

I.1 Graphen

246/1

$$a) f(x) = \begin{cases} 3x + 1 & \text{für } x \leq 1 \\ -2x + 6 & \text{für } x > 1 \end{cases}$$

$$b) f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{für } x \leq 3 \\ -x + 4 & \text{für } x > 3 \end{cases}$$

$$c) f(x) = \begin{cases} -2x + 3 & \text{für } x \leq 1 \\ 2x - 1 & \text{für } x > 1 \end{cases}$$

$$d) f(x) = \begin{cases} 0,5x + 0,5 & \text{für } x < 4 \\ 2 & \text{für } x = 4 \\ 0,25x & \text{für } x > 4 \end{cases}$$

246/2

$$a) \text{ Super-Fun: } f(x) = \begin{cases} 0,15x + 5 & \text{für } 0 \leq x \leq 150 \\ 27,5 & \text{für } x > 150 \end{cases}$$

$$\text{Hyper-X: } f(x) = \begin{cases} 15 & \text{für } 0 \leq x \leq 100 \\ 0,1x + 5 & \text{für } x > 100 \end{cases}$$

$$b) S_1\left(\frac{200}{3} \mid 15\right); S_2(225 \mid 27,5)$$

d.h., für Gesprächsdauern von $\frac{200}{3}$ und von 225 Minuten sind die Kosten jeweils gleich

c) Super-Fun: 15 Cent pro Minute in den ersten 150 Minuten, danach pauschal 27,50 €

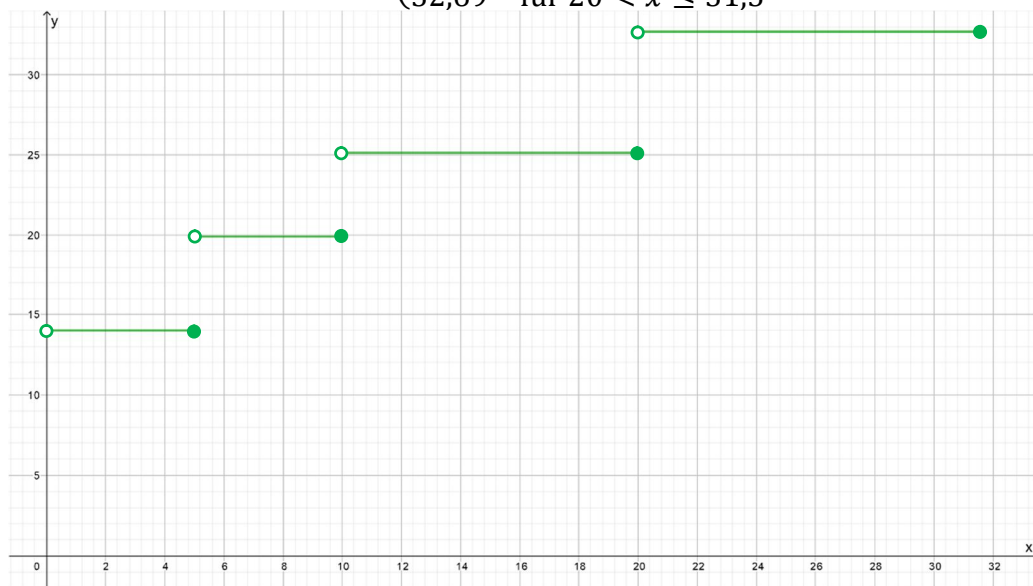
Hyper-X: pauschal 15 € in den ersten 100 Minuten, danach 10 Cent pro Minute

d) bei weniger als $\frac{200}{3}$ oder mehr als 225 Minuten: Super-Fun

zwischen $\frac{200}{3}$ und 225 Minuten: Hyper-Fun

246/3 x in kg, f(x) in €

$$f(x) = \begin{cases} 13,99 & \text{für } 0 < x \leq 5 \\ 19,9 & \text{für } 5 < x \leq 10 \\ 25,13 & \text{für } 10 < x \leq 20 \\ 32,69 & \text{für } 20 < x \leq 31,5 \end{cases}$$



247/4

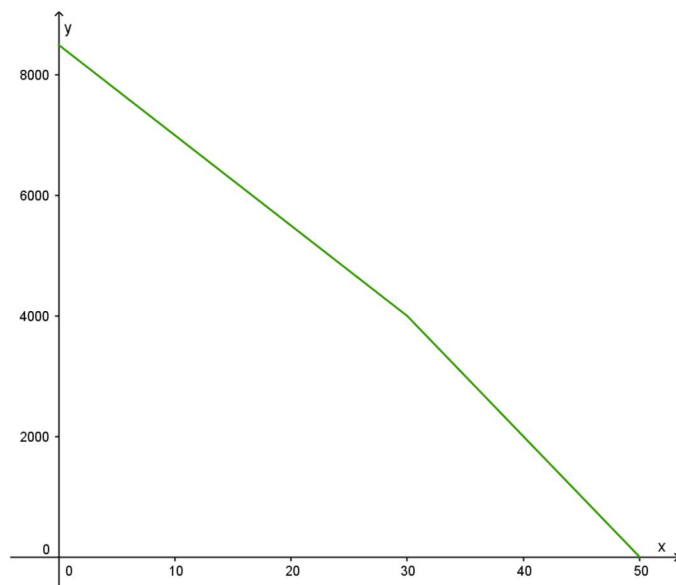
a) 100 ℓ

b) auftanken

c) etwa 28 ℓ bzw. etwa 28 ℓ

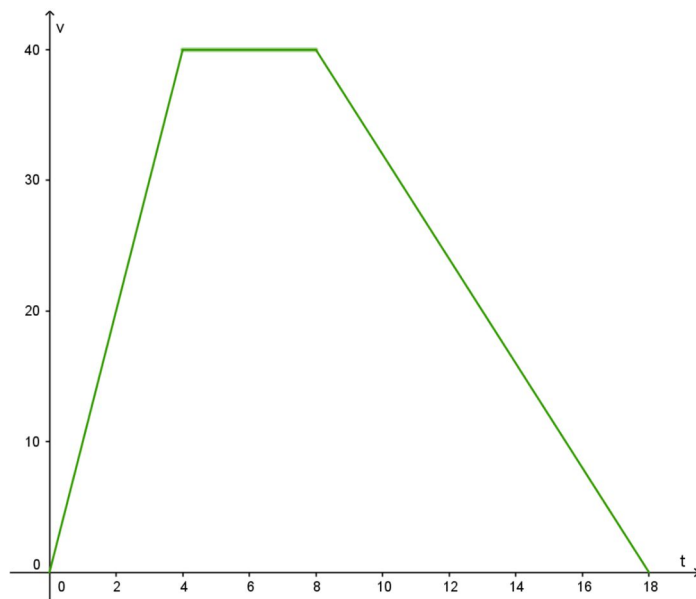
247/5 x in min, f(x) in ℓ

$$f(x) = \begin{cases} -150x + 8\,500 & \text{für } 0 \leq x \leq 30 \\ -200x + 10\,000 & \text{für } 30 \leq x \leq 50 \end{cases}$$

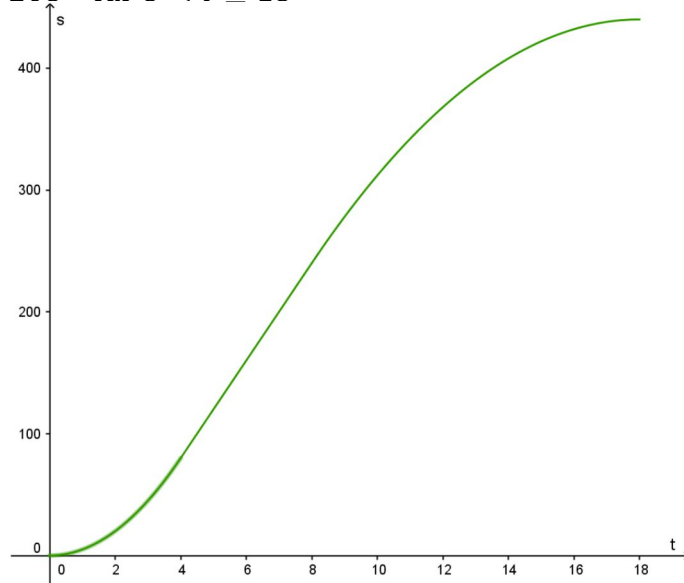


247/6 t in s, v in m/s, s in m, a in m/s²

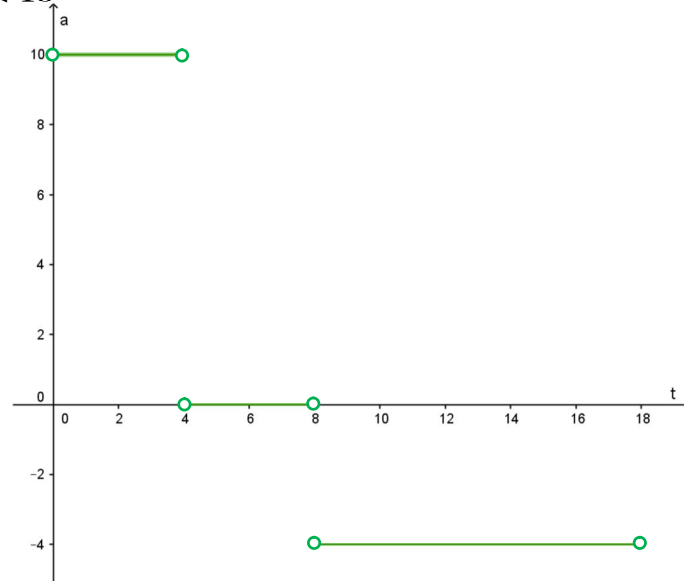
$$\text{a) } v(t) = \begin{cases} 10t & \text{für } 0 \leq t \leq 4 \\ 40 & \text{für } 4 < t \leq 8 \\ -4t + 72 & \text{für } 8 < t \leq 18 \end{cases}$$



$$b) s(t) = \begin{cases} 5t^2 & \text{für } 0 \leq t \leq 4 \\ 40t - 80 & \text{für } 4 < t \leq 8 \\ -2t^2 + 72t - 208 & \text{für } 8 < t \leq 18 \end{cases}$$

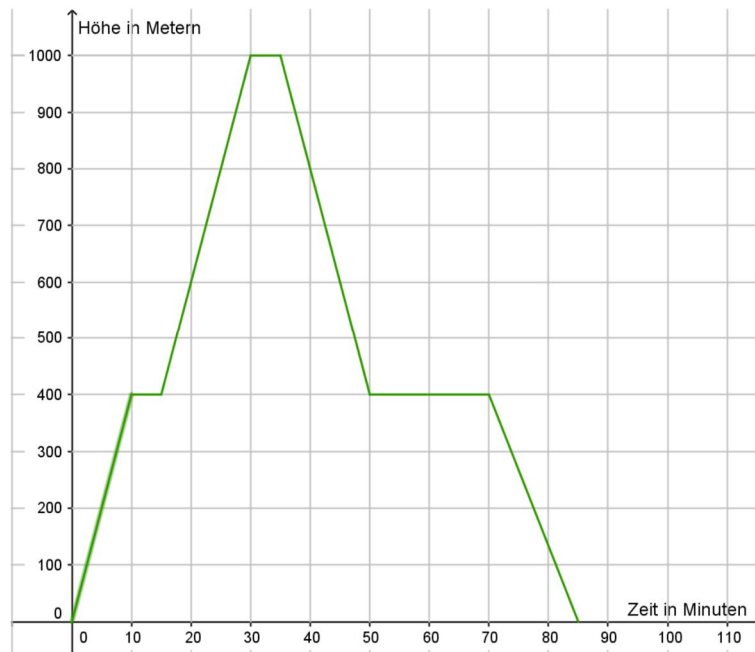


$$a(t) = \begin{cases} 10 & \text{für } 0 < t < 4 \\ 0 & \text{für } 4 < t < 8 \\ -4 & \text{für } 8 < t < 18 \end{cases}$$



247/7

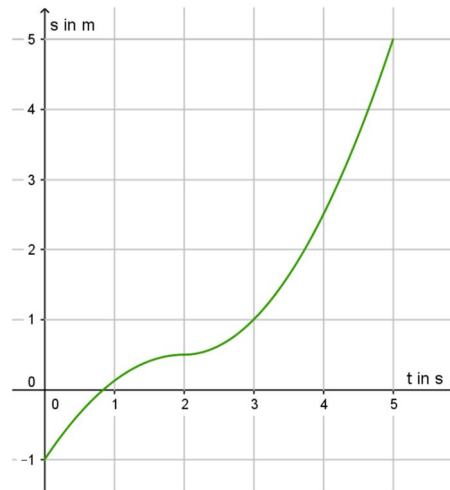
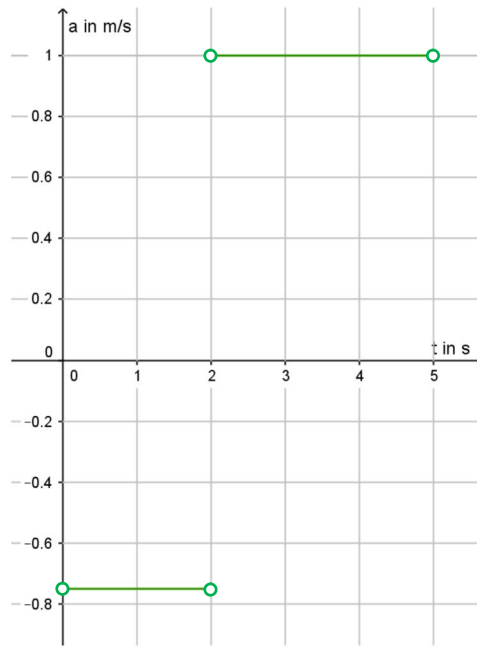
a)



$$b) h(t) = \begin{cases} 40t & \text{für } 0 \leq t < 10 \\ 400 & \text{für } 10 \leq t < 15 \\ 40t - 200 & \text{für } 15 \leq t < 30 \\ 1000 & \text{für } 30 \leq t < 35 \\ -40t + 2400 & \text{für } 35 \leq t < 50 \\ 400 & \text{für } 50 \leq t < 70 \\ -\frac{80}{3}t + \frac{6800}{3} & \text{für } 70 \leq t \leq 85 \end{cases}$$

c) Wenn sie zwischendurch für höchstens 15 min einkehrt, ja.

247/8



255/2

$$\text{a) } h(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}x + 1 & \text{für } x \leq -1 \\ -3 & \text{für } -1 < x \leq 2 \\ -x + 2 & \text{für } x > 2 \end{cases}$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow -1^-} h(x) = \frac{2}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} h(x) = -3$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} h(x) = -3$$

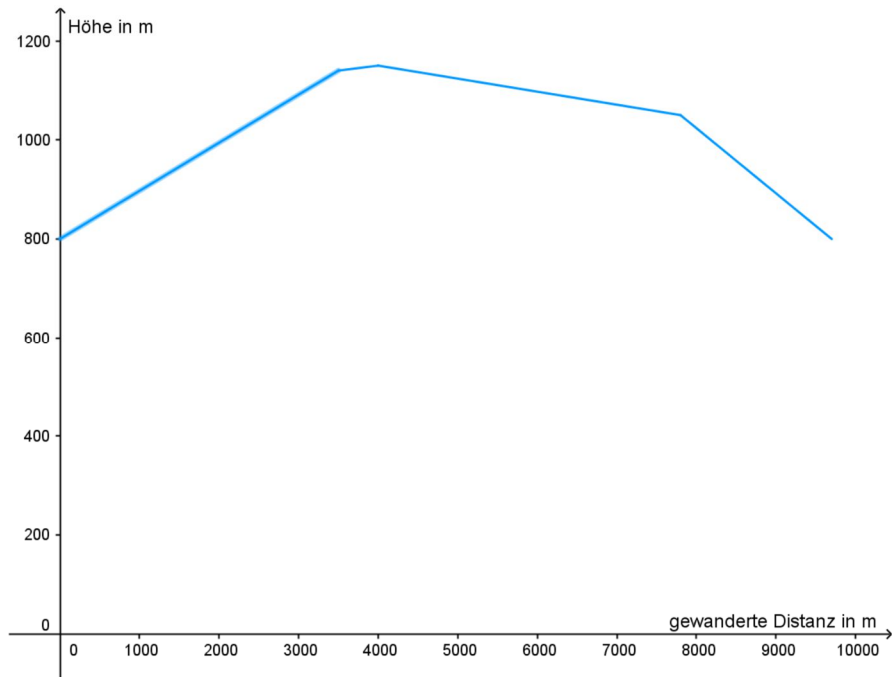
$$\lim_{x \rightarrow 2^+} h(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} h(x) = -\infty$$

255/4 x, h in m

$$h(x) = \begin{cases} \frac{17}{175}x + 800 & \text{für } 0 \leq x < 3500 \\ \frac{1}{50}x + 1070 & \text{für } 3500 \leq x < 4000 \\ -\frac{1}{38}x + \frac{23850}{19} & \text{für } 4000 \leq x < 7800 \\ -\frac{5}{38}x + \frac{39450}{19} & \text{für } 7800 \leq x \leq 9700 \end{cases}$$

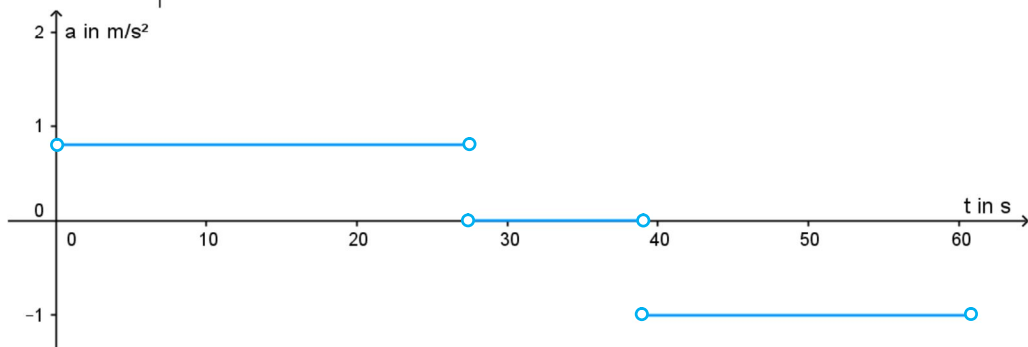
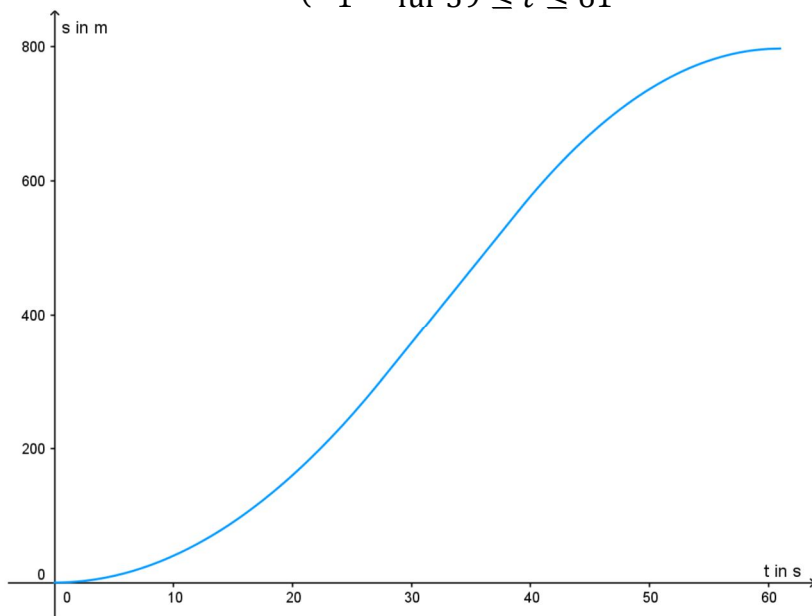


256/7

a)

$$s(t) = \begin{cases} 0,4t^2 & \text{für } 0 \leq t < 27,5 \\ 22t - 302,5 & \text{für } 27,5 \leq t < 39 \\ -0,5t^2 + 61t - 1063 & \text{für } 39 \leq t \leq 61 \end{cases}$$

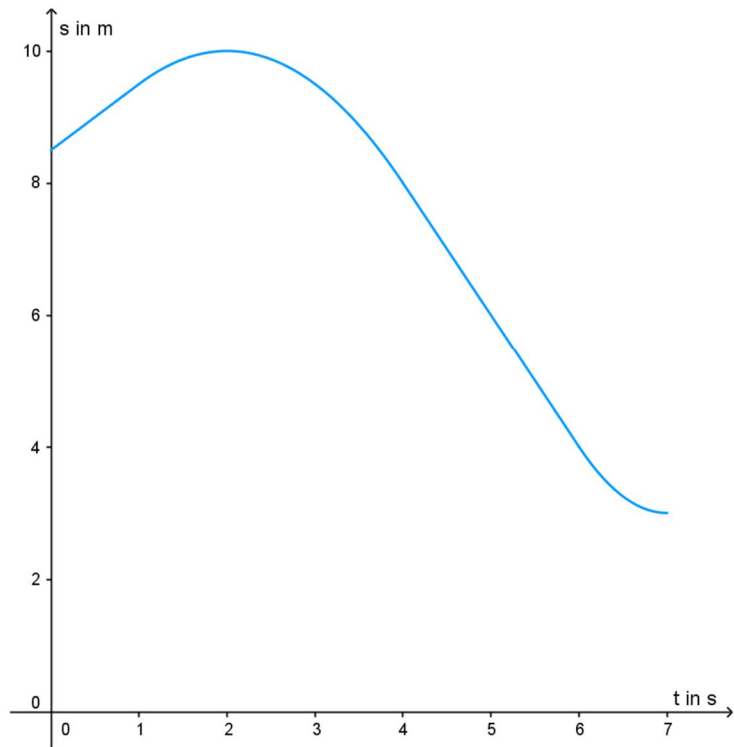
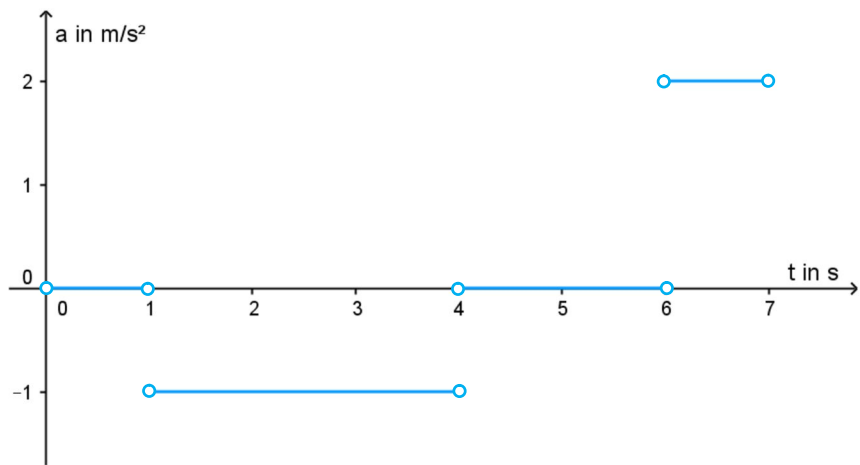
$$a(t) = \begin{cases} 0,8 & \text{für } 0 \leq t < 27,5 \\ 0 & \text{für } 27,5 \leq t < 39 \\ -1 & \text{für } 39 \leq t \leq 61 \end{cases}$$



b) 79,2 km/h; $\approx 47,1$ km/h

c) ≈ 55 km/h

256/8

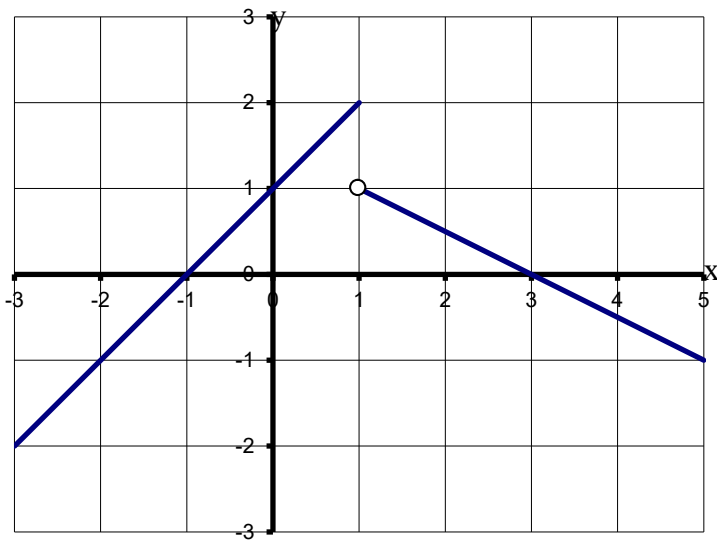


I.2 Stetigkeit

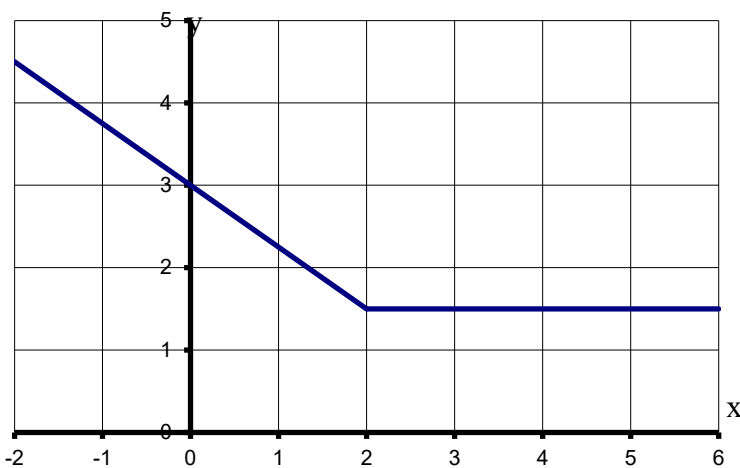
Übungsblatt:

194/1

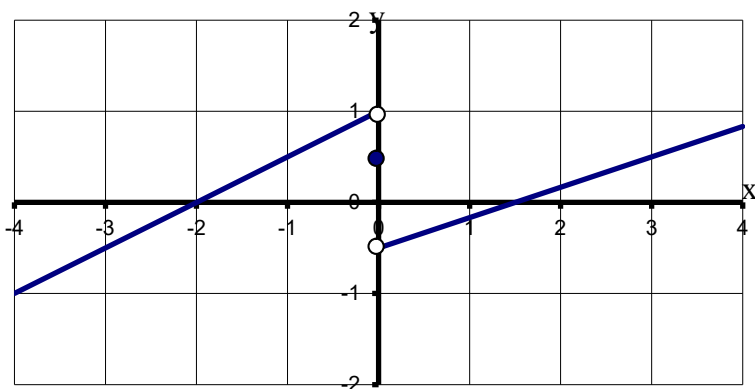
a) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2 = f(1)$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1 \rightarrow$ unstetig



b) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1,5 = f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \rightarrow$ stetig



c) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 1$; $f(0) = 0,5$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\frac{1}{2} \rightarrow$ unstetig

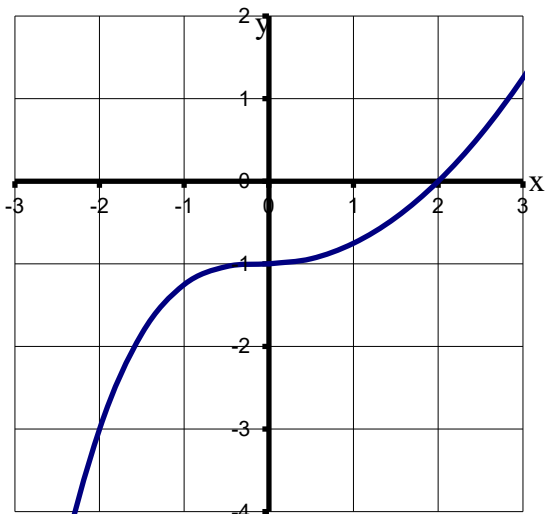


d) $\lim_{x \rightarrow 0,5^\pm} f(x) = 1 = f(0,5) \rightarrow$ stetig

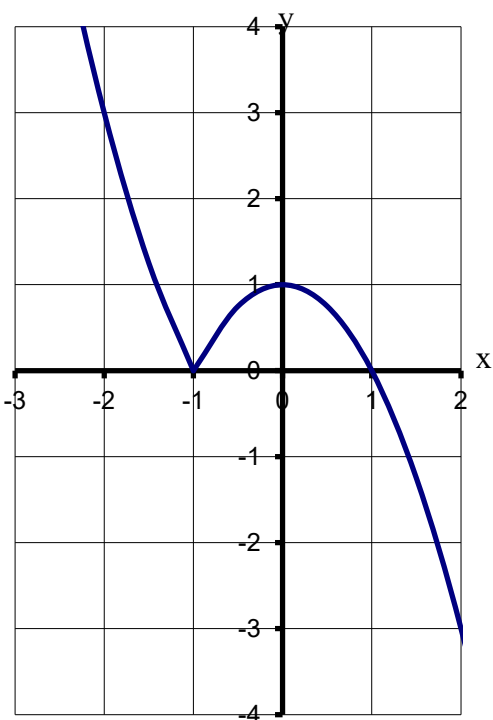
Graph: trivial!

e) f ist bei $x = 0$ nicht definiert \rightarrow f ist bei $x = 0$ sicher nicht stetig
 Graph: siehe Signum-Funktion

f) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -1 = f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \rightarrow$ stetig



g) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 0 = f(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) \rightarrow$ stetig



194f/2

a) stetig

b) unstetig

c) unstetig

d) stetig

195/3

a) stetig

b) unstetig

195/4

a) unstetig bei -2 und bei 2

b) stetig bei 0 und bei 2

c) unstetig bei 1 und bei 2

d) stetig bei -1 , unstetig bei 1

e) stetig bei 0 , unstetig bei 1

I.3 Differenzierbarkeit

254/1

a) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1)$, aber $-2 = \lim_{x \rightarrow 1^-} f'(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} f'(x) = 2$

bzw.: G_f hat bei $x_0 = 1$ keinen Sprung, aber einen Knick

b) $1 < x \leq 1$: $f(-x) = f(x) = -x^2 - 1$

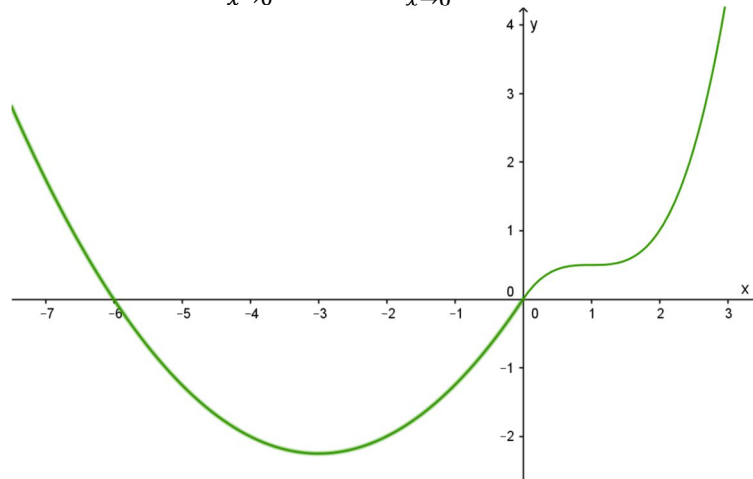
$x > 1$ bzw. $x < -1$: $f(-x) = f(x) = x^2 - 3$

$f(-1) = f(1) = -2$

c) siehe (a)! $m_t^- = -2$; $m_t^+ = 2$

254/2

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0) = 0$ und $\lim_{x \rightarrow 0^-} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = 1,5$



254/3

a) $\lim_{x \rightarrow -45^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -45^+} f(x) = f(-45) = 93,5$ und $\lim_{x \rightarrow -45^-} f'(x) = \lim_{x \rightarrow -45^+} f'(x) = -0,6$

bei $x = -45$: Übergang vom gerade abwärts führenden Teil der Schanze in den Absprungbogen; an dieser Stelle sollte die Schanze weder einen Sprung noch einen Knick haben!

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) = 80 \neq \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 76,49$

Bei $x = 0$ ist der Absprungpunkt, daher hat das Profil dort natürlich einen Sprung (der Landebereich liegt unter der Schanze).

b) *Zumutung!*

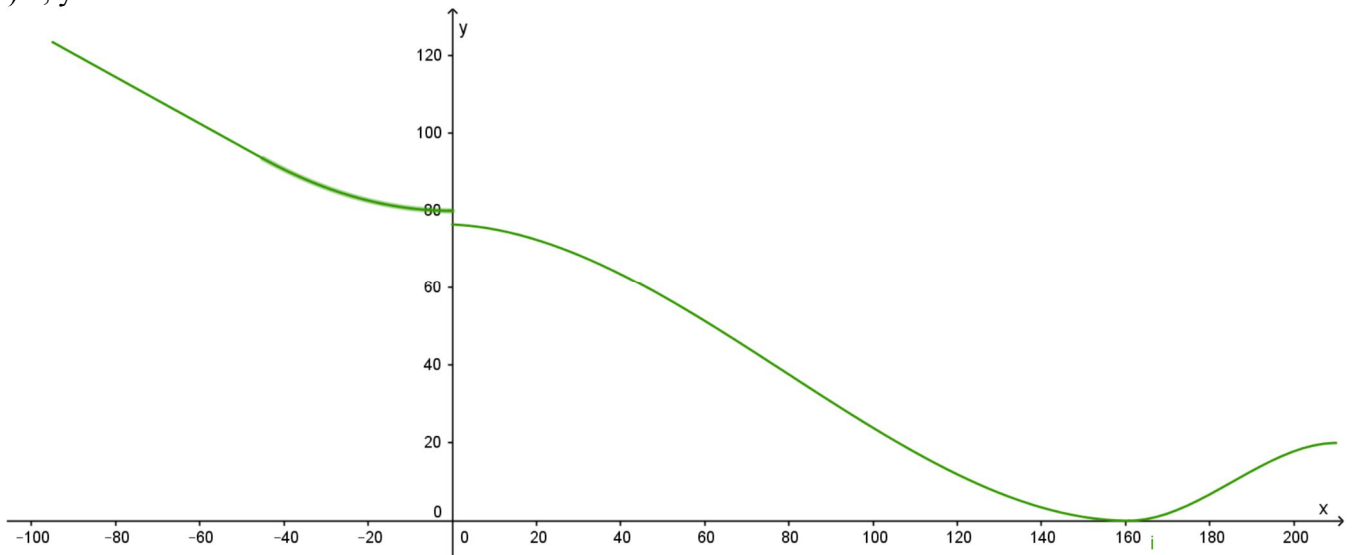
$\lim_{x \rightarrow 160,8^-} f(x) = f(160,8) \approx 0,004$; $\lim_{x \rightarrow 160,8^+} f(x) \approx 10^{-10}$

Im Rahmen der Rundungsgenauigkeit (2 geltende Ziffern) stimmt dies überein, die Funktion ist dort also stetig, der Landebereich macht dort also keinen Sprung. (bzw. nur einen sehr kleinen, etwa 4 mm)

$\lim_{x \rightarrow 160,8^-} f'(x) \approx -0,0003$; $\lim_{x \rightarrow 160,8^+} f'(x) \approx 10^{-12}$

Auch das stimmt im Rahmen der Rundungsgenauigkeit überein, die Funktion ist dort also differenzierbar, der Landebereich hat dort also keinen Knick. (bzw. nur einen winzig kleinen)

c) x, y in m



255/1

a) stetig

c) unstetig

b) unstetig

d) nicht definiert

255/3

a) $f(x) = 0,48(x+2)(x-3)$; $g(x) = -0,25(x+5)(x-3)$

b) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} g(x) = -\infty$

c) $L =]-\infty; -2[\cup]3; \infty[$ bzw. $L =]-\infty; -5] \cup]3; \infty[$

d) $S_1(3|0)$; $S_2\left(-\frac{221}{73} \approx -3,03 \mid \frac{15\,840}{5329} \approx 2,97\right)$

e) unstetig

$$f) h(x) = \begin{cases} g(x) & \text{für } x \leq -\frac{221}{73} \\ f(x) & \text{für } x > -\frac{221}{73} \end{cases} \quad h(x) = \begin{cases} f(x) & \text{für } x \leq -\frac{221}{73} \\ g(x) & \text{für } x > -\frac{221}{73} \end{cases}$$

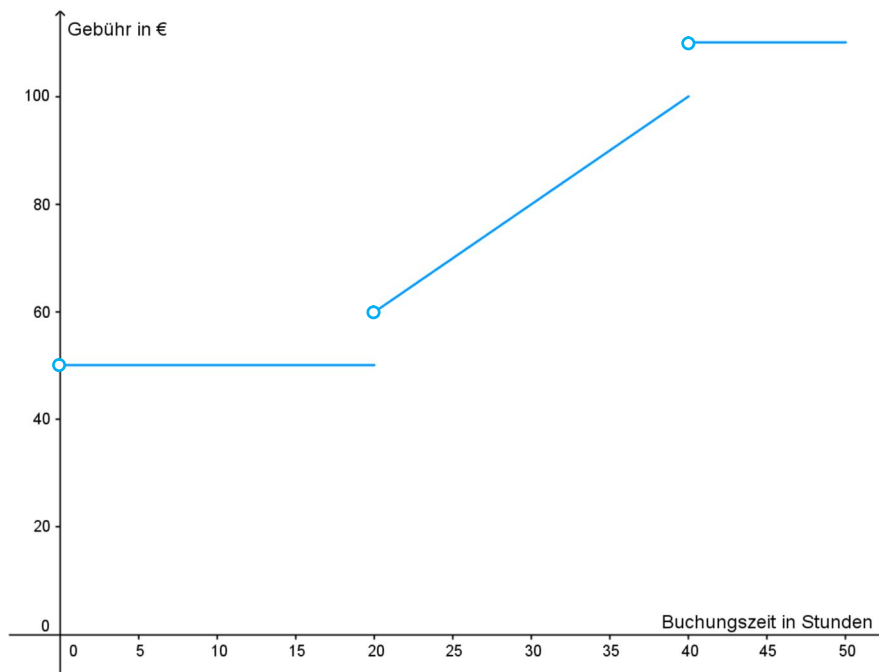
$$h(x) = \begin{cases} g(x) & \text{für } x \leq 3 \\ f(x) & \text{für } x > 3 \end{cases} \quad h(x) = \begin{cases} f(x) & \text{für } x \leq 3 \\ g(x) & \text{für } x > 3 \end{cases}$$

256/5

a) $r(x) = \frac{4}{25}x^3 + \frac{36}{25}x^2 + \frac{12}{5}x$

b) $\lim_{x \rightarrow -5^-} g'(x) = \lim_{x \rightarrow -5^+} g'(x) = 0$ und $\lim_{x \rightarrow 0^-} g'(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} g'(x) = 2,4$

c) WeP(-3|1,44)



Bei $t = 20$ und $t = 40$ ist G unstetig, d. h. hier muss man sprunghaft plötzlich mehr Geld zahlen. Sinnvoller wäre z. B.:

$$G(t) = \begin{cases} 50 & \text{für } 0 < t \leq 20 \\ 10 + 2t & \text{für } 20 < t \leq 40 \\ 90 & \text{für } 40 < t \leq 50 \end{cases}$$

Plakat: machen Sie mal!