<u>Lösungen I.1</u>

20/1
jeder mögliche Ausgang eines Zufallsexperiments darf im Ergebnisraum nur einmal vorkommen (eindeutige Zuordnung); hier gehört aber z. B. der Ausgang „2 gewürfelt“ sowohl zu den Elementen „2“ als auch „gerade Augenzahl“ des Ergebnisraums

21/3 $\Omega = \{AA, ABA, ABB, BB, BAB, BAA\}$
(A bzw. B steht für „Person A bzw. Person B hat Satz gewonnen“)

21/4 $\Omega = \{JJJ, JJM, JMJ, JMM, MJJ, MJM, MMJ, MMM\}$ (J steht für Junge, M für Mädchen)

21/6 *(156 Ergebnisse!)*
$\Omega = \{6, 16, 26, 36, 46, 56, 116, 126, ..., 156, 216, 226, ..., 556, 111, 112, ..., 555\}$

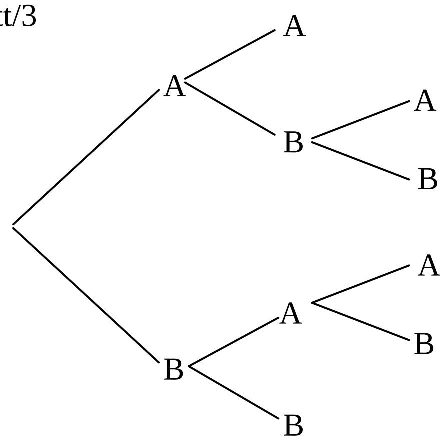
21/7 $\Omega = \{Z1, Z2, Z3, Z4, Z5, Z6, K1, K2, K3, K4, K5, K6\}$ (Z steht für Zahl, K für Kopf)

<u>Lösungen I.2</u>

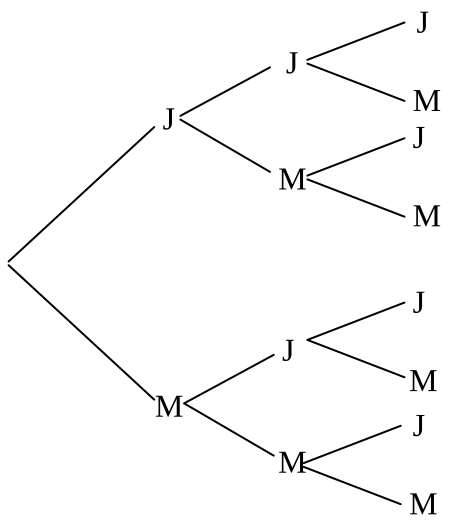
21/8
a) $\Omega = \{12, 13, 14, 15, 23, 24, 25, 34, 35, 45\}$; $|\Omega| = 10$
b) $\Omega = \{123, 124, 125, 134, 135, 145, 234, 235, 245, 345\}$; $|\Omega| = 10$
eindeutige Zuordnung zwischen beiden! 2 ziehen ➔ 3 in Urne übrig bzw. umgedreht!

<u>Lösungen I.3</u>

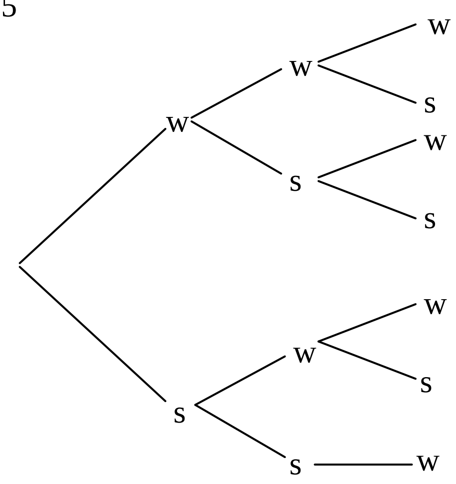
Blatt/3



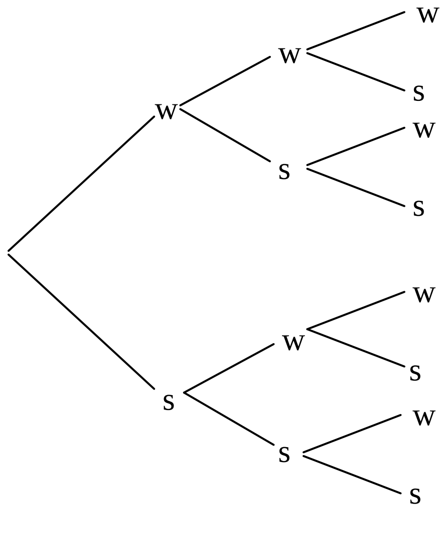
Blatt/4



21/5
b)

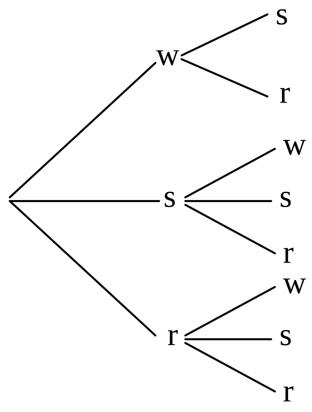


c)



21/9

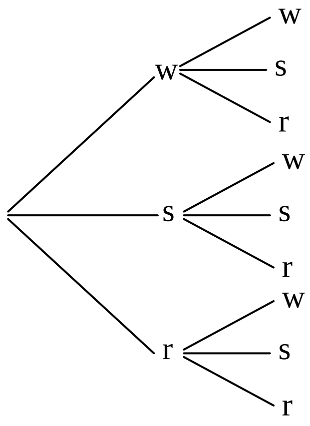
a)



Ω = {ws, wr, sw, ss, sr, rw, rs, rr}

|Ω| = 8

b)

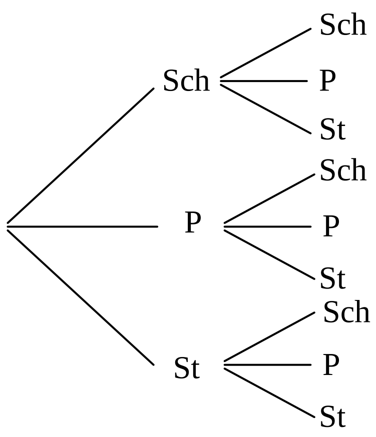


Ω = {ww, ws, wr, sw, ss, sr, rw, rs, rr}

|Ω| = 9

21/11

die erste „Ebene“ des Baumdiagramms stellt die Wahl der ersten Spielers dar, die zweite „Ebene“ die Wahl des zweiten Spielers; Sch steht für Schere, P für Papier, St für Stein

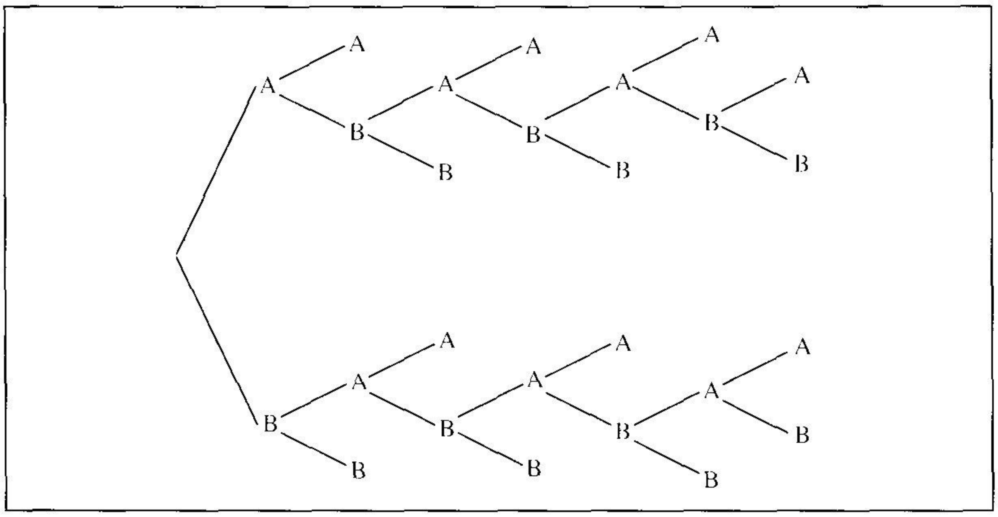


Ω = {SchSch, SchP, SchSt, PSch, PP, PSt, StSch, StP, StSt}

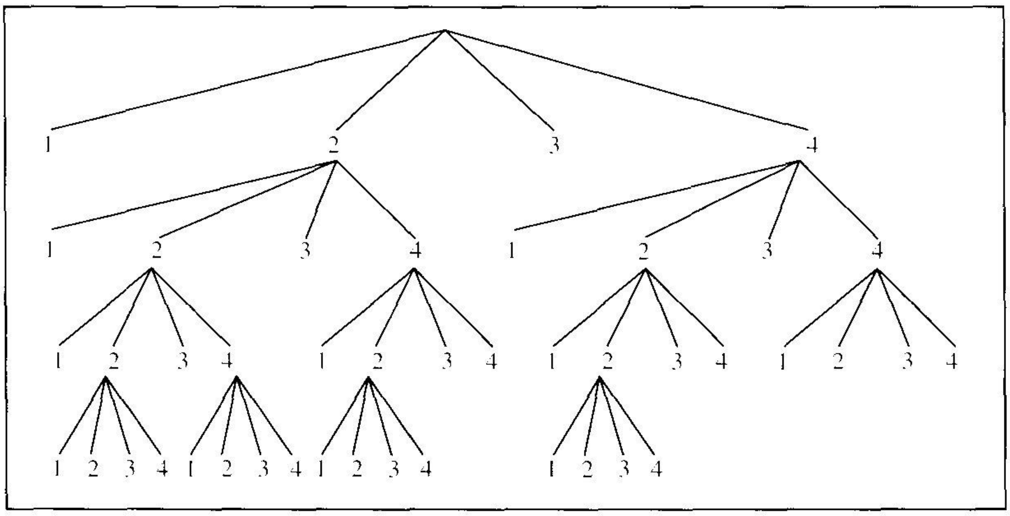
|Ω| = 9

Blatt:

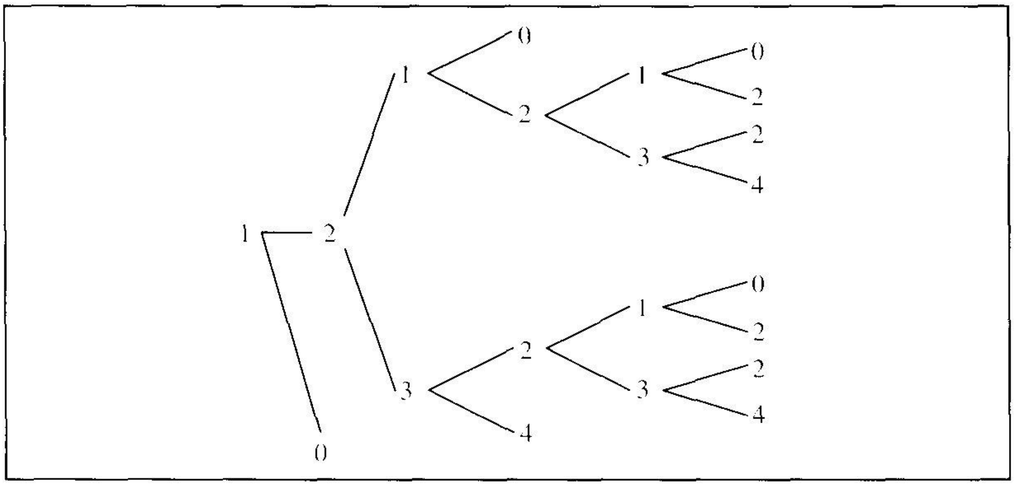
a)



b)



c)



<u>Lösungen I.4</u>

29/3
A = {SchP, PSt, StSch}; B = {PSch, StP, SchSt}; C = { SchP, PSt, StSch, PSch, StP, SchSt};
D = {SchSch, PP, StSt}

Blatt:
3) E_1 = {61; 62; 63; 64; 65; 66}; E_2 = {11; 13; 15; 31; 33; 35; 51; 53; 55};
E_3 = {22; 24; 26; 32; 34; 36; 52; 54; 56};
E_4 = {22; 24; 26; 32; 34; 36; 52; 54; 56; 42; 62; 23; 43; 63; 25; 45; 65};
E_5 = {13; 31; 22}; E_6 = {46; 64; 55; 56; 65; 66}; E_7 = {}; E_8 = {11; 12; 21}

4) E_1 = {312; 321; 314; 341; 324; 342; 412; 421; 413; 431; 423; 432};
E_2 = {123; 132; 124; 142; 134; 143};
E_3 = {123; 132; 213; 231; 312; 321; 234; 243; 324; 342; 423; 432}; E_4 = {};
E_5 = {312; 321; 324; 342; 423; 432};
E_6 = {312; 321; 314; 341; 324; 342; 412; 421; 413; 431; 423; 432; 123; 132; 213; 231; 234; 243};
E_7 = {123; 132; 213; 231; 234; 243; 314; 341; 412; 421; 413; 431}

5) E_1 = {♥♥}; E_2 = {♥♥; ♣♣; ♠♠; ♦♦}; E_3 = {♥♠, ♠♥};
E_4: „1. Karte ♥“; E_5: „entweder 1. oder 2. Karte ♥“ bzw. „genau einmal ♥“;
E_6: „1. Karte rot, 2. schwarz“; E_7: „beide rot“

6) E_1 = {ABC; ABD; ABE; ACD; ACE; ADE}; E_2 = {ACE};
E_3 = {ABC; ABE; BCE; ACD; ADE; CDE}; E_4 = {ABC; ABE; BCE; ACD; ADE; CDE; ACE};

E_5 = {ABD; BCD; BDE; ACE} laut Lösungsbuch; eigentlich aber auch noch {ADE; CDE}!?!

7) E_1 = {rrrr; wrrr; rrwr; rrrw; wrwr; wrrw; rrww; wrww}; E_2 = {wrww};
E_3 = {rrww; rwrw; wrrw; rwwr; wrwr; wwrr; rrrw; rrwr; rwrr; wrrr; rrrr}
$= \overline{\{wwww; rwww; wrww; wwrw; wwwr\}}$; $E_4 = \overline{\{wwww\}}$;
E_5 = {wwww; rwww; wrww; wwrw; wwwr}; E_6 = {rrww; rrrw; rrwr; wwrr; wrrr; rwrr};
E_7 = {rrww; rrrw; rrwr; wwrr; wrrr; rwrr; rrrr}; E_8 = {rrrr};
E_9: „1. und 3. Kugel rot“; E_{10}: „mindestens eine weiße“; E_{11}: „nur die letzte weiß“;
E_{12}: „die ersten drei rot“; E_{13}: „mindestens 3 rote“

8) E_1 = {123; 134; 135; 136; 324; 235; 236; 345; 346; 356}; E_2 = {126; 136; 146; 156};
E_3 = {123; 124; 125; 134; 135; 145; 236; 246; 256; 346; 356; 456};
E_4 = {124; 134; 135; 136; 145; 146; 156; 234; 245; 246; 345; 346; 356; 456};
E_5 = {123; 124; 126; 134; 135; 136; 145; 146; 156; 234; 236; 246; 345; 346; 356; 456}

Lösungen I.5

21/7 $|\Omega| = 2\cdot 6 = 12$

21/12 Münze: $|\Omega| = 2\cdot 2\cdot\ldots\cdot 2$ *(n mal)* $= 2^n$; Würfel: $|\Omega| = 6^n$

22/13 $3\cdot 2\cdot 1 = 6$ Möglichkeiten bzw. $4\cdot 3\cdot 2\cdot 1 = 24$ Möglichkeiten

22/16 $26\cdot 26\cdot 9\cdot 10\cdot 10 = 608400$
(in der Musterlösung steht: 26·26·10·10·10 = 676000 – das ergibt aber wenig Sinn; die erste Ziffer kann ja eigentlich keine Null sein!)

Blatt:
13) 1989 14) 30 15) a) 60 b) 12 c) 36 16) a) 125 b) 25 c) 75

22) a) 3024 b) 360 c) 1260 d) 1008 e) 1344 f) 126 g) 144 25) a) 24 b) 12 c) 8 d) 4

35) a) 4096 b) 1024 c) 2048 d) 1024 e) 512 36) mind. 6 37) a) 32 b) 8 c) 16 d) 8 e) 1

Lösungen I.6

Blatt:
63) a) $\frac{3}{7} \approx 42{,}86\%$ b) $\frac{19}{70} \approx 27{,}14\%$ c) $\frac{11}{70} \approx 15{,}71\%$ 64) a) 12,5% b) 23% c) 20,5%

65) a) 14,5% b) 16,5% c) 50,5% d) 48% e) 81,5%

Lösungen I.8

Blatt:
67) $P(\{\omega_1\}) = 0{,}1$; $P(\{\omega_2\}) = 0{,}3$; $P(\{\omega_3\}) = 0{,}5$; $P(\{\omega_4\}) = 0{,}1$

70) $P(A) = P(C) = \frac{6}{17}$; $P(B) = \frac{3}{17}$; $P(D) = \frac{2}{17}$

71) $P(A) = P(B) = 0{,}125$; $P(C) = P(D) = P(E) = 0{,}25$; a) 0,75 b) 0,25

Lösungen II.1

70/12
„einwandfreier Zustand des Gerät und der Kugeln“ bedeutet: Gerät und Kugeln sind so gefertigt, dass jede Kugel mit derselben Wahrscheinlichkeit gezogen wird, sprich: es handelt sich um ein Laplace-Experiment

70/13 P({KK, ZZ}) = 0,5; P({KKK, ZZZ}) = 0,25

70/14
P(A) = 1 – P(„kein K“) = 1 – $\frac{1}{16}$ = $\frac{15}{16}$

P(B) = P({KZZZ, ZKZZ, ZZKZ, ZZZK}) = $\frac{4}{16}$ = 0,25

P(C) = P({KKZK, KZKK, KKKK, KKZZ, KZKZ, KKKZ, ZKZK, ZZKK, ZKKK, ZKZZ, ZZKZ, ZKKZ}) = $\frac{12}{16}$ = 0,75

oder P(C) = 1 – P(„weder beim 2. noch beim 3. Wurf K“) = 1 – P({KZZK, KZZZ, ZZZK, ZZZZ})
= 1 – $\frac{4}{16}$ = 0,75

P(D) = P({ZZZZ, KZZZ, ZKZZ, ZZKZ, ZZZK}) = $\frac{5}{16}$

P(E) = 1 – P({KKKK, ZZZZ}) = 1 – $\frac{2}{16}$ = 0,875

70/15
P(A) = $\frac{6\cdot1}{36}$ = $\frac{1}{6}$ P(B) = $\frac{6\cdot5}{36}$ = $\frac{5}{6}$ (= 1 – P(A))

P(C) = P({21,23,24,25,26,12,32,42,52,62}) = $\frac{10}{36}$ = $\frac{5}{18}$ oder P(C) = $\frac{1\cdot5}{36}+\frac{5\cdot1}{36}$

P(D) = P({21,23,24,25,26,12,32,42,52,62,22}) = $\frac{11}{36}$ oder P(D) = $\frac{1\cdot5}{36}+\frac{5\cdot1}{36}+\frac{1\cdot1}{36}$

P(E) = $\frac{11}{36}$ (selbe Rechnung wie bei D)

P(F) = P({41,42,51,52,61,62}) = $\frac{6}{36}$ = $\frac{1}{6}$ oder P(F) = $\frac{3\cdot2}{36}$

P(G) = P({11,12,13,15,21,22,24,26,31,33,35,36,42,44,45,46,51,53,54,55,62,63,64,66}) = $\frac{24}{36}$ = $\frac{2}{3}$

P(H) = P({15,24,33,42,51,66}) = $\frac{6}{36}$ = $\frac{1}{6}$

71/16 a) jeweils $\frac{1}{6}$ b) P(„keine Eins“) = $\frac{5\cdot5\cdot5}{6\cdot6\cdot6}$ = $\frac{125}{216}$ ($\approx$58%) c) P = 1 – P(„keine Eins“) = $\frac{91}{216}$

71/17
P(A) = $\frac{1\cdot1\cdot1}{6\cdot6\cdot6}$ = $\frac{1}{216}$

P(B) = $\frac{6\cdot1\cdot1}{6\cdot6\cdot6}$ = $\frac{1}{36}$

P(C) = $\frac{1\cdot1\cdot5}{6\cdot6\cdot6}+\frac{1\cdot5\cdot1}{6\cdot6\cdot6}+\frac{5\cdot1\cdot1}{6\cdot6\cdot6}$ = $\frac{5}{72}$

P(D) = 6·P(C) = $\frac{5}{12}$

P(E) = $\frac{6\cdot5\cdot4}{216}$ = $\frac{5}{9}$

P(F) = P({112,121,211}) = $\frac{3}{216}$ = $\frac{1}{72}$

P(G) = P({113,131,311,122,212,221}) = $\frac{6}{216}$ = $\frac{1}{36}$

71/19 P(A) = $\frac{4}{52}$ = $\frac{1}{13}$; P(B) = $\frac{13}{52}$ = $\frac{1}{4}$; P(C) = $\frac{16}{52}$ = $\frac{4}{13}$

71/21 Aufgabenstellung nicht eindeutig: wird Tisch oder Platz zufällig ausgesucht?
Tisch: P = $\frac{5\cdot1}{5\cdot5}$ = 0,2; Platz: P = $\frac{20\cdot3}{20\cdot19}$ $\approx$ 0,16

Blatt:

84 a) 0,5 b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{6}$

93) a) 0,25 b) 0,5 c) 0,25 d) $\frac{1}{32}$ e) 0,3125 f) 0,8125 g) 0,5

Lösungen II.3

a) Permutationen

22/13 3! = 6 bzw. 4! = 24

86/8 a) 11! = 39 916 800 b) 10! = 3 628 800 c) 5!·5! = 14 400

c) Binomialkoeffizienten

88/20 15; 120; 105; 20

88/23 $\binom{n}{n-k} = \frac{n!}{(n-(n-k))!\cdot(n-k)!} = \frac{n!}{k!\cdot(n-k)!} = \frac{n!}{(n-k)!\cdot k!} = \binom{n}{k}$

88/25

$$\binom{n}{k}+\binom{n}{k+1} = \frac{n!}{(n-k)!\cdot k!}+\frac{n!}{(n-(k+1))!\cdot(k+1)!} = \frac{n!}{(n-k)!\cdot k!}+\frac{n!}{(n-k-1)!\cdot(k+1)!}$$
$$= \frac{n!}{(n-k)\cdot(n-k-1)!\cdot k!}+\frac{n!}{(n-k-1)!\cdot(k+1)\cdot k!}$$
$$= \frac{n!\cdot(k+1)}{(n-k)\cdot(n-k-1)!\cdot(k+1)\cdot k!}+\frac{n!\cdot(n-k)}{(n-k)\cdot(n-k-1)!\cdot(k+1)\cdot k!}$$
$$= \frac{n!\cdot(k+1)+n!\cdot(n-k)}{(n-k)\cdot(n-k-1)!\cdot(k+1)\cdot k!} = \frac{n!\cdot[(k+1)+(n-k)]}{(n-k)\cdot(n-k-1)!\cdot(k+1)\cdot k!} = \frac{n!\cdot[n+1]}{(n-k)!\cdot(k+1)!}$$
$$= \frac{(n+1)!}{((n+1)-(k+1))!\cdot(k+1)!} = \binom{n+1}{k+1}$$

118/1b $P = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{32}{2}} = \frac{6}{496} = \frac{3}{248} \approx 1{,}2\%$

Lösungen II.4

Blatt:

122) a) 0,03676 b) 0,09588 c) < 0,000005 d) 0,68256 e) 0,95995 f) 0,32986 g) 0,28927 h) 0,93583 i) 0,88108 l) 0,86966 m) 0,96550

123) a) 0,06786 b) 0,84811 c) 0,21975 d) 0,95662 e) $2{,}5\cdot 10^{-23} \approx 0{,}00000$

125) a) 0,11241 b) 0,78578 c) 0,10181 d) 0,90874

126) a) 0,04186 b) 0,94054 c) 0,10132 d) 0,44386 e) $\approx 1{,}00000$

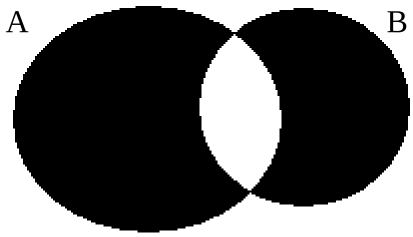
128) a) 0,47934 b) 0,52066 c) 0,90810

130) a) 0,3125 b) 0,8125 c) 0,5 d) 0,03125

131) a) 0,01958 b) 0,08047 c) 0,91953 d) 0,52520

Lösungen III.1

29/1
a) {1,3,5,6}, {1,3,4,5}, {2}, {6}, {4}, {1,3,5}, {2,4,6}, {1,2,3,5,6}, {1,2,3,4,5}, {1,3,4,5,6}
b) entweder A oder B tritt ein, d. h. genau eines der beiden Ereignisse tritt ein



29/4 a) $A \cap B$ b) $\overline{A} \cup \overline{B} = \overline{A \cap B}$ c) $\overline{A} \cap \overline{B} = \overline{A \cup B}$ d) $A \cup B$ e) $(A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B)$

30/6 $B_0 = \overline{A}_1 \cap \overline{A}_2$; $B_1 = (A_1 \cap \overline{A}_2) \cup (\overline{A}_1 \cap A_2)$; $B_2 = A_1 \cap A_2$; $C = A_1 \cup A_2$

30/10?
a) alle Männer sind Raucher und alle Raucher sind männlich (d. h. die Raucher sind genau die Männer); $M \subset R$, also: alle Männer sind Raucher (aber nicht unbedingt: alle Raucher sind Männer!); $M \subset (R \cap V)$, also: alle Männer sind verheiratete Raucher
b) „die Person raucht und ist verheiratet“ bzw. „die Person raucht oder ist verheiratet (oder beides)“
c) $M \cap \overline{R} \cap \overline{V}$
d) „die Person ist männlich und ist nicht gleichzeitig Raucher und verheiratet“ (also nur Raucher oder nur verheiratet oder keines von beiden)

Blatt „Übungen zur Ereignisalgebra“
1) a) Ω = {BBBB, BBBU, BBUB, BBUU, BUBB, BUBU, BUUB, BUUU, UBBB, UBBU, UBUB, UBUU, UUBB, UUBU, UUUB, UUUU}; $|\Omega| = 2^4 = 16$
b) A = { BBUB, BBUU, BUUB, BUUU, UBUB, UBUU, UUUB, UUUU}; B = {BBUB};
C = $\overline{\{BBBB, BBBU, BBUB, BUBB, UBBB\}}$; D = {BBBU, BBUB, BUBB, UBBB};
E = {UUUU}
c) $A \cup B = A$ ➔ $\overline{A \cup B} = \overline{A}$; $A \cap B = B$ ➔ $\overline{A \cap B} = \overline{B}$; $\overline{A} \cap B = \{\}$
damit: unvereinbar; vereinbar; unvereinbar; unvereinbar

2) a) keiner defekt b) mindestens zwei defekt c) einer defekt d) sicheres Ereignis (alles möglich)
e) mindestens zwei defekt f) keiner defekt g) mindestens einer defekt h) höchstens einer defekt
i) unmögliches Ereignis (kann nicht eintreten) j) keiner oder mindestens zwei bzw. nicht genau einer

Lösungen III.2

a) Der Satz von Sylvester

Blatt:
68) a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{7}{12}$ d) $\frac{1}{12}$ 69) a) 0,125 b) 0,375 c) 0,625 d) 0,25

72) a) $P(\{1\}) = \frac{1}{21}$; $P(\{2\}) = \frac{2}{21}$; $P(\{3\}) = \frac{3}{21}$ usw. b) $\frac{4}{7}$ c) $\frac{10}{21}$ d) $\frac{20}{21}$

b) Rechnen mit der Vierfeldertafel

35/2

	T	$\overline{T}$	Σ
P	200	50	250
$\overline{P}$	100	150	250
Σ	300	200	500

➔ $h_{500}(\overline{T} \cap \overline{P}) = \frac{150}{500} = 30\%$

36/4 *(alle Angaben in der Vierfeldertafel in %)*

	Z	$\overline{Z}$	Σ
P	30	5	35
$\overline{P}$	20	45	65
Σ	50	50	100

➔ a) $h_n(\overline{Z} \cap \overline{P}) = 45\%$ b) $h_n((Z \cap \overline{P}) \cup (\overline{Z} \cap P)) = 25\%$

c) $h_n(Z \cup P) = 55\%$ d) $h_n(\overline{Z \cap P}) = 70\%$

36/5

	E	$\overline{E}$	Σ
F	30	40	70
$\overline{F}$	30	0	30
Σ	60	40	100

➔ a) $h_{100}(E \cap F) = 30\%$

b) $h_{100}(E \cap \overline{F}) = 30\%$ bzw. $h_{100}(\overline{E} \cap F) = 40\%$

39/7

	M	$\overline{M}$	Σ
R	0,17	0,11	0,28
$\overline{R}$	0,3	0,42	0,72
Σ	0,47	0,53	1

39/8

a)

	T_A	$\overline{T_A}$	Σ
T_B	0,04	0,1	0,14
$\overline{T_B}$	0,44	0,42	0,86
Σ	0,48	0,52	1

b) $h_n(T_A \cup T_B) = 58\%$; $h_n(\overline{T_A \cap T_B}) = 96\%$

c) $\dfrac{h_n(T_A \cap T_B)}{h_n(T_B)} = \dfrac{0{,}04}{0{,}14} = \frac{2}{7} \approx 28{,}6\%$

39/9

a)

	A	$\overline{A}$	Σ
B	930	20	950
$\overline{B}$	40	10	50
Σ	970	30	1000

b) $h_{1000}(A \cup B) = 0{,}99$

c) $\dfrac{k(\overline{A} \cap B)}{k(\overline{A})} = \dfrac{20}{30} = \frac{2}{3}$

39f/10 a) $\dfrac{k(A \cap B)}{k(B)} = \dfrac{35}{53} \approx 66{,}0\%$ b) $\dfrac{k(A \cap B)}{k(A)} = \dfrac{35}{39} \approx 89{,}8\%$

Lösungen III.3

118/1a $P = \frac{4}{32} \cdot \frac{4}{32} = \frac{1}{64} = 1{,}5625\%$

118/4

a) wenn B eintritt, dann tritt automatisch A auch immer mit ein, d. h. das Eintreten von A hängt mit dem Eintreten von B zusammen

b) $P(A) = \frac{12}{37}$; $P(B) = \frac{3}{37}$; $P(A \cap B) = P(B) = \frac{3}{37}$ ➔ $P(A) \cdot P(B) = \frac{12}{37} \cdot \frac{3}{37} \neq P(A \cap B)$

c) $B \subset A$ ➔ $A \cap B = B$ ➔ $P(A \cap B) = P(B) \neq P(A) \cdot P(B)$ (wenn $P(A) \neq 1$)

118/6

	A	$\overline{A}$	Σ
B	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$
$\overline{B}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{3}$
Σ	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

a) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = \frac{1}{12}$ b) $P((A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cup B)) = \frac{5}{12}$

c) $P(A \cap B) = \frac{1}{2}$ d) $P(A \cup B) = \frac{11}{12}$ e) $P(\overline{A \cap B}) = \frac{1}{2}$

119/7

	A	$\overline{A}$	Σ
B	0,15	0,05	0,2
$\overline{B}$	0,6	0,2	0,8
Σ	0,75	0,25	1

119/9

$A = \{5, 6\}$; $B = \{2, 4, 6\}$; $C = \{1, 2, 3\}$; $D = \{4, 5, 6\}$; $E = \{1, 2, 3, 4, 5\}$; $F = \{1, 2, 3, 4\}$

$P(A) = \frac{1}{3}$; $P(B) = \frac{1}{2}$; $P(C) = \frac{1}{2}$; $P(D) = \frac{1}{2}$; $P(E) = \frac{5}{6}$; $P(F) = \frac{2}{3}$

a) $A \cap B = \{6\} \neq \{\}$ ➔ vereinbar; $P(A \cap B) = \frac{1}{6} = P(A) \cdot P(B)$ ➔ unabhängig

b) $C \cap D = \{\}$ ➔ unvereinbar; $P(C \cap D) = 0 \neq P(C) \cdot P(D)$ ➔ abhängig

c) $E \cap F = \{1, 2, 3, 4\} \neq \{\}$ ➔ vereinbar; $P(E \cap F) = \frac{2}{3} \neq P(E) \cdot P(F)$ ➔ abhängig

119/10

$A = \{2, 4, 6\}$; $B = \{4, 5, 6\}$; $C = \{5, 6\}$; $P(A) = \frac{1}{2}$; $P(B) = \frac{1}{2}$; $P(C) = \frac{1}{3}$

$A \cap B = \{4, 6\}$; $A \cap C = \{6\}$; $B \cap C = \{5, 6\}$; $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$; $P(A \cap C) = \frac{1}{6}$; $P(B \cap C) = \frac{1}{3}$

$P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{4}$; $P(A) \cdot P(C) = \frac{1}{6}$; $P(B) \cdot P(C) = \frac{1}{6}$

➔ A und B sind (vereinbar und) abhängig; A und C sind (vereinbar und) unabhängig; B und C sind (vereinbar und) abhängig

119/11

a) $A \cap B = \{1, 4\}$; $P(A) = \frac{1}{2}$; $P(B) = \frac{1}{3}$; $P(A \cap B) = \frac{1}{6} = P(A) \cdot P(B)$ ➔ unabhängig

b) $P(C) = 0{,}5$ ➔ C muss 6 Elemente enthalten; unabhängig ➔ $P(A \cap C) = P(A) \cdot P(C) = 0{,}25$ ➔ $A \cap C$ muss 3 Elemente enthalten, d. h. A und C müssen 3 Elemente gemeinsam haben

also z. B.: $C = \{1, 2, 3, 7, 8 ,9\}$ oder $C = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ usw. usf.

C enthält 3 Elemente von den 6 aus A und 3 Elemente von den 6 aus $\overline{A}$

➔ es gibt $\binom{6}{3} \cdot \binom{6}{3} = 400$ Möglichkeiten

c) Die Anzahl der Elemente in $D \cap E$ muss offensichtlich eine natürliche Zahl n sein, also muss gelten: $P(D \cap E) = \frac{n}{12}$. Andererseits ist aber $P(D) \cdot P(E) = \frac{9}{16}$. Da dies unmöglich gleich $\frac{n}{12}$ sein kann, sind D und E also abhängig.

119/12

	A	$\overline{A}$	Σ
B	0,003	0,082	0,085
$\overline{B}$	0,03	0,885	0,915
Σ	0,033	0,967	1

NR: $P(A \cup B) = P(B) + P(A \cup \overline{B})$ ➔ $P(A \cup \overline{B}) = 0{,}03$

a) $P(A) \approx 3{,}3\%$ b) $P((A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cup B)) \approx 11{,}2\%$

119/13

	T	$\overline{T}$	Σ
L	0,3	0,1	0,4
$\overline{L}$	0,45	0,15	0,6
Σ	0,75	0,25	1

a) $P(T \cap L) = 30\%$ b) $P(\overline{T} \cap \overline{L}) = 15\%$

c) $P((T \cap \overline{L}) \cup (\overline{T} \cup L)) = 55\%$

120/18

a)

	A	$\overline{A}$	Σ
B	0,2	0,3	0,5
$\overline{B}$	0,2	0,3	0,5
Σ	0,4	0,6	1

b) A, B unvereinbar ➔ $A \cap B = \{\}$ ➔ $P(A \cap B) = 0$

	A	$\overline{A}$	Σ
B	0	0,5	0,5
$\overline{B}$	0,4	0,1	0,5
Σ	0,4	0,6	1

c) $A \subset B$ ➔ $A \cap B = A$ *(sieht man z. B. mit einem Venn-Diagramm)* ➔ $P(A \cap B) = P(A)$

	A	$\overline{A}$	Σ
B	0,4	0,1	0,5
$\overline{B}$	0	0,5	0,5
Σ	0,4	0,6	1

Lösungen IV.1

Übungsblatt:

1) {16; 25; 34; 43; 52; 61} bzw. {26; 34; 43; 62}

2) a) {4} b) {1, 2} c) {2, 3, 4, 5} d) {6} e) {} f) Ω

ω	1	2	3	4	5	6
x = X(ω)	1	4	9	16	25	36

3) b) {Anfang, schwer} bzw. {Aller, Anfang} bzw. {ist}

a)

ω	Aller	Anfang	ist	schwer
X(ω)	5	6	3	6
Y(ω)	2	2	1	1
Z(ω)	3	4	2	5

4) {ZZZZZ} bzw. {KKKKZ, ZKKKK} bzw. {KKKKZ, ZKKKK, KKKKK}

5) b) {ABC, ACB} bzw. {BAC, CAB} bzw. {BCA, CBA} bzw. Ω

a)

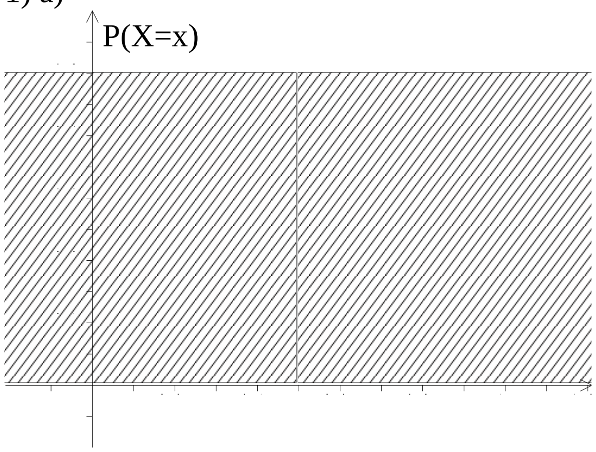
ω	ABC	ACB	BAC	CAB	BCA	CBA
X(ω)	2	2	1	1	–3	–3

6) a) {15; 51} b) {} c) {13, 31}

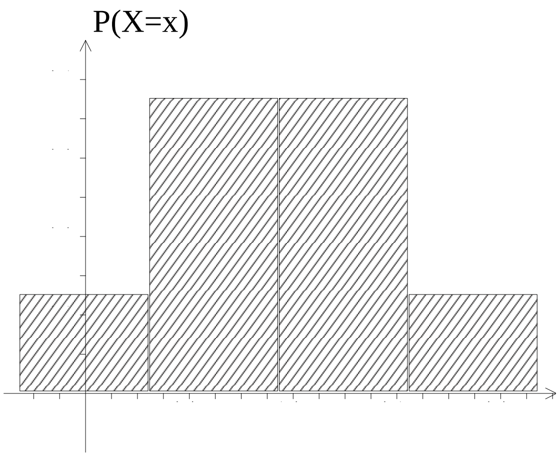
Lösungen IV.2

Übungsblatt:

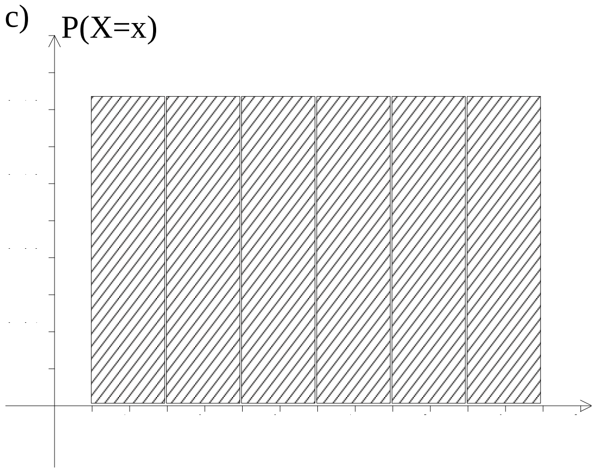
1) a)



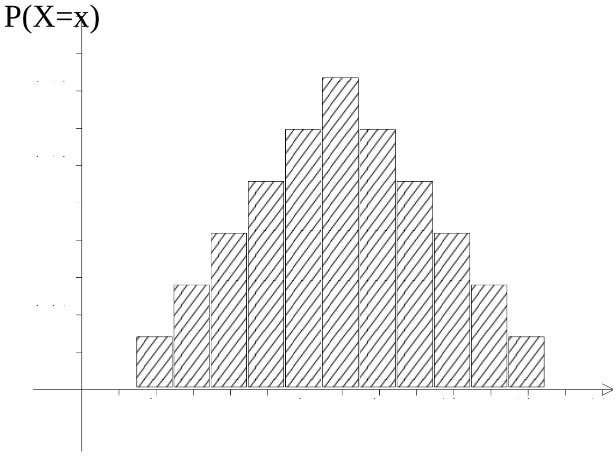
b)



c)

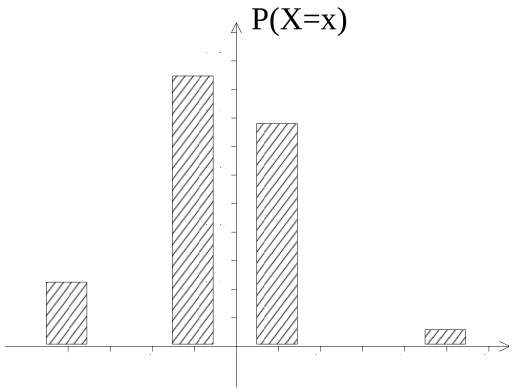


d)



2)

x	5	1	–1	–4
P(X=x)	$\frac{1}{36}$	$\frac{14}{36}$	$\frac{17}{36}$	$\frac{4}{36}$

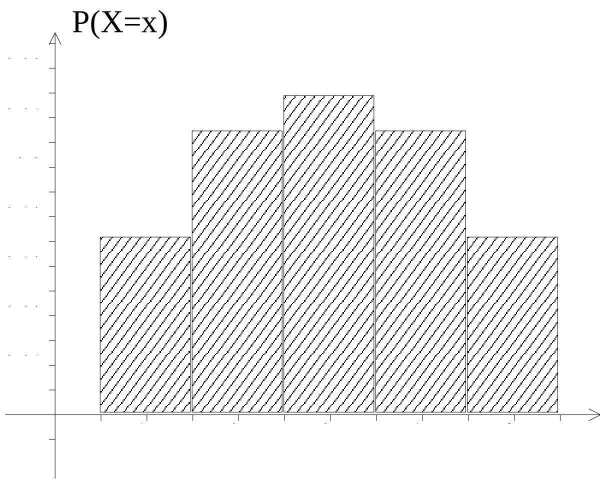


$P(X<5) = \frac{14}{36} + \frac{17}{36} + \frac{4}{36} = \frac{35}{36}$ bzw. $= 1 - P(X \geq 5)$; $P(-1<X \leq 5) = \frac{14}{36} + \frac{1}{36} = \frac{5}{12}$.

4)

x	0	1	2	3	4	5	6
P(X=x)	0	5c	8c	9c	8c	5c	0

$0 + 5c + 8c + 9c + 8c + 5c + 0 = 1 \Rightarrow c = \frac{1}{35}$



<u>Lösungen IV.3</u>

Übungsblatt:

1) E(X) = 3,5; kann nicht geworfen werden!

2) X: Auszahlung ➔ E(X) = 0,95 € ➔ Verlust von 0,05 € pro Spiel; oder: X: Gewinn ➔ E(X) = –0,05 €

3) $E(X) = 11\frac{5}{18}$ € ≈ 11,28 €➔ Einsatz von 11 € wäre annehmbar   4) $\frac{1}{37}$ €

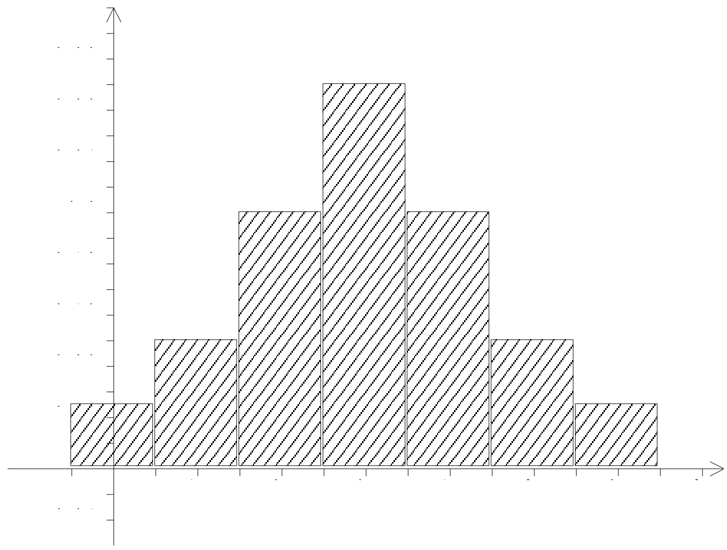
5) a) Ω = {00, 01, 02, 10, 11, 12, 20, 21, 22};

$P(\{00\}) = \frac{1}{36}$; $P(\{01\}) = P(\{10\}) = \frac{1}{18}$; $P(\{02\}) = P(\{20\}) = \frac{1}{12}$; $P(\{11\}) = \frac{1}{9}$;

$P(\{12\}) = P(\{21\}) = \frac{1}{6}$; $P(\{22\}) = \frac{1}{4}$ b) $E(X) = 2\frac{5}{18}$ € ≈ 2,28 €   c) 4,28 €

6) a = 0,05; b = 0,1; c = 0,2

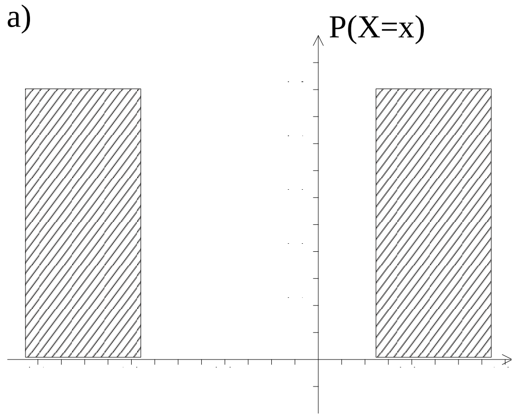
P(X=x)

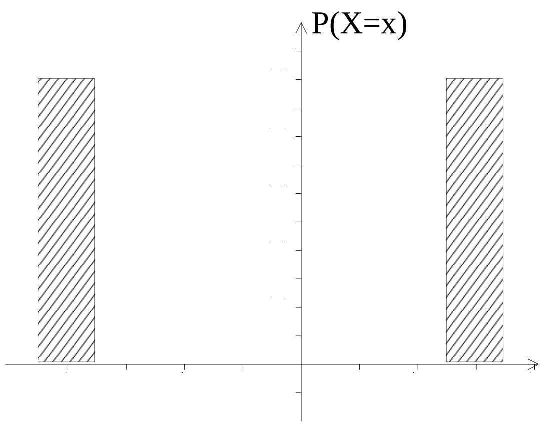


Lösungen IV.4

Arbeitsblatt:

a)





b) –0,5; –0,5

c)

x in €	–2	1
W(x)	0,5	0,5
x – E(X)	–1,5	1,5

x in €	–4	3
W(x)	0,5	0,5
x – E(X)	–3,5	3,5

d) 0; 0

e) Abweichungen nach unten und nach oben heben sich gegenseitig auf; statt dessen z. B.: Beträge addieren!

Übungsblatt:

1) Var(X) = $5\frac{5}{6}$; $\sigma \approx 2{,}42$

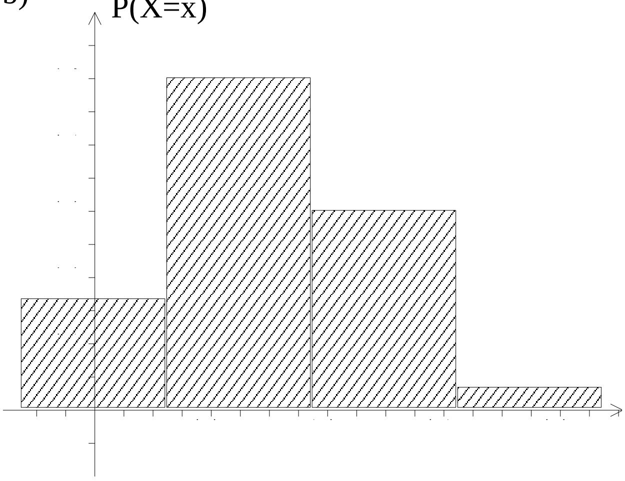
2) a)

Ereignis	**Gewinn / Verlust in €**	**P**
erster Wurf Z	2	0,5
erster Wurf W, zweiter Wurf Z	1	0,25
WWZ	-1	0,125
WWW	-2	0,125

b) E(X) = 0,875; Var(X) = 2,109375; $\sigma \approx 1{,}45$

3) a) $P(X = 0) = \frac{1}{6}$; $P(X = 1) = \frac{1}{2}$; $P(X = 2) = \frac{3}{10}$; $P(X = 3) = \frac{1}{30}$

b)



c) $E(X) = 1{,}2$; $Var(X) = 0{,}56$; $\sigma \approx 0{,}75$

4) a) $E(X_a) = 3{,}44$; $\sigma_a \approx 1{,}27$; $E(X_b) = 3{,}44$; $\sigma_b \approx 1{,}39$ b) Schüler A (Abweichung zu E verglichen mit σ größer)

5) $\sigma \approx 1{,}45$; $P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) = 0{,}7$

Lösungen IV.5

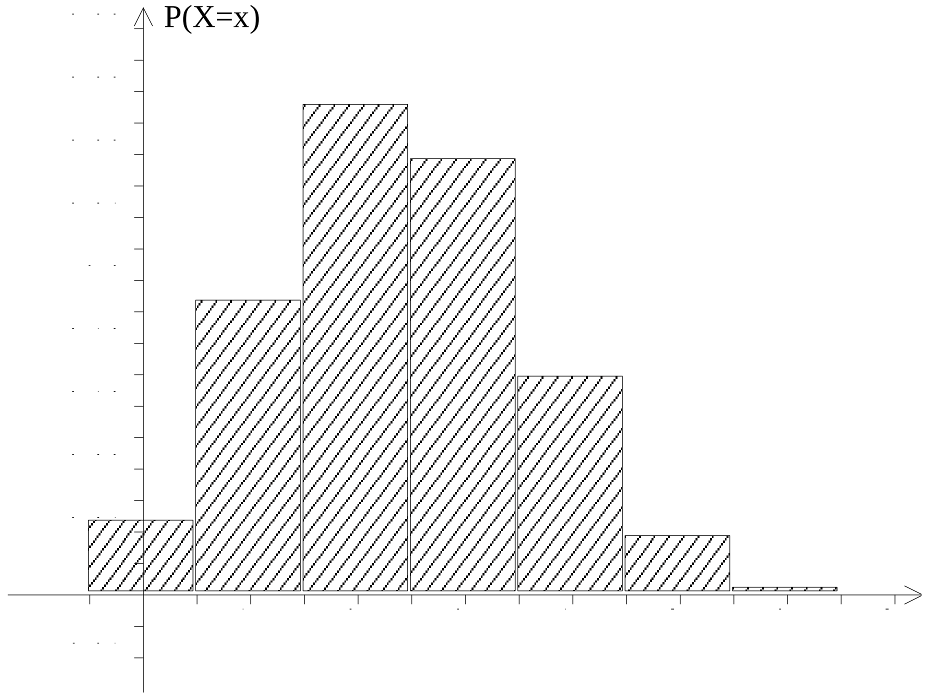
Übungsblatt:

1) a) X ist B(6; 0,4)-verteilt (s. auch Tafelwerk S. 20!)

x	0	1	2	3	4	5	6
P(X=x)	0,04666	0,18662	0,31104	0,27648	0,13824	0,03686	0,00410
$P(X \leq x)$	0,04666	0,23328	0,54432	0,82080	0,95904	0,99590	1,00000

b) siehe nächste Seite

c) $E(X) = 2{,}4$; $Var(X) = 1{,}44$; $\sigma = 1{,}2$



2) a) 2   b) 0,375

3) a) X ist B(20;0,2)-verteilt: s. Tafelwerk S. 16 Mitte   b) E(X) = 4   c) $\approx$ 0,259%

4) a) E(X) = 5; $\sigma \approx 2{,}04$ b) P = 0,78352

5) a) p = 0,6   b) n = 20   c) $P(X=0) = 0{,}4^{20} \approx 1{,}1\cdot10^{-8}$

6) $E(X_1) = 17$; $\sigma_1 \approx 1{,}597$; Abweichung 1 nach unten; $E(X_2) = 7{,}5$; $\sigma_2 \approx 1{,}369$ Abweichung 0,5 nachen unten ➔ Schütze 2 war besser (geringere Abweichung nach unten, verglichen mit σ)

<u>Lösungen IV.6</u>

Arbeitsblatt: 0,17947;   17,9%;   0,04748;   4,75%;   28; $\overline{A} = \{0, 1, ..., 28\}$;   29; $A = \{29, 30, ..., 100\}$