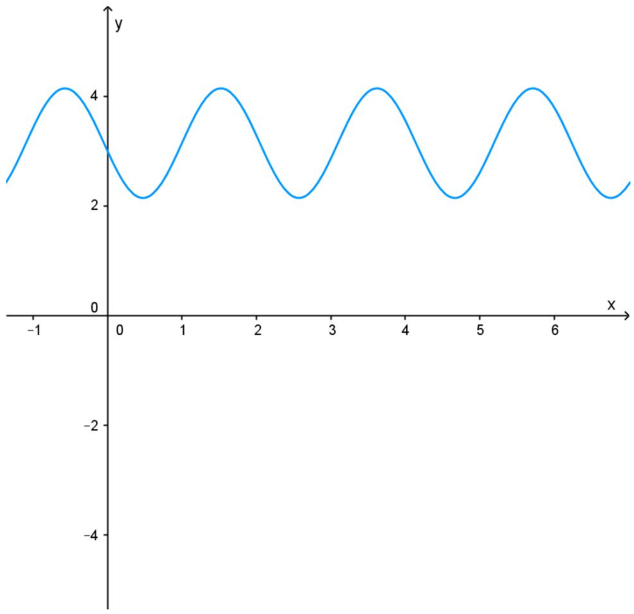
b) mit $\frac{1}{2\pi}$ in x-Richtung strecken, um $\frac{2}{\pi}$ nach links und um 4 nach oben verschieben



c) mit $\frac{1}{2}$ in x-Richtung und mit 5 in y-Richtung strecken, um $\frac{\pi}{2}$ nach rechts verschieben



d) mit $\frac{1}{3}$ in x-Richtung strecken, um 1 nach rechts und um π nach oben verschieben



270/4 jeweils denselben Einfluss wie bei sin

270/5 für $h(0) = 0$ (Höhe über dem Boden): $h(t) = -67.5\cos(4\pi t) + 67.5$

270/6

1. Aussage: richtig z.B. bei sin für $c = k \cdot \pi$ bzw. bei cos für $c = \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi$ ($k \in \mathbb{Z}$), im Allgemeinen aber falsch (dann richtig, wenn vor der Addition der Graph durch den Ursprung verlief)

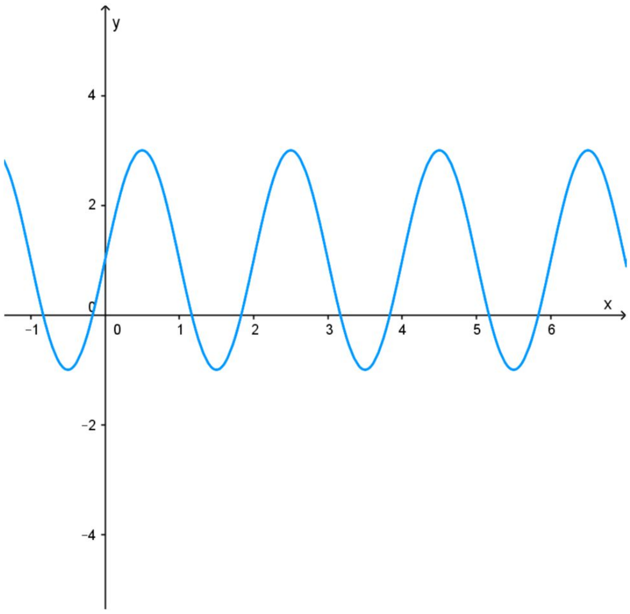
2. Aussage: richtig z. B. für $d = 0$ und $c = \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi$ bei sin und bzw. $c = k \cdot \pi$ bei cos, im Allgemeinen aber falsch

270/7

a)

	f	g	h
Amplitude	2	2	2
Periodenlänge	2	2	2
Verschiebung	1	1	1

b)



c) $\sin(\pi x - 3\pi) = \sin(\pi x - \pi) = -\sin(\pi x)$ und $\cos\left(\pi x - \frac{\pi}{2}\right) = -\sin(\pi x)$ ==> alle gleich

270/8 rot (z. B. mithilfe einer Skizze)

280/4 a) $W_f = [0; 10]$ b) $W_f = [-2; 2]$ c) $W_f = \mathbb{R}$

282/4

	Amplitude	Periodenlänge
a)	2	$\frac{20}{3}\pi$
b)	1	2
c)	3	2π
d)	1,5	π
e)	5	$\frac{2}{3}\pi$
f)	1	5π

282/5

a) mit $\frac{10}{3}$ in x-Richtung und mit 2 in y-Richtung strecken, um 3 nach unten verschieben

b) mit $\frac{1}{\pi}$ in x-Richtung stauchen, um 2,5 nach oben verschieben

c) um π nach links verschieben, mit 3 in y-Richtung strecken, an x-Achse spiegeln

d) mit 0,5 in x-Richtung stauchen, mit 2 in y-Richtung strecken, um 2 nach links verschieben

e) mit $\frac{1}{3}$ in x-Richtung stauchen, mit 5 in y-Richtung strecken, an x-Achse spiegeln, um $\frac{2\pi}{3}$ nach links und um π nach oben verschieben

f) mit 2,5 in x-Richtung strecken, um 5 nach rechts und um 1 nach unten verschieben

282/8

a) $f(x) = 2\sin(x)$

b) $f(x) = \frac{1}{2}\sin(2x)$

c) $f(x) = 3\sin\left(\frac{2\pi}{3}x\right)$

d) $f(x) = \sin(0{,}8x)$

e) $f(x) = \frac{1}{2}\sin(4\pi x)$

282/9 jeweils z. B.

a) $f(x) = 3\sin(x) - 1$ bzw. $f(x) = 3\cos(x) - 1$

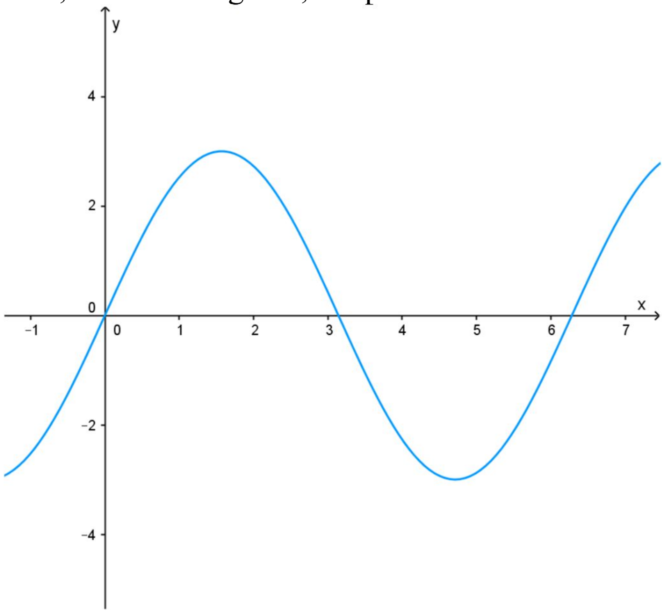
b) $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{5}x\right)$ bzw. $f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{5}x\right)$

c) $f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{4}x\right)$ bzw. $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{4}x + \frac{\pi}{2}\right)$

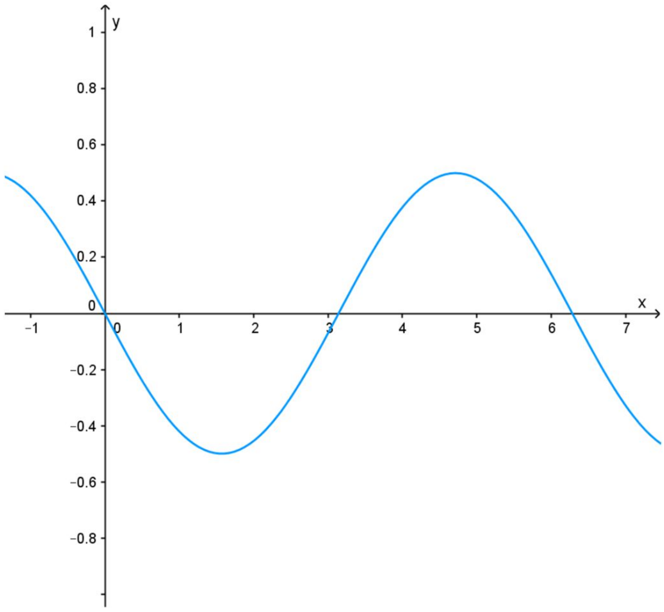
d) $f(x) = \sin\left(\frac{2}{7}x\right) + 2$ bzw. $f(x) = \cos\left(\frac{2}{7}x\right) + 2$

282/10

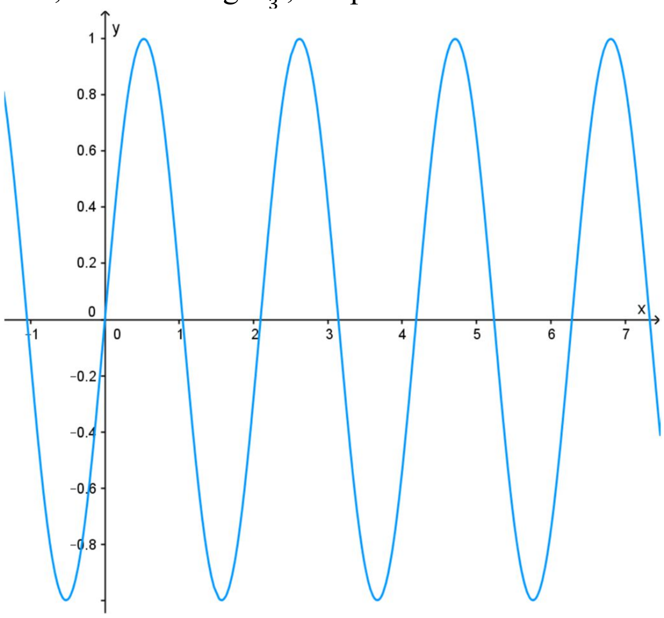
a) mit 3 in y-Richtung gestreckt; Periodenlänge 2π; Amplitude 3



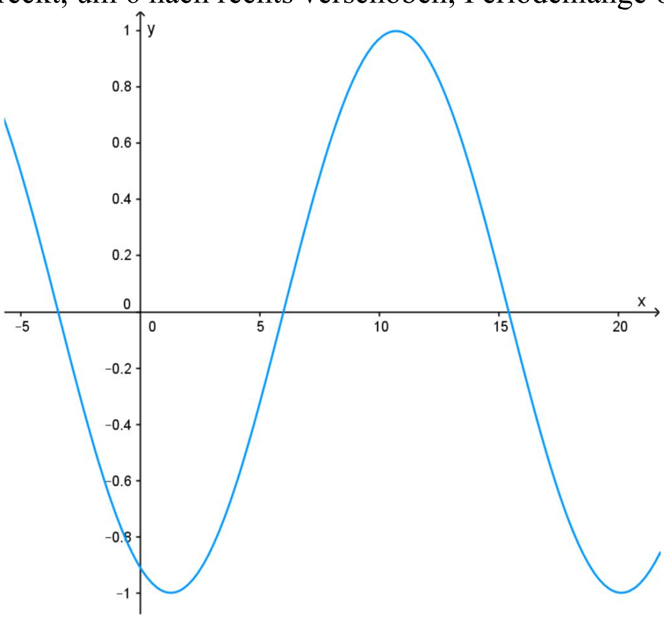
b) mit 0,5 in y-Richtung gestaucht, an x-Achse gespiegelt; Periodenlänge 2π; Amplitude 0,5



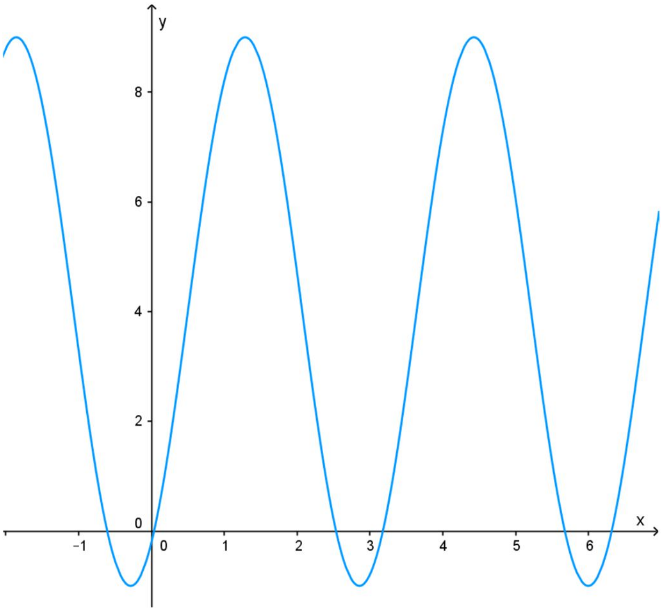
c) mit $\frac{1}{3}$ in x-Richtung gestreckt; Periodenlänge $\frac{2\pi}{3}$; Amplitude 1



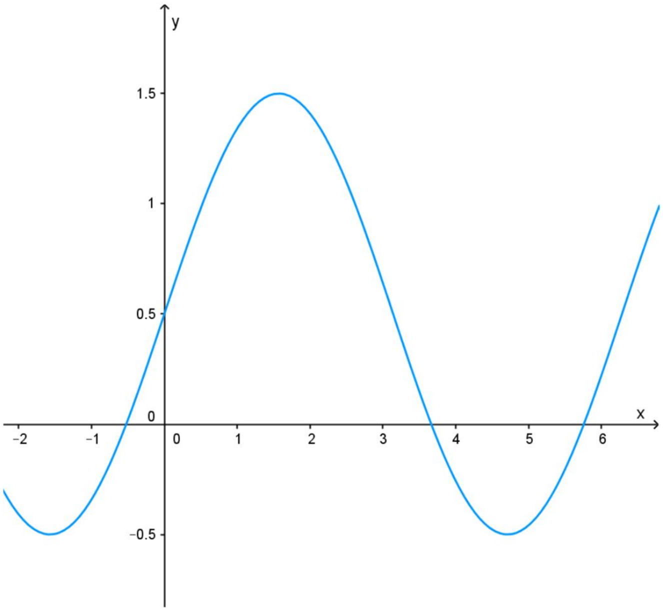
d) mit 3 in x-Richtung gestreckt, um 6 nach rechts verschoben; Periodenlänge 6π; Amplitude 1



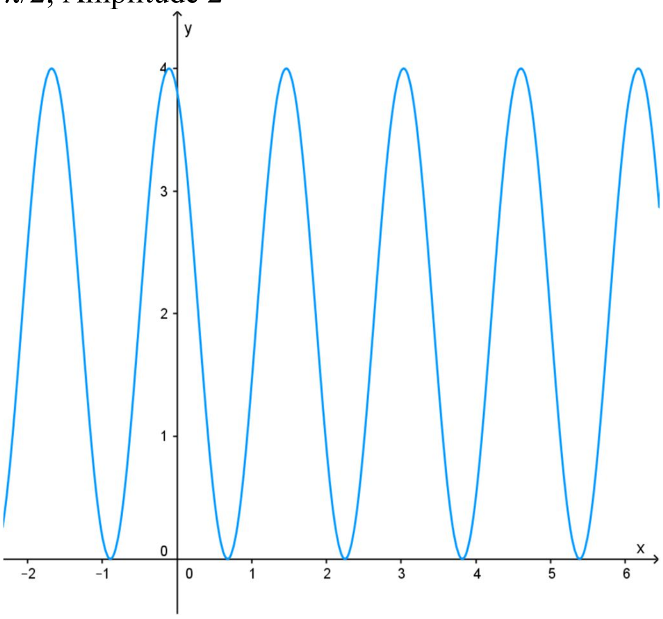
e) mit 0,5 in x-Richtung gestaucht, mit 5 in y-Richtung gestreckt, um 0,5 nach rechts und um 4 nach oben verschoben; Periodenlänge π; Amplitude 5



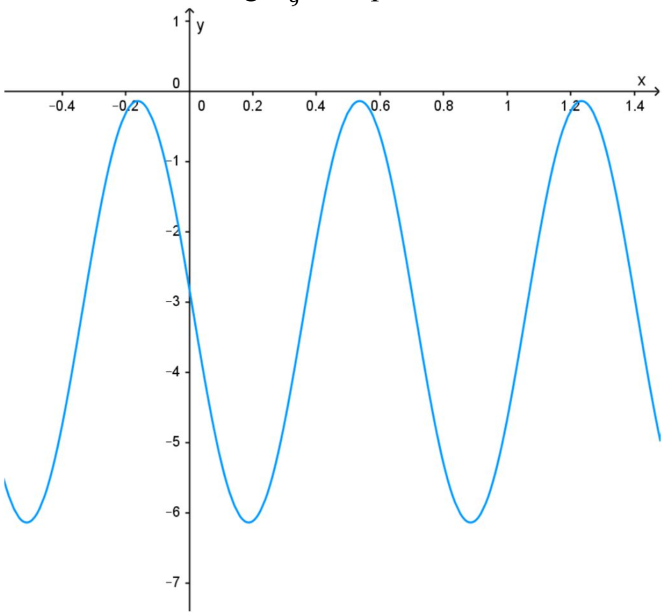
f) um π nach links verschoben, an x-Achse gespiegelt, um 0,5 nach oben verschoben; Periodenlänge 2π; Amplitude 1



g) mit 0,25 in x-Richtung gestaucht, mit 2 in y-Richtung gestreckt, um 0,5 nach links und um 2 nach oben verschoben; Periodenlänge π/2; Amplitude 2



h) mit $\frac{1}{9}$ in x-Richtung gestaucht, mit 3 in y-Richtung gestreckt, an x-Achse gespiegelt, um $\frac{1}{81}$ nach rechts und um π nach unten verschoben; Periodenlänge $\frac{2\pi}{9}$; Amplitude 3



283/11

	a	b	d
a)	0,5	2	1
b)	–1	1	–1
c)	–2	1	0

274/6 d) $x_1 = \frac{\pi}{12} + 2{,}5;\;\; x_2 = \frac{13\pi}{12} + 2{,}5;\;\; x_3 = \frac{5\pi}{12} + 2{,}5;\;\; x_4 = -\frac{7\pi}{12} + 2{,}5$

283/14 jeweils $k \in \mathbb{Z}$

a) $x_{1k} \approx 0{,}4240 + \pi k;\quad x_{2k} \approx 1{,}1468 + \pi k$

c) $x_k = \pi + 1 + 4\pi k$

d) $x_{1k} \approx -3{,}8235 + 2\pi k;\quad x_{2k} \approx -0{,}1765 + 2\pi k$

e) keine Lösung

f) $x_{1k} = \frac{11\pi}{9} + \frac{1}{3} + \frac{2\pi}{3}k;\quad x_{2k} = \frac{7\pi}{9} + \frac{1}{3} + \frac{2\pi}{3}k$

283/16

a) Graph zum Funktionsterm links zeichnen, Gerade y = 1 zeichnen, Schnittstellen ablesen, Periodizität ausnutzen

b) $x_{1k} \approx -0{,}1082 + 2k;\quad x_{2k} \approx 1{,}1082 + 2k\quad$ mit $k \in \mathbb{Z}$

283/18 $3\cos(x) = \frac{1}{2}x$

II.4 Komplexere goniometrische Gleichungen

274/3

a) $\sin(x_1 - x_2) = \sin(x_1 + (-x_2)) = \sin(x_1)\cos(-x_2) + \cos(x_1)\sin(-x_2)$
$= \sin(x_1)\cos(x_2) - \cos(x_1)\sin(x_2)$

b) $\cos(x_1 - x_2) = \cos(x_1 + (-x_2)) = \cos(x_1)\cos(-x_2) - \sin(x_1)\sin(-x_2)$
$= \cos(x_1)\cos(x_2) + \sin(x_1)\sin(x_2)$

274/4

$$x_1 = a + b; \quad x_2 = a - b$$

$$\sin(a+b) - \sin(a-b) = (\sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)) - (\sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b))$$
$$= 2\cos(a)\sin(b)$$

a, b einsetzen ==> Behauptung

274/5

verwende $|\overline{AB}| = |\overline{AD}| + |\overline{BD}|$; $|\overline{AB}| = |\overline{AC}|\cos(x_1)$; $|\overline{AD}| = \cos(x_1 + x_2)$;
$|\overline{DB}| = |\overline{EC}| = |\overline{CF}| \sin(x_1) = \sin(x_1)\sin(x_2)$
==> Behauptung

274/6

c) $x_1 = \frac{\pi}{2}$

e) $x_1 = 0$; $x_2 = \pi$; $x_3 = 2\pi$; $x_4 = \frac{\pi}{4}$; $x_5 = \frac{3\pi}{4}$; $x_6 = \frac{5\pi}{4}$

f) $x_1 = 0$; $x_2 = \frac{\pi}{2}$; $x_3 = 2\pi$

274/7 jeweils $k \in \mathbb{Z}$

a) $x_{1k} = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k$; $x_{2k} = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$; $x_{3k} = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$

b) $x_{1k} \approx 0{,}6435 + \pi k$

c) $x_{1k} \approx -1{,}1781 + \pi k$; $x_{2k} \approx 0{,}3927 + \pi k$

d) $x_{1k} = \pi k$; $x_{2k} = \frac{\pi}{3} + 2\pi k$; $x_{3k} = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k$

e) $x_k = \pi k$

f) $x_{1k} = \pi k$; $x_{2k} = \frac{3\pi}{4} + \pi k$

282/6 cos(x) = 0 führt auf keine Lösung, also kann man cos(x) ≠ 0 voraussetzen und dadurch teilen; mit tan(x) = sin(x)/cos(x) folgt die Behauptung

283/13 keine allgemeine Lösung möglich; machen Sie mal!

Übungsblatt:

35/1

a) $\frac{3}{2}\pi$; $\frac{\pi}{6}$; $\frac{5}{6}\pi$ b) $\frac{7}{6}\pi$; $\frac{11}{6}\pi$; $\frac{1}{3}\pi$; $\frac{5}{3}\pi$ c) $\frac{1}{6}\pi$; $\frac{5}{6}\pi$ d) 0; 2π; $\frac{2}{3}\pi$; $\frac{4}{3}\pi$

e) $\frac{1}{4}\pi$; $\frac{7}{4}\pi$ f) $\frac{7}{6}\pi$; $\frac{11}{6}\pi$

36/2

a) $\frac{1}{3}\pi$; $\frac{4}{3}\pi$ b) 0,5π; π (Probe nötig!) c) $\frac{1}{6}\pi$; $\frac{5}{6}\pi$ d) 0; ≈2,4981 (Probe nötig!)

e) $\frac{1}{3}\pi$ (Probe nötig!) f) 0; π; $-\frac{1}{4}\pi$; $\frac{3}{4}\pi$

36/3

a) $\frac{1}{6}\pi$ b) $\frac{3}{4}\pi$; $\frac{7}{4}\pi$ c) $\frac{7}{12}\pi$; $\frac{11}{12}\pi$; $-\frac{1}{12}\pi$; $-\frac{5}{12}\pi$ d) $\pm\frac{1}{3}\pi$; $\pm\frac{2}{3}\pi$

e) $\frac{1}{2}\pi$; $\frac{7}{2}\pi$ f) 0; π; 2π; $\frac{1}{3}\pi$; $\frac{5}{3}\pi$ g) $\frac{1}{6}\pi$; $\frac{5}{6}\pi$; $\frac{7}{6}\pi$; $\frac{11}{6}\pi$; $\frac{1}{2}\pi$; $\frac{3}{2}\pi$ h) 0; π; 2π

i) $-\frac{\pi}{2}$ k) 0

228/3 a) $x_1 \approx 1{,}792$; $x_2 \approx 4{,}486$ (mit Formel für cos(2x), trig. Pythagoras, Substitution)

II.5 Ableitungen

Aufgaben aus altem Buch sind deutlich einfacher!

280/1

a) $f'(x) = -\sin^2(x) + \cos^2(x)$; $f''(x) = -4\sin(x)\cos(x)$

b) $g'(x) = 2\,(2x-3)\sin(x^2-3x)$; $g''(x) = 2\,(2x-3)^2\cos(x^2-3x) + 4\sin(x^2-3x)$

c) $h'(x) = 2\tan(x) + 2x + 2x\tan^2(x)$; $h''(x) = 4x\tan^3(x) + 4\tan^2(x) + 4x\tan(x) + 4$

d) $i'(x) = 1 + \tan^2(x) + 2x\sin(x) + x^2\cos(x)$

$i''(x) = 2\tan^3(x) + 2\tan(x) + (2-x^2)\sin(x) + 4x\cos(x)$

Übungsblatt:

74/3

a) $f'(x) = 4\cos(4x)$; $f''(x) = -16\sin(4x)$ b) $f'(x) = -6\sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$; $f''(x) = -12\cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$

c) $f'(x) = -12\cos(\pi - 3x)$; $f''(x) = -36\sin(\pi - 3x)$ d) $f'(x) = -\frac{\pi}{2}\sin(\pi x - \pi)$; $f''(x) = -\frac{\pi^2}{2}\cos(\pi x - \pi)$

II.6 Kurvendiskussion

280/2

a) $WeP_{1,4}\left(\pm\frac{3}{2}\pi\middle|5\right)$; $WeP_{2,3}\left(\pm\frac{1}{2}\pi\middle|5\right)$ b) $WeP_{1,5}(\pm 2\pi|\pm 4\pi)$; $WeP_{1,4}(\pm\pi|\pm 2\pi)$; $WeP_3(0|0)$

280/3

a) $D_f = \mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2} + \pi k \middle| k \in \mathbb{Z}\right\}$

b) $x_{1k} = \pi k$; $x_{2k} = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k$ mit $k \in \mathbb{Z}$

c) G_f ist symmetrisch zum Ursprung

d) $f'(x) = 4\cos^2(x) - 2 - \frac{1}{\cos^2(x)}$

282/7 jeweils $k \in \mathbb{Z}$

grafisch: bekannte ExP von sin bzw. cos verwenden, dann Streckung/Stauchung und Verschiebung

a) $HoP_k\left(\frac{4}{3} + \frac{2\pi}{3}k\middle|5\right)$; $TiP_k\left(\frac{4}{3} + \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{3}k\middle|1\right)$ b) $HoP_k\left(\frac{2}{\pi} + \frac{1}{2} + 2k\middle|1\right)$; $TiP_k\left(\frac{2}{\pi} + \frac{3}{2} + 2k\middle|-1\right)$

283/15

a) $x_1 = 0$; $x_2 = \frac{\pi}{2}$; $x_3 = \pi$; $x_4 = \frac{3\pi}{2}$; $x_5 = 2\pi$

$HoP_1\left(\frac{\pi}{4}\middle|2\right)$; $TiP_1\left(\frac{3\pi}{4}\middle|-2\right)$; $HoP_2\left(\frac{5\pi}{4}\middle|2\right)$; $TiP_2\left(\frac{7\pi}{4}\middle|-2\right)$

$WeP_1(0|0)$; $WeP_2\left(\frac{\pi}{2}\middle|0\right)$; $WeP_3(\pi|0)$; $WeP_4\left(\frac{3\pi}{2}\middle|0\right)$; $WeP_5(2\pi|0)$

b) $x_1 \approx 2{,}5559$; $x_2 \approx 3{,}7273$

$HoP_1(0|5{,}5)$; $TiP(\pi|-0{,}5)$; $HoP_2(2\pi|5{,}5)$

$WeP_1\left(\frac{\pi}{2}\middle|2{,}5\right)$; $WeP_2\left(\frac{3\pi}{2}\middle|2{,}5\right)$

c) $x_1 = 2\pi - 3$

$HoP(\pi - 3|2)$; $TiP(2\pi - 3|0)$

$WeP_1\left(\frac{3\pi}{2} - 3\middle|1\right)$; $WeP_2\left(\frac{5\pi}{2} - 3\middle|1\right)$

d) keine Nullstellen

$HoP_1(1|15)$; $TiP_1\left(1 + \frac{\pi}{3}\middle|5\right)$; $HoP_2\left(1 + \frac{2\pi}{3}\middle|15\right)$; $TiP_2(1 + \pi|5)$; $HoP_3\left(1 + \frac{4\pi}{3}\middle|15\right)$; $TiP_3\left(1 + \frac{5\pi}{3}\middle|5\right)$

$WeP_1\left(1 - \frac{\pi}{6}\middle|10\right)$; $WeP_2\left(1 + \frac{\pi}{6}\middle|10\right)$; $WeP_3\left(1 + \frac{\pi}{2}\middle|10\right)$;

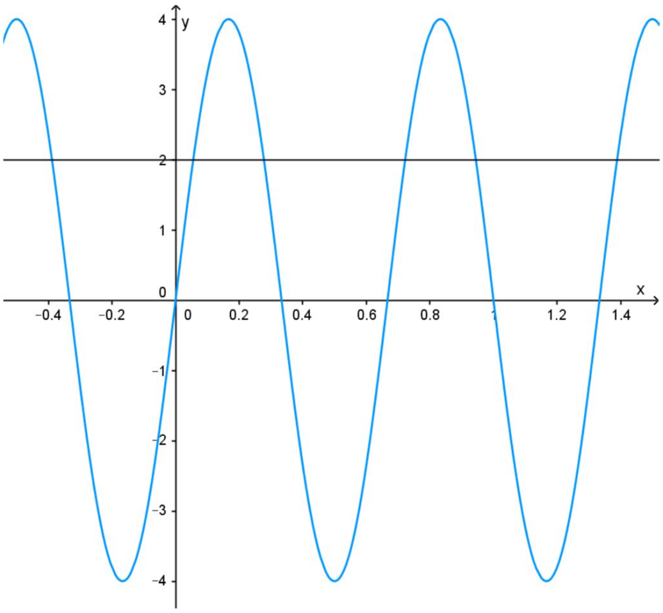
$WeP_4\left(1 + \frac{5\pi}{6}\middle|10\right)$; $WeP_5\left(1 + \frac{7\pi}{6}\middle|10\right)$; $WeP_6\left(1 + \frac{3\pi}{2}\middle|10\right)$

283/17 jeweils $k \in \mathbb{Z}$

a) $x_k = \frac{1}{3}k$

b) $S_{1k}\left(\frac{1}{18} + \frac{2}{3}k \middle| 2\right)$; $S_{1k}\left(\frac{5}{18} + \frac{2}{3}k \middle| 2\right)$

c)



d) $WeP_{2k}\left(\frac{2}{3}k \middle| 0\right)$

Übungsblatt:

228/2

$f''(x) = -ab^2 \sin(bx + c) = -b^2 \cdot f(x)$ ➔ $f''(x) = 0$ hat dieselben Lösungen wie $f(x) = 0$

außerdem: sin wechselt an den Nullstellen das VZ ➔ f '' wechselt dort das VZ

zusammen folgt: Nullstellen = Wendestellen

II.7 Funktionsterme aufstellen

Übungsblatt:

228/4 $f_{-4/3;4/3}(x) = -\frac{4}{3}\sin\left(\frac{4}{3}x\right)$

228/5 $g_{2;\pi/2}(x) = 2\sin\left(\frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{4}\right)$

Lambacher-Schweizer Analyis 2, 212/19

$y = \sin(2x)$ bzw. $y = \frac{1}{2}\sin(4x)$ bzw. $y = \frac{1}{3}\sin(6x)$ bzw. $y = 2\sin\left(\frac{1}{2}x\right)$ bzw. $y = \frac{3}{2\pi}\sin\left(\frac{2\pi}{3}x\right)$

II.8 Anwendungen

281/5

a) 21.6.2018: 16 h 22 min 38 s; 21.12.2018: 8 h 4 min 2 s; i.F. 365 Tage pro Jahr

(Quelle: www.timeanddate.de/sonne/deutschland/schweinfurt)

b) $f(x) = 4{,}155\sin\left(\pi \cdot \frac{4x-323}{730}\right)$ c) $f(x) = 4{,}155\cos\left(2\pi \cdot \frac{x-172}{365}\right)$

d) keine allgemeine Lösung möglich; machen Sie mal!

281/6 vgl. 281/8!

a) $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

b) $r = 1\text{ dm} \cdot \sin\alpha$; $h = 1\text{ dm} \cdot \cos\alpha$ ==> $V(\alpha) = \frac{1}{3}\pi \sin^2\alpha \cos\alpha \text{ dm}^3$ mit $0 < \alpha < 90°$

==> absolutes Maximum für $\alpha = \frac{\arccos\left(-\frac{1}{3}\right)}{2} \approx 54{,}74°$, nämlich etwa 0,40 dm³

281/7

a) A = 2·$A_{Dreieck}$ + $A_{Rechteck}$; Grundseite Dreieck = b · cos α; h = b · sin α

==> ... $A(\alpha) = b^2 \cdot \sin\alpha \cdot (1 + \cos\alpha)$

Ableiten mit Produktregel, trigonometrischer Pythagoras ==> Behauptung

b) $\alpha = 60°$

281/8 vgl. 281/6!

281/9 Eine reichlich seltsame Aufgabe.

a) Guter Witz. Da Sinuskurven sinnvoll anzunähern, ist praktisch unmöglich.

b) Das ist Biologie, nicht Mathematik. (Lesen Sie unter „Erste Lotka-Volterra-Regel" nach.)

c) Aufgabenstellung unklar; was ist mit „Durchschnitt konstant bleibt" hier überhaupt gemeint? Dass jeweils der Mittelwert über eine Periode gleich bleibt, oder was?

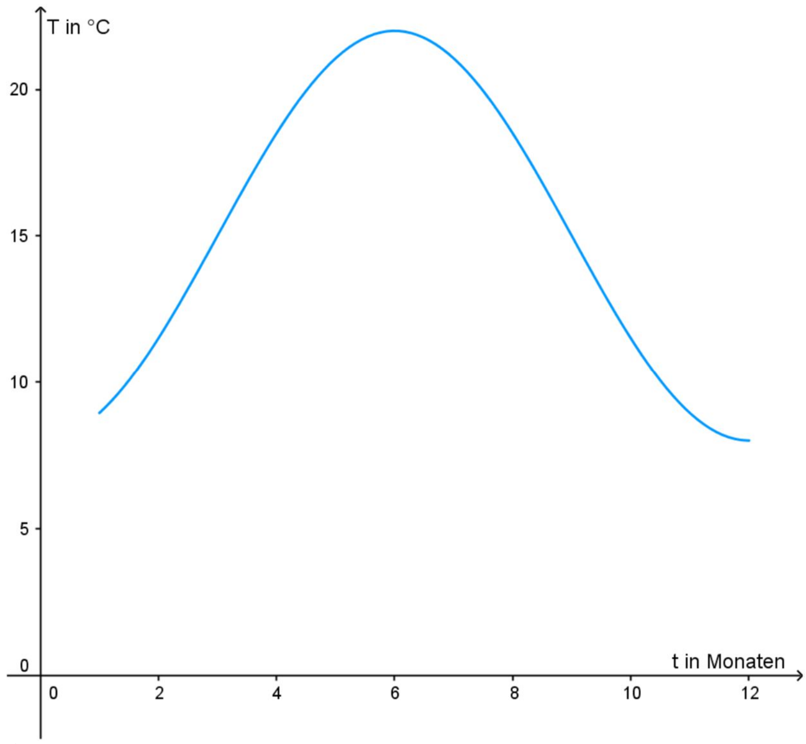
283/12 *t* in h seit 0:00 Uhr am Montag; *h* in m

$$h(t) = 0{,}7\cos\left(\frac{4\pi}{24{,}9\overline{3}}\left(t - \frac{5}{6}\right)\right) + 1{,}5$$

Badezeiten am Dienstag: etwa zwischen 4:53 Uhr und 11:07 Uhr und zwischen 17:21 Uhr und 23:35 Uhr

283/19

a)



b) $T(t) = 7\cos\left(\frac{\pi}{6}(t-6)\right) + 15$

c) etwa vom 26.3. bis zum 6.8.

d) Minima und Maxima passen, aber T(8) = 18,5 passt nicht; T(5) ≈ 21,1 auch recht ungenau

284/20

a) $T = T_1 + T_2 = \frac{|\overline{AB}|}{v_1} + \frac{|\overline{BD}|}{v_2} = \frac{\ell - |\overline{BC}|}{v_1} + \frac{|\overline{BD}|}{v_2} = \frac{\ell - |\overline{CD}|/\tan\varepsilon}{v_1} + \frac{|\overline{CD}|/\sin\varepsilon}{v_2} = \cdots$

b) etwa 3 h 17 min bzw. etwa 3 h 4 min

284/21 a) rot und gelb b) gelb

284/22

a) t in h seit Mitternacht, f in mg ==> $f(t) = -0{,}15\cos\left(\frac{\pi}{12}t\right) + 0.15$

b) etwa 4:42 Uhr bzw. etwa 19:18 Uhr

284/23 a) f b) w c) w d) f

284/24

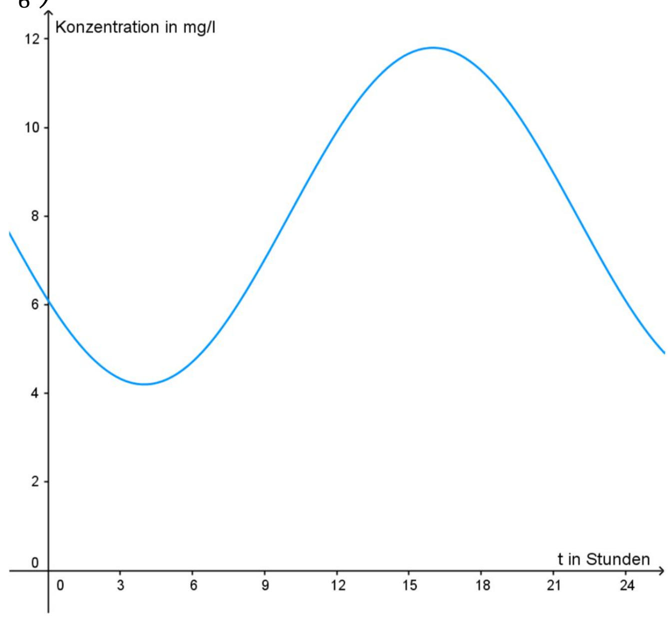
a) Periodenlänge: 24 h ==> $b = \frac{2\pi}{24} = \frac{\pi}{12}$

Abstand von Minimum zu Maximum: 7,6 ==> Amplitude: $a = 3{,}8$

Mittelwert ==> $d = 8$

Mittelwert wurde um 10:00 Uhr angenommen ==> $\frac{c}{b} = -10$ ==> $c = -\frac{5\pi}{6}$

==> $k(t) = 3{,}8\sin\left(\frac{\pi}{12}t - \frac{5\pi}{6}\right) + 8$



b) 22:00 Uhr