Lösungen I.3

a) Das allgemeine Zählprinzip

206/1
Fragestellung nicht eindeutig… man kann jeder Person 48 verschiedene Briefe schreiben; falls es darum geht, eine bestimmte Person und für diese eine bestimmte Briefsorte auszuwählen, gibt es 1440 Möglichkeiten. Insgesamt gibt es für die gesamte Serienbriefsendung $48^{30} \approx 2{,}74 \cdot 10^{50}$ verschiedene Möglichkeiten.

206/2 a) $26 \cdot 26 \cdot 900 = 608\,400$ b) $29 \cdot 29 \cdot 9000 = 7\,569\,000$

212/1 1680

Blatt:
15) a) 60 b) 12 c) 36

16) a) 125 b) 25 c) 75

22) a) 3024 b) 360 c) 1260 d) 1008 e) 1344 f) 126 g) 144

25) a) 24 b) 12 c) 8 d) 4

37) a) 32 b) 8 c) 16 d) 8 e) 1

b) Permutationen

212/2 24

212/8 $10! = 3\,628\,800$

214/1
a) $20! \approx 2{,}433 \cdot 10^{18}$ b) $10! \cdot 10! \approx 1{,}317 \cdot 10^{13}$ c) $4! \cdot (10! \cdot 5! \cdot 4! \cdot 1!) \approx 2{,}508 \cdot 10^{11}$

213/13 a) $3! = 6$ b) $\frac{6!}{1! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 1!} = 180$ c) $\frac{10!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 1!} = 453\,600$

214/3 a) $3! = 6$ b) $\frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$ c) $\frac{4!}{2! \cdot 1! \cdot 1!} = 12$ d) $5! = 120$

Blatt: 13) 6; 24

c) Variationen

212/3
a) das von Philip (etwa $2{,}4812 \cdot 10^{18}$ Möglichkeiten, bei Mona nur 916 132 832)
b) bei Mona: etwa 10,6 Tage; bei Philip: etwa 78,7 Millionen Jahre

212/6 64 bzw. $2^{60} \approx 1{,}15 \cdot 10^{18}$

213/12 Alle Zahlen müssen noch mit der Anzahl der Druckereien multipliziert werden!
a) $2{,}6 \cdot 10^{9}$ b) $2{,}6 \cdot 10^{11}$ c) $2{,}6 \cdot 10^{13}$

213/16 1 594 323

213/17
In Telefonnummern gibt es keine führenden Nullen, bei 6-stelligen Telefonnummern müssen die entstehenden Zahlen also alle mindestens gleich 100 000 sein. Damit bleiben nur noch 900 000 Nummern.

214/5 10 bzw. 10^{13} ➔ $P = 10^{-13}$

212/7 $\frac{8!}{(8-7)!} = 40\,320$

Blatt:
12) Münze: $|\Omega| = 2\cdot 2\cdot\ldots\cdot 2$ (n mal) $= 2^n$; Würfel: $|\Omega| = 6^n$

35) a) 4096 b) 1024 c) 2048 d) 1024 e) 512

36) mind. 6

d) Kombinationen

212/4 6

212/9 $\frac{\binom{4}{2}}{\binom{5}{2}} = 0{,}6$ (bzw. $\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{4}$)

213/11
Die Gewinnchancen stehen in Belgien besser: dort gibt es nur 5 245 786 Möglichkeiten, in Schweden dagegen 6 724 520. Weitere Kriterien: ?

213/14 126

213/15 306

214/2
Daniel: Der erste stößt mit 22 an (mit sich selbst natürlich nicht), der zweite nur noch mit 21 (mit dem ersten hat er ja schon, und mit sich selbst natürlich auch nicht) usw., der vorletzte nur noch mit einem, der letzte mit keinem mehr (hat schon mit allen).
Stefan: jeweils 2 aus 23 auswählen; beide verschieden ➔ ohne Zurücklegen; Reihenfolge egal
Beide Gedankengänge sind richtig, das Ergebnis ist dasselbe (253).

214/6 Er müsste $\binom{49}{6} \approx 14$ Millionen Scheine ausfüllen. (mit Zusatzzahl: ≈ 140 Millionen)

214/7 $\binom{24}{3}\cdot\binom{20}{2} = 384\,560$

214/8
Urne mit 20 Kugeln, beliebig viele Ziehen ohne Zurücklegen
$\binom{20}{0}+\binom{20}{1}+\binom{20}{2}+\cdots+\binom{20}{20}$ oder 2^{20} (bei jeder Zutat kann man sich entscheiden: nehmen oder nicht nehmen?); Ergebnis in beiden Rechnungen: 1 048 576

gemischt:

212/5
a) $\binom{15}{4} = 1365$ b) $\frac{15!}{(15-4)!} = 32\,760$
c) $\frac{15!}{(15-4)!} + \binom{15}{4}\binom{15}{1}\cdot\frac{4!}{2!}\cdot\binom{14}{2}\cdot\frac{2!}{0!} + \binom{15}{2}\cdot\frac{4!}{2!}\cdot\frac{4!}{2!} + \binom{15}{1}\cdot\frac{4!}{3!}\cdot\binom{14}{1} + \binom{15}{1}\cdot 1 = 81495$

213/10 a) $1\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5 = 15\,120$ b) $6! = 720$

213/18

18.1	a) 120	b) 24	c) 6
18.2	a) 60	b) 12	c) 3
18.4	a) 216	b) 36	c) 6

213/19 Die Kugeln können nun beliebig untereinander vertauscht werden, ohne etwas zu ändern.
a) gemeint ist hier dann wohl: „eine Kugel ist blau‘‘? 240
b) „eine blau, eine grün‘‘? 144

c) „eine schwarz, eine blau, eine weiß‘‘? 144

<u>213/20</u>
Keine allgemeine Lösung angebbar; machen Sie mal…

<u>214/4</u> a) $\binom{20}{15} = 15\,504$ b) 18 c) $\binom{20}{0} + \binom{20}{1} + \binom{20}{2} = 211$

<u>214/9</u>

- Reihenfolge Duschen, Zähneputzen, Haare machen
  3 Kugeln von 3 ziehen, mit Reihenfolge, ohne Zurücklegen; $3! = 6$
- Outfit wählen
  eine Kugel ziehen (oder jeweils eine für jedes Kleidungsstück)
- Müslizutaten wählen
  2 Kugeln (ja/nein), 80mal ziehen ohne Zurücklegen, mit Reihenfolge; $2^{80} \approx 1{,}2$ Quadrillionen
  oder: beliebig viele Kugeln ziehen von 80, ohne Zurücklegen
- Nummernschild
  zwei Urnen mit jeweils 26 Kugeln, eine mit 9, zwei mit 10; jeweils ziehen mit Zurücklegen mit Reihenfolge; $26 \cdot 26 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 10 = 608\,400$
- Fingerabdrücke; Anzahl Möglichkeiten nicht berechenbar, da zu wenig Informationen
- PIN
  Urne mit 10 Kugeln, 4mal Ziehen mit Zurücklegen, mit Reihenfolge; $10^4 = 10\,000$
- Reihenfolge der Fächer
  ziehen ohne Zurücklegen mit Reihenfolge
  Anzahl nicht berechenbar (zu wenig Informationen)