240/1 a) $\vec{n} = \vec{u} \times \vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -12 \\ -5 \end{pmatrix}$ b) hier ist $\vec{u} \times \vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$; wähle z. B. $\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

240/21 $\vec{n} = \pm \frac{1}{\sqrt{65}} \begin{pmatrix} -10 \\ 4 \\ 12 \end{pmatrix}$

240/3 $\vec{a}, \vec{b}$ parallel ==> sin α = 0 ==> $\left|\vec{a} \times \vec{b}\right| = 0$ ==> $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$

240/4, 5 ***Stoff Klasse 12!***

240/6 15 (m^2); $\sqrt{122} \approx 11{,}05$ (m); $3\sqrt{2} \approx 4{,}24$ (m)

240/7 a) sinnlos b) f c) w d) nicht entscheidbar e) w

240/8 parallel zu $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 16 \end{pmatrix}$

240/9 G = 25; $F_{Seite} = 2{,}5\sqrt{31{,}25} \approx 13{,}98$; V: ***Stoff Klasse 12!***

240/10
a) Beim Kreuzprodukt gilt ein Anti-Kommutativgesetz, nicht das übliche Kommutativgesetz.
b) Links steht in der Klammer ein Skalar, mit dem kann man kein Kreuzprodukt berechnen. Außerdem wurde hier anscheinend das Assoziativgesetz der Multiplikation mit dem Distributivgesetz durcheinander gebracht.
c) siehe (a)
d) Links steht ein Vektor, rechts ein Skalar, das kann unmöglich gleich sein.
e) ??? Wie kommt man darauf? Ergibt keinerlei Sinn, wieso sollte das gleich sein?
f) siehe (a)

240/11 $\vec{v} \parallel \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

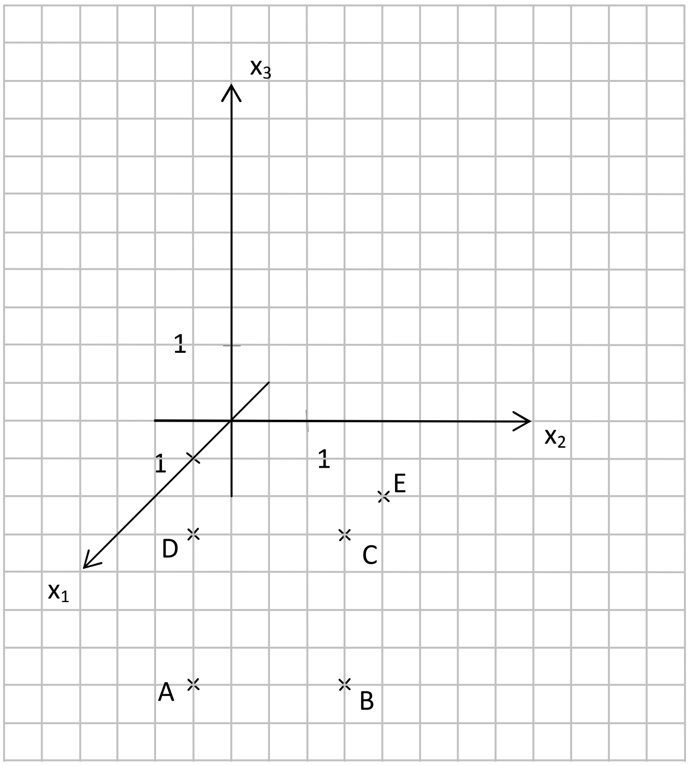
239/1
F = $\frac{\sqrt{769}}{2} \approx 13{,}87$; $a = \sqrt{41} \approx 6{,}40$; $b = \sqrt{34} \approx 5{,}83$; $c = 5$;
$h_a = \sqrt{\frac{769}{41}} \approx 4{,}33$; $h_b = \sqrt{\frac{769}{34}} \approx 4{,}76$; $h_c = \frac{\sqrt{769}}{5} \approx 5{,}55$

239/2 ***Stoff Klasse 12!***

239/3 $O \approx 27{,}80$; V: ***Stoff Klasse 12!***

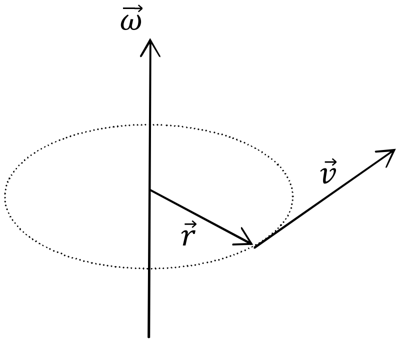
239/4 ***Stoff Klasse 12!*** *steht aber sowieso schon auf S. 238...*

239/5 V: ***Stoff Klasse 12!***



239/6

Bewegt sich ein Körper mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega = \frac{2\pi}{T}$ (T: Umdrehungszeit) um eine Achse, so definiert man den Winkelgeschwindigkeitsvektor $\vec{\omega}$ so, dass sein Betrag gleich ω ist und er so in Richtung der Drehachse zeigt, dass er diese gegen den Uhrzeigersinn umläuft. Ist dann $\vec{r}$ ein Vektor von der Drehachse zum momentanen Ort des Körpers, dann ist sein momentaner Geschwindigkeitsvektor gegeben durch $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$.



239/7 a) F = 50 b) V = 3,36

239/8

a) falsch; sieht man schon am einfachen Beispiel $r = 2, \vec{u} = \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, \vec{v} = \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$

(richtig ist $r\,(\vec{u} \times \vec{v}) = (r\,\vec{u}) \times \vec{v} = \vec{u} \times (r\,\vec{v})$)

b) falsch; sieht man schon am einfachen Beispiel $r = s = 1, \vec{u} = \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, \vec{v} = \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$

c,d) richtig; folgt beides mit Distributiv- und Anti-Kommutativgesetz

239/9

a) $a=\frac{11}{6};\quad b=\frac{11}{3};\quad c=-\frac{23}{18}$

b) $a=-2;\quad b=2;\quad c=-2$ oder $a=1;\quad b=-1;\quad c=1$

234/1

a) $\begin{pmatrix}-13\\-26\\26\end{pmatrix};\quad \begin{pmatrix}13\\26\\-26\end{pmatrix};\quad \sqrt{65};\quad \sqrt{26};\quad 39$

b) $\begin{pmatrix}-80\\-86\\-107\end{pmatrix};\quad \begin{pmatrix}80\\86\\107\end{pmatrix};\quad \sqrt{134};\quad 3\sqrt{21};\quad 3\sqrt{2805}$

c) $\begin{pmatrix}22\\-20\\-81\end{pmatrix};\quad \begin{pmatrix}-22\\20\\81\end{pmatrix};\quad 13;\quad 3\sqrt{6};\quad \sqrt{7445}$

d) $\begin{pmatrix}96\\-54\\24\end{pmatrix};\quad \begin{pmatrix}-96\\54\\-24\end{pmatrix};\quad \sqrt{109};\quad 3\sqrt{17};\quad 6\sqrt{353}$

234/2 $\vec{0};\quad \vec{0}$

234/3 a) nicht kollinear b) kollinear

$\vec{r}\times\vec{s}=\vec{0}$ gilt genau dann, wenn $\vec{r},\vec{s}$ kollinear sind.

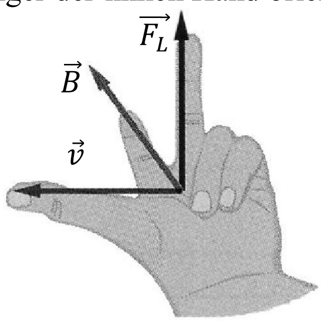
234/4

Stures Nachrechnen, viel Spaß!

z. B. ist $(\vec{a}\times\vec{b})\times\vec{c}=\cdots=\begin{pmatrix}-a_1b_2c_2-a_1b_3c_3+a_2b_1c_2+a_3b_1c_3\\ a_1b_2c_1-a_2b_1c_1-a_2b_3c_3+a_3b_2c_3\\ a_1b_2c_1+a_2b_3c_2-a_3b_1c_1-a_3b_2c_2\end{pmatrix}$ ....

234/5

a) Die Lorentzkraft steht senkrecht auf der Bewegungsrichtung $\vec{v}$ des Elektrons und der Richtung $\vec{B}$ des magnetischen Feldes, und zwar so, dass die drei Vektoren $\vec{v}, \vec{B}, \overrightarrow{F_L}$ wie Daumen, Zeigefinger und Mittelfinger der linken Hand orientiert sind:



b) $\overrightarrow{F_L}=\begin{pmatrix}-1{,}6\cdot10^{-14}\,N\\0\\0\end{pmatrix}$

228/1 a) 6; $\approx 60{,}1°$ b) 65; $\approx 21{,}0°$ c) –21; $\approx 126{,}0°$

228/2 a) gelb b) rot

228/3 ***Hier muss vorausgesetzt werden, dass $\vec{n} \neq \vec{0}$ ist!***

Wenn $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ alle orthogonal zu $\vec{n}$ sind, gilt für die Koordinaten von $\vec{n}$ das LGS

$$\begin{aligned} n_1 a_1 + n_2 a_2 + n_3 a_3 &= 0 \quad \text{I} \\ n_1 b_1 + n_2 b_2 + n_3 b_3 &= 0 \quad \text{II} \\ n_1 c_1 + n_2 c_2 + n_3 c_3 &= 0 \quad \text{III,} \end{aligned}$$

in Matrixform:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} a_1 & a_2 & a_3 & 0 \\ b_1 & b_2 & b_3 & 0 \\ c_1 & c_2 & c_3 & 0 \end{array}\right)$$

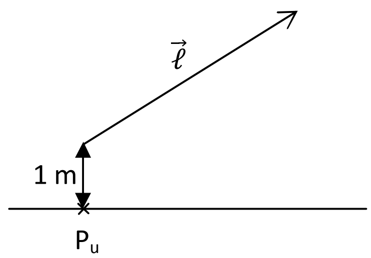
Dieses LGS hat sicher die Lösung $\vec{n} = \vec{0}$, das widerspricht aber der Voraussetzung. Also muss das LGS noch andere Lösungen haben, sprich: es hat unendlich viele Lösungen. Durch Addition von Vielfachen der Gleichungen zueinander muss es also möglich sein, eine Nullzeile zu erhalten. Also muss gelten: Es gibt Zahlen r, s, t ≠ 0, sodass

$$\begin{aligned} r a_1 + s b_1 + t c_1 &= 0 \quad \text{und} \\ r a_2 + s b_2 + t c_2 &= 0 \quad \text{und} \\ r a_3 + s b_3 + t c_3 &= 0 \quad \text{gilt,} \end{aligned}$$

sprich: $r\,\vec{a} + s\,\vec{b} + t\,\vec{c} = \vec{0}$. Nach Definition sind dann $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ linear abhängig.

228/4

a)



b) Beide betragen 9025,2 J.

c) Gemeint ist wohl die Leistung?!? P > 112,2 W

d) $P_o(10|21|9)$

228/5 a) $2\sqrt{5} \approx 4{,}47$ b) ≈ 50,85 kJ

228/6 ***Hangabtriebskraft in 228/4 benötigt, hier erst erklärt...***

a) $F_N \approx 181{,}3$ N; $F_N \approx 84{,}5$ N b) ja

228/7 Nein, die Grundfläche ist zu klein.

227/1 a) ≈ 178,2° b) ≈ 20,0°

227/2 a) ≈ 81,9°; ≈ 37,9°; ≈ 60,3° b) ≈ 142,0°; ≈ 16,3°; ≈ 21,7°

227/3

Kanten unten: ≈ 65,9°; Kanten an der Spitze: ≈ 48,2°; Kanten zur Grundfläche: ≈ 54,7°

227/4 a) nein b) ja c) ja d) nein e) ja

227/5 $\overrightarrow{BA} \circ \overrightarrow{BC} = \cdots = 0$

227/6

$$|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 = |\vec{a}+\vec{b}|^2 \implies |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 = (\vec{a}+\vec{b}) \circ (\vec{a}+\vec{b})$$

$$\implies |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 = \vec{a} \circ \vec{a} + 2\,\vec{a} \circ \vec{b} + \vec{b} \circ \vec{b} \implies |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + 2 + |\vec{b}|^2$$

$$\implies \vec{a} \circ \vec{b} = 0 \implies \vec{a},\ \vec{b} \text{ sind orthogonal}$$

227/7 z.B.: a) $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 17 \\ 20 \\ -28 \end{pmatrix}$

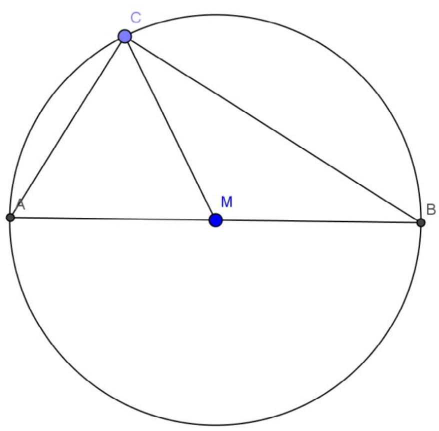
227/8 (jeweils z. B.; vgl. Aufgabe 7!) a) $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 17 \\ 20 \\ -28 \end{pmatrix}$

227/9 jeweils z. B.; Nachweis jeweils mittels „Skalarprodukt = 0"

$\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ -3 \end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 9 \\ 1 \end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$;

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

227/10 Hier wird der Satz des Thales bewiesen.



M ist Umkreismittelpunkt $\implies |\overrightarrow{MC}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}|$

$\overrightarrow{MC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} \implies |\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}|$

quadrieren $\implies \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AB} \circ \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC}^2 = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}^2 \implies \overrightarrow{AB} \circ \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC}^2 = 0$

$\implies (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) \circ \overrightarrow{BC} = 0 \implies \overrightarrow{AC} \circ \overrightarrow{BC} = 0 \implies \overrightarrow{CA} \circ \overrightarrow{CB} = 0$

$\implies$ rechter Winkel bei C

227/11

Die Koordinaten von $\vec{b}$ müssen die Gleichung $b_1 + b_2 = |\vec{b}|$ erfüllen. Mögliche Lösungen:

z. B. $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

227/12 a) ≈ 374 kJ b) ≈ 29,7 m/s

223/1 a) –12 b) –38 c) 14

223/2 ... das Skalarprodukt gegeben ist durch $6 \cdot 12 + 0 \cdot 3 + (-8) \cdot 4 = 40$.

223/3 a) V b) n.d. c) Z d) V e) Z

223/4

Wenn Vektoren kollinear sind, dann ist der Winkel α zwischen ihnen entweder 0° oder 180°. In beiden Fällen ist |cos α| = 1. Mit der Formel für das Skalarprodukt folgt dann sofort die Behauptung.

223/5

a) z. B. für $\vec{a} = \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ergibt die linke Seite $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, die rechte aber $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

b) $\vec{a}$ und $\vec{c}$ haben im Allgemeinen verschiedene Richtungen, können also im Allgemeinen keine Vielfachen voneinander sein.

223/6 a) 1 b) $\sqrt{2}$ c) 5 d) 5 e) $5\sqrt{2}$ f) $5\sqrt{2}$

223/7 a) $\begin{pmatrix} 2/3 \\ -1/3 \\ 2/3 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 4/3 \\ -2/3 \\ 4/3 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 1 \\ -0{,}5 \\ 1 \end{pmatrix}$

223/8 a) + b) + c) 0 d) – e) –

223/9 $E_{pot} = 1610$ J

223/10 W ≈ 81,4 J

215/1 (unten) a) nein b) ja c) nein d) nein e) ja f) nein

215/2 a) nein b) ja c) ja

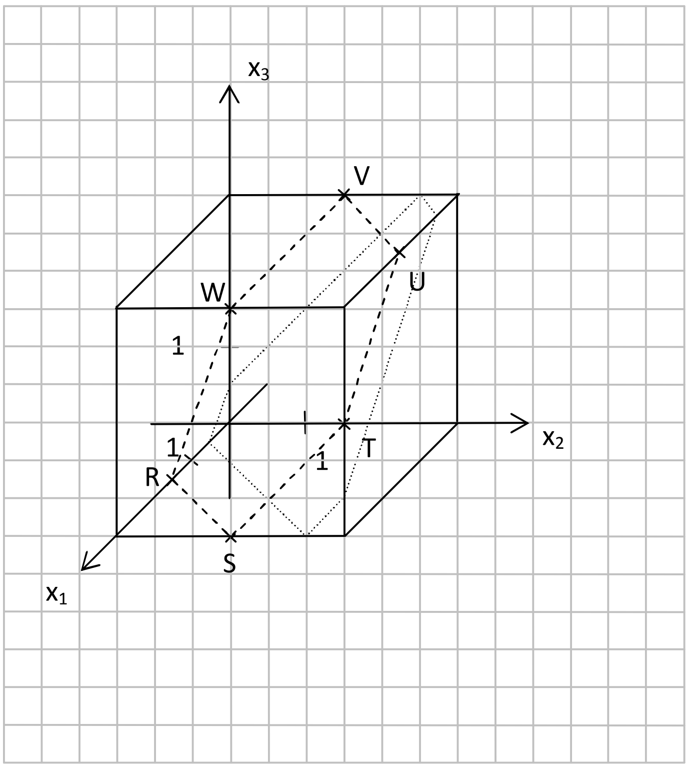
215/3 $\begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ -2 \\ 18 \end{pmatrix} = -14 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + 5 \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \\ 2 \\ 9 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}$

215/4 a) a = 0 b) a ∈ ℝ c) a ∈ ℝ

215/5 a) k = 1,5 b) $-\frac{48}{7}$; $\frac{36}{7}$; $-\frac{1}{7}$

215/6
a) wahr (drei linear unabhängige Vektoren bilden eine Basis des $\mathbb{R}^3$, und bezüglich einer Basis kann man jeden Vektor des Raums darstellen)
b) falsch (das muss für *alle* Vektoren gelten, damit man eine Basis hat)
c) wahr (wegen (a))
d) wahr (denn dann ist ein Vektor als Linearkombination der anderen darstellbar)
e) falsch, sie können auch alle in derselben Ebene liegen, z. B. $\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$
f) wahr (k = l = m = 0)
g) wahr: den Nullvektor kann man immer als Linearkombination von anderen Vektoren schreiben, mit Koeffizienten = 0

216/7
a) rechnerisch zeigen: $\left|\overrightarrow{D_1D_3}\right| = \left|\overrightarrow{D_1G_2}\right| = \left|\overrightarrow{D_3G_2}\right| (= 3\sqrt{2})$ ==> Das Dreieck ist gleichseitig, also natürlich auch gleichschenklig.
b) $4{,}5\sqrt{3}$
c) 4,5, das sind $16{,}\overline{6}\%$ des Würfelvolumens
d) A(3|0|2); B(1|0|0); C(0|1|0); D(0|3|2); E(1|3|3); F(3|1|3)
e) $\overrightarrow{AB} = -2\,\overrightarrow{DE}$
f) unendlich viele Lösungen ==> Die Vektoren sind linear abhängig. ==> Die Punkte B,C,D,E liegen in derselben Ebene.
g, i) U(1,5|3|3); V(0|1,5|3); W(0|0|1,5)



h) $6{,}75\sqrt{3}$ j) $\frac{1}{6}$; $-\frac{1}{6}$; 0 bzw. $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{3}$; 0 bzw. $\frac{1}{3}$; $-\frac{1}{6}$; $\frac{1}{6}$

216/8
a) ≈ 685,4 N; ≈ 455,2 N; ≈ 250,0 N
b) S(1|10/3|10/3); ≈ 1,675 (m)

215/1 (oben) a) unendlich viele Lösungen b) nein

215/2 $\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 9 \end{pmatrix}$

215/3 a) k = 0 oder k = –0,5 b) 4,5; –3; 6

215/4
Machen Sie mal.
(Die Straßennamen bilden im Prinzip ein kartesisches Koordinatensystem für den $\mathbb{R}^2$ (bzw. eigentlich natürlich nur für den Ausschnitt des $\mathbb{R}^2$, der von Manhattan bedeckt wird), also hat man eine Basis für den $\mathbb{R}^2$.)

212/1 linear abhängig

212/2
a) linear unabhängig, also nicht kollinear (nicht parallel)
b) linear abhängig, also komplanar (liegen in derselben Ebene)
c) linear abhängig (liegen alle im $\mathbb{R}^3$)

212/3 linear abhängig für t = –3,4, ansonsten linear unabhängig

212/4 a) linear unabhängig b) linear unabhängig
(Rechenweg jeweils: Gleichung für $\vec{u}, \vec{v}$ hinschreiben; gegebene Zusammenhänge mit $\vec{a}, \vec{b}$ einsetzen; Klammern auflösen und zusammenfassen; lineare Unabhängigkeit von $\vec{a}, \vec{b}$ ausnutzen; 2x2-LGS lösen und damit lineare Unabhängigkeit von $\vec{u}, \vec{v}$ zeigen)

212/5
a) $\overrightarrow{EG} = \frac{1}{2}\vec{a} - \vec{c}$; $\overrightarrow{MS} = \frac{1}{6}\vec{a} - \frac{1}{6}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c}$ b) linear unabhängig (Rechenweg: vgl. 212/4)

212/6 a) rot g) grün (wenn $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{EF}$) c) gelb

208/1 a) r = –1; s = 2 b) r = 2; s = 3

208/2 a) nein b) ja c) nein d) nein e) ja

208/3 a) keines b) komplanar c) komplanar d) komplanar

208/4 ..... Das LGS hat unendlich viele Lösungen.

208/5 a) a = 0 b) a = 1 c) nicht möglich

208/6 nein

208/7 *Annahme: Dargestellt ist ein Quader.*

a) $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{FE}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{HG}$; $\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{BF}, \overrightarrow{GC}, \overrightarrow{HD}$; $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{GF}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{EH}$

b) $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{FE}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{HG}, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{BF}, \overrightarrow{GC}, \overrightarrow{HD}$;

$\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{FE}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{HG}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{GF}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{EH}$;

$\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{BF}, \overrightarrow{GC}, \overrightarrow{HD}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{GF}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{EH}$

208/8 *gemeint ist wohl: 3 Vektoren, die alle kollinear sind?*

$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ kollinear ==> es gibt Zahlen λ, μ, sodass $\vec{b} = \lambda\vec{a}$, $\vec{c} = \mu\vec{a}$

==> $\vec{b}$ ist als Linearkombinaton von $\vec{a}, \vec{c}$ darstellbar und $\vec{c}$ als Linearkombinaton von $\vec{a}, \vec{b}$:

$\vec{b} = \lambda\vec{a} + 0\vec{c}$ und $\vec{c} = \mu\vec{a} + 0\vec{b}$ ==> $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ sind komplanar

208/9 $\begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ -2 \\ 18 \end{pmatrix} = -11\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + 5\begin{pmatrix} 3 \\ 8 \\ 2 \\ 9 \end{pmatrix} - 3\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$

208/10 Für alle a ∈ ℝ hat das LGS unendlich viele Lösungen (Nullzeile in Matrix).

208/11

einige Stichworte: z. B. Geschwindigkeits- und Kraftvektoren, Kräftegleichgewicht

Konkrete Beispiele dazu dürfen Sie sich selbst ausdenken.

208/12 $\overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{DB} = -\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{BC}$

208/13

$\overrightarrow{BS} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AS}$; $\overrightarrow{CS} = -\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AS}$; $\overrightarrow{DS} = -\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AS}$; $\overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}$;

$\overrightarrow{DB} = -\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$

208/14

a) C(0|10|5) b) F = 50 c) M(2|5|6,5) d) $S_1(0|0|10)$; $S_2(0|10|10)$

e) $4000\sqrt{5}$ N ≈ 8944 N; 10 000 N

208/15

$\overrightarrow{M_{AB}M_{BC}} = \overrightarrow{OM_{BC}} - \overrightarrow{OM_{AB}} = \cdots = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA}\right)$

$\overrightarrow{M_{AD}M_{DC}} = \overrightarrow{OM_{DC}} - \overrightarrow{OM_{AD}} = \cdots = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA}\right)$

d. h., gegenüberliegende Seiten sind parallel und gleich lang ==> Parallelogramm

208/16

1) $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{OF} - \overrightarrow{OB}$ berechnen

2) $\overrightarrow{FD} = \overrightarrow{BF}$ setzen

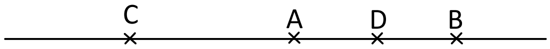
3) Ortsvektor von D berechnen: $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OF} + \overrightarrow{FD}$

4) Koordinaten von D ablesen und D hinschreiben

208/17

a) zeige: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ sind kollinear (Vielfache voneinander)

b) nachrechnen: $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}|$



c) D(1|1,5|–0,5)

d) A, B und C liegen auf einer gemeinsamen Gerade, wenn $\overrightarrow{AB}$ und $\overrightarrow{AC}$ kollinear sind.

208/18

a) S(2/3|4/3|7/3)

b) ***geht weit über den Lehrplan hinaus!***

Wir wählen eine geschlossene Vektorkette durch den Punkt S, z. B. $\overrightarrow{AM_c} + \overrightarrow{M_cS} + \overrightarrow{SA} = \vec{0}$.
Dann drücken wir alle Vektoren der Kette durch Vektoren in derselben Richtung aus, indem wir bekannte und gesuchte Teilverhältnisse verwenden: $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \lambda\, \overrightarrow{M_cC} + \mu\, \overrightarrow{M_aA} = \vec{0}$.
Dann drücken wir alle Vektoren dieser Linearkombination durch die Kantenvektoren $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ aus: $\overrightarrow{M_cC} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ und $\overrightarrow{M_aA} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.
Das setzen wir ein: $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \lambda\left(-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right) + \mu\left(-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}\right) = \vec{0}$
Klammern auflösen und Zusammenfassen: $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\lambda - \frac{1}{2}\mu\right)\overrightarrow{AB} + \left(\lambda - \frac{1}{2}\mu\right)\overrightarrow{AC} = \vec{0}$
Dann nutzen wir aus, dass $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ linear unabhängig sind; deshalb muss gelten:

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\lambda - \frac{1}{2}\mu = 0 \quad \text{und} \quad \lambda - \frac{1}{2}\mu = 0$$

Dieses 2x2-LGS hat die Lösung $\lambda = \frac{1}{3}$; $\mu = \frac{2}{3}$.
Also ist $\overrightarrow{M_cS} = \frac{1}{3}\overrightarrow{M_cC}$, d.h., S teilt die Seitenhalbierende $\overline{CM_c}$ im Verhältnis 2:1.

199/1 a) $\begin{pmatrix} 28 \\ -5 \\ 13 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} -10{,}9 \\ -9{,}3 \\ -9{,}2 \end{pmatrix}$

199/2

zwei Seiten parallel und gleich lang: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \quad | + \overrightarrow{BD}$
==> $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BD}$
Kommutativgesetz ==> $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC}$ ==> $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$
==> Auch die anderen beiden Seiten sind parallel zueinander und gleich lang. ==> Parallelogramm

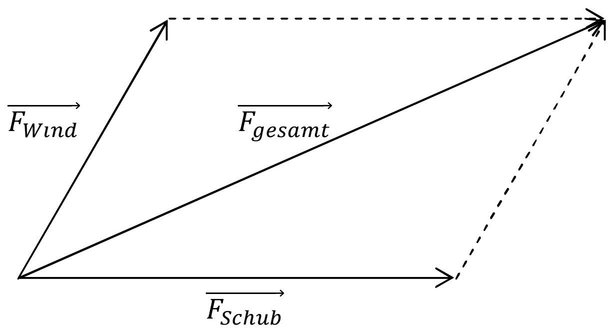
199/3 siehe 209/15

199/4

$\overrightarrow{s_a} = \overrightarrow{AM_a} = \overrightarrow{OM_a} - \overrightarrow{OA} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}\right) - \overrightarrow{OA}$
ebenso folgt: $\overrightarrow{s_b} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}\right) - \overrightarrow{OB}$; $\overrightarrow{s_c} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\right) - \overrightarrow{OC}$
Insgesamt ergibt sich damit: $\overrightarrow{s_a} + \overrightarrow{s_b} + \overrightarrow{s_c} = \cdots = \vec{0}$

<u>199/5</u>

a,b) *Koordinatensystem unnötig für Zeichnung! Maßstab: 1 cm entspricht 1 kN*

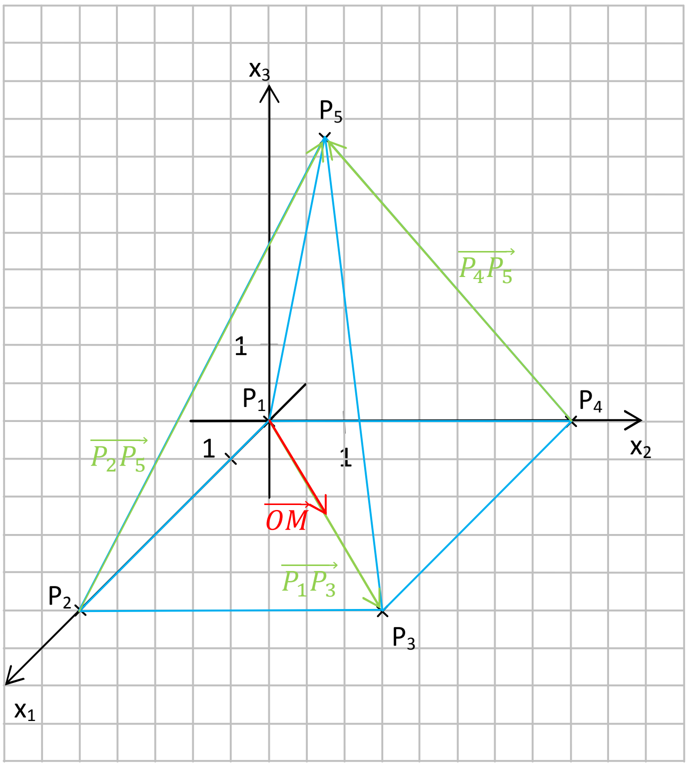


c) etwa 8,5 kN; etwa 24°　　　　g) etwa 20°

d) $\begin{pmatrix} 5{,}8 \\ 0 \end{pmatrix}$ kN　　e) $\begin{pmatrix} 2 \\ 2\sqrt{3} \end{pmatrix}$ kN　　f) $\begin{pmatrix} 7{,}8 \\ 2\sqrt{3} \end{pmatrix}$ kN ==> $F_{gesamt} = \sqrt{72{,}84}$ kN ≈ 8,5 kN

<u>199/6</u>

a,c,e)



b) $\overrightarrow{P_1P_2} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{P_2P_3} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{P_3P_4} = \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{P_4P_5} = \begin{pmatrix} 2{,}5 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{P_1P_3} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{P_4P_2} = \begin{pmatrix} -5 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$

c) $\overrightarrow{P_1P_3}$: eine Diagonale der Grundfläche; $\overrightarrow{P_2P_5}, \overrightarrow{P_4P_5}$: Seitenkanten von Grundfläche zu Spitze

d) $|\overrightarrow{P_2P_5}| = \sqrt{35{,}25} \approx 5{,}94$ = Länge einer Seitenkante

e) $\overrightarrow{OM} = \begin{pmatrix} 4{,}5 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$　　　f) 5　　　g) 20

199/7

a) Linienbreiten: ?
Farben: orange; grün, lila, blau
Linienstile: ? *(ist hier so etwas wie durchgezogen, gestrichelt, gepunktet, ... gemeint?)*
Formen der Linienenden: keine; ausgefüllte Kreise; Pfeilspitzen; ausgefüllte Quadrate
b) Die Linienbreite könnte man z. B. in pt (Punkt) messen; für Farben, Stile und Formen der Enden müsste man jeder Möglichkeit jeweils eine Zahl zuordnen. Dann könnte man die Attribute jeder Linie jeweils als einen vierdimensionalen Vektor angeben.

200/8

zeichnerisch: viel Spaß!
rechnerisch: $\approx 0{,}306$ kN (x$_1$-Achse in Richtung von $\overrightarrow{F_1}$ legen; Komponenten der Kräfte jeweils mit Hilfe von cos und sin ausrechnen; alle addieren; am Schluss den Betrag nehmen)

200/9

Um S zu bestimmen, verwendet man $\overrightarrow{RS} = \frac{1}{2}\overrightarrow{PQ}$, für T verwendet man $\overrightarrow{RT} = \overrightarrow{PR}$, und für U schließlich $\overrightarrow{TU} = \overrightarrow{PQ}$.
Dann sollte man das Zentrum der Streckung festlegen; am einfachsten ist es, wenn man den Ursprung nimmt. Schließlich muss man nur noch die Koordinaten der Punkte bzw. deren Ortsvektoren alle mit 3 multiplizieren.
Endergebnis (neue Punkte):
P'(12|3|6), Q'(12|6|3), R'(7,5|3|6); S'(7,5|4,5|4,5); T'(3|3|6); U'(3 |6|3)

200/10

a) 50 m sollte normalerweise genügen (die höchsten Strommasten Europas sind aber 227 m hoch!)
b) $60 + 100\sqrt{13} \approx 421$ (m)
c) Ich habe keine Ahnung, wie schnell so eine Drohne fliegen bzw. auf- und absteigen kann. Recherchieren Sie mal...
d) Machen Sie mal. Für die rechtlichen Aspekte fragen Sie bitte einen anderen Lehrer...

200/11

a) etwa 439 N; Richtung: siehe Zeichnung?!
b) Winkel werden größer ==> Haltekraft wird kleiner

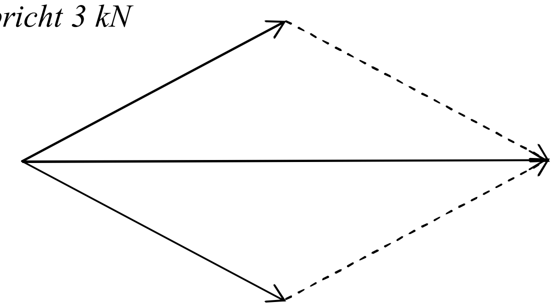
200/12 $\overrightarrow{M_b M_a} = \overrightarrow{OM_a} - \overrightarrow{OM_b} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}\right) - \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}\right) = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}\right) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

200/13

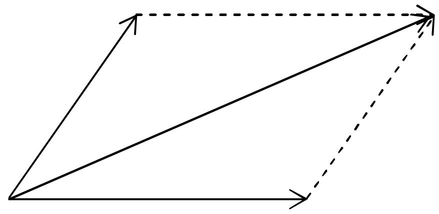
Die Koordinate zur jeweiligen Achse bleibt jeweils gleich, die anderen beiden ändern jeweils ihr Vorzeichen. ==> C$_1$(7|–6|–9); C$_2$(–7|6|–9); C$_3$(–7|–6|9)

197/1 *Maßstab: 1 cm entspricht 3 kN*

==> etwa 27 kN

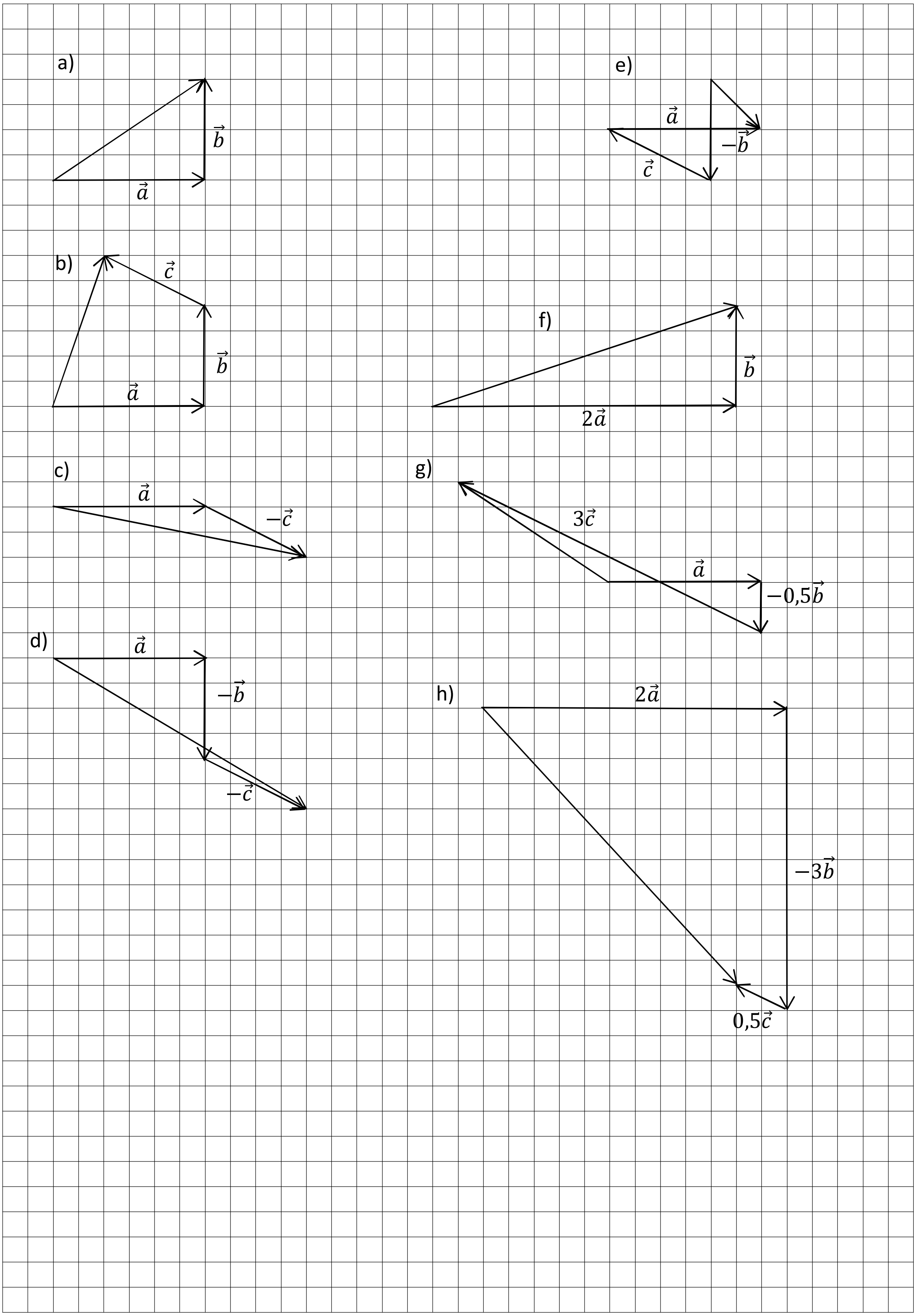


197/2 ***Begriff „resultierende Kraft" wird schon in 197/1 verwendet!***
Maßstab: 1 cm entspricht 10 N
==> etwa 62 kN



197/3 a) unentschieden b) rot; nein

<u>198/4</u>


a)
$\vec{b}$
$\vec{a}$
b)
$\vec{c}$
$\vec{b}$
$\vec{a}$
c)
$\vec{a}$
$-\vec{c}$
d)
$\vec{a}$
$-\vec{b}$
$-\vec{c}$
e)
$\vec{a}$
$-\vec{b}$
$\vec{c}$
f)
$\vec{b}$
$2\vec{a}$
g)
$3\vec{c}$
$\vec{a}$
$-0{,}5\vec{b}$
h)
$2\vec{a}$
$-3\vec{b}$
$0{,}5\vec{c}$

a) $\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$ f) $\begin{pmatrix}6\\2\end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix}5\\-1\end{pmatrix}$ g) $\begin{pmatrix}-3\\2\end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix}5\\-3\end{pmatrix}$ h) $\begin{pmatrix}5\\-5{,}5\end{pmatrix}$

<u>198/5</u>

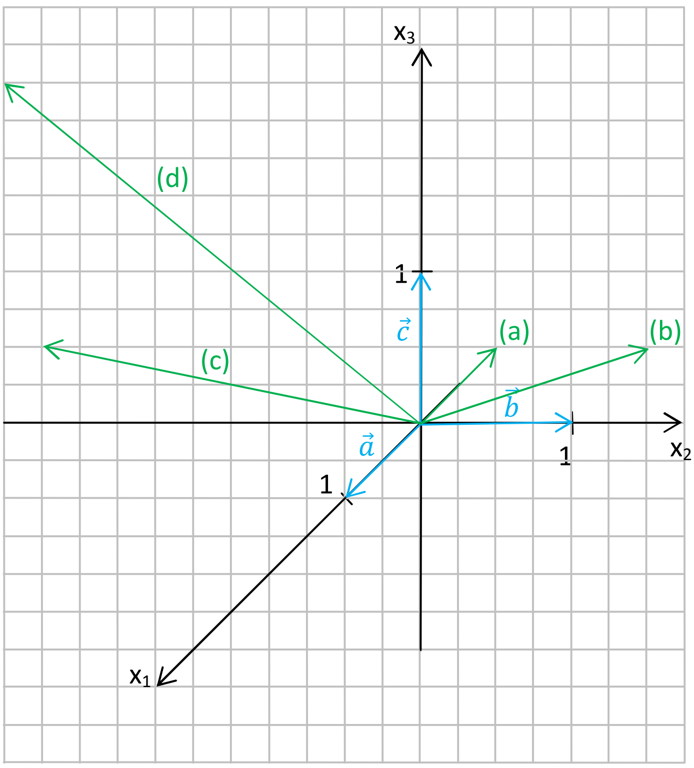
a) $\begin{pmatrix}-0{,}25\\10{,}5\\6\end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix}-1{,}5\\-4{,}25\\-4\end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix}1\\4{,}5\\7\end{pmatrix}$ f) $\begin{pmatrix}7/12\\-38/3\\-2/3\end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix}4\\-2\\-24\end{pmatrix}$ g) $\begin{pmatrix}2{,}5\\24{,}5\\7\end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix}1{,}25\\30{,}5\\6\end{pmatrix}$ h) $\begin{pmatrix}-3{,}5\\22{,}5\\-22\end{pmatrix}$

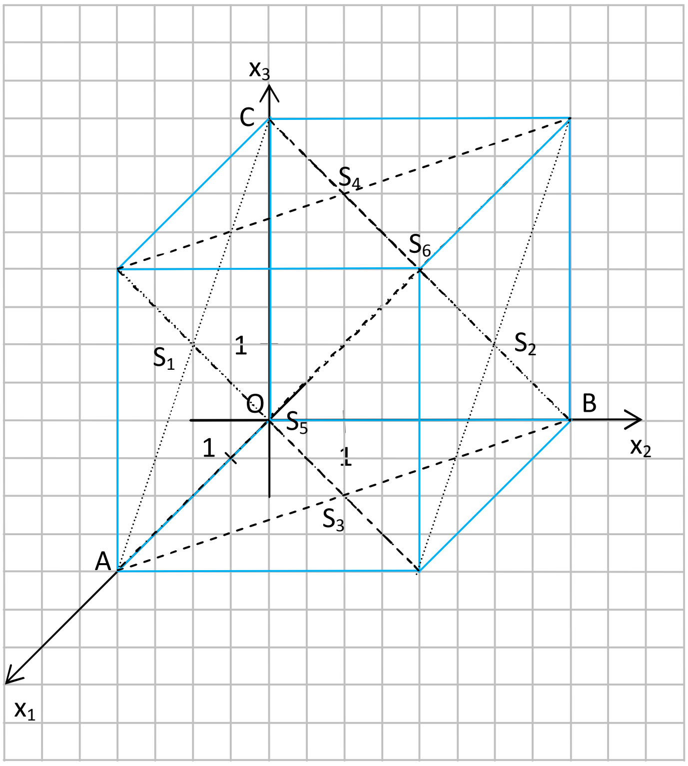
<u>198/6</u>



<u>198/7</u> M(5|4|6)

198/8

a,b)



$S_1(2|0|2)$; $S_2(2|4|2)$; $S_3(2|2|0)$; $S_4(2|2|4)$; $S_5(4|2|2)$; $S_6(0|2|2)$

198/9 nein

198/10

a) $\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}$; $\overrightarrow{AG} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$; $\overrightarrow{AH} = \vec{b} + \vec{c}$; $\overrightarrow{HA} = -\vec{b} - \vec{c}$; $\overrightarrow{DF} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$

b) $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$; $\overrightarrow{AS} = \frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$; $\overrightarrow{SE} = -\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$

c) $\overrightarrow{MS} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$

198/11 a) keine Lösung b) keine Lösung c) x = 6 d) keine Lösung

198/12 ***unlösbar!*** $\left|\overrightarrow{PQ} - \overrightarrow{RS}\right| \geq \sqrt{365} > 11$!

198/13 gelb

192/1

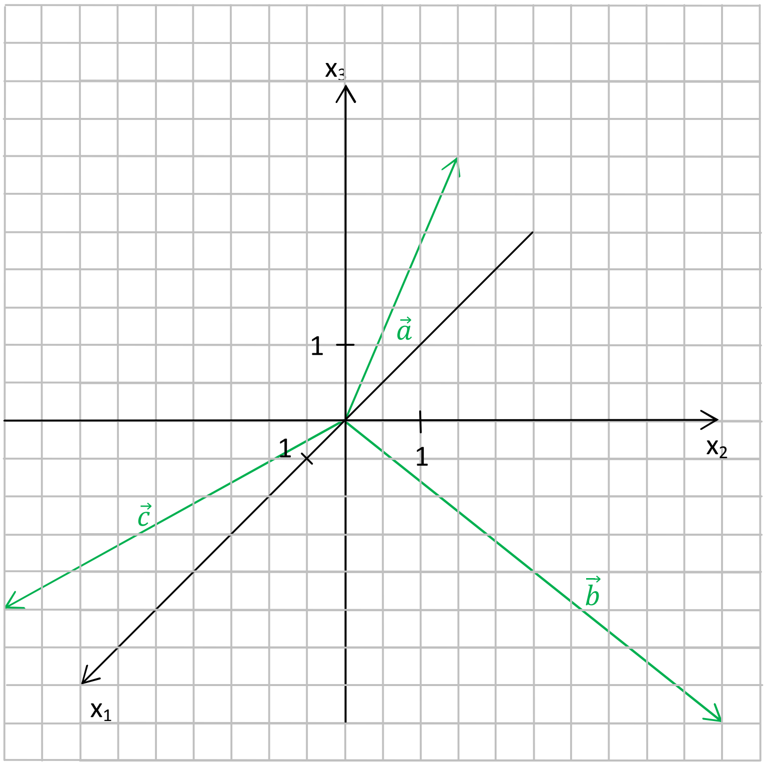
a) $\overrightarrow{GH}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{LK}$; $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{IJ}$

b) $\overrightarrow{GH}, \overrightarrow{EF}, \overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{LK}, \overrightarrow{IJ}$

c) $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{IJ}, \overrightarrow{EF}$; $\overrightarrow{GH}, \overrightarrow{LK}$

192/2 a) $|\vec{a}| = \sqrt{77}$ b) $|\vec{b}| = 3\sqrt{5}$ c) $|\vec{c}| = \sqrt{35}$

a,b,c)



192/3 a) $\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 1 \end{pmatrix}$ b) $\overrightarrow{OQ} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ c) $\overrightarrow{OR} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}$

192/4

$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{CA} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$

u = $4\sqrt{2} + \sqrt{17} + 3$

192/5 nein

192/6 a = –3 oder a = 5

192/7 a) C(0|22) b) C(4|11|14)

192/8 $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2{,}5 \\ 2{,}5 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2{,}5 \\ 2{,}5 \\ 5 \end{pmatrix}$; $\vec{c} = \begin{pmatrix} -2{,}5 \\ 2{,}5 \\ -5 \end{pmatrix}$; $\vec{h} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$

189/1

a) C(20|25|0); D(0|20|20); E(0|25|0)

b) $|\overline{AB}| = 15\sqrt{2}$; $|\overline{CD}| = 20$; $|\overline{AD}| = 30$

189/2

a) A(2|0|0);   B(0|2|0);   C(–2|0|0);   D(0|–2|0);   S(0|0|3)

$|\overline{AB}| = |\overline{BC}| = |\overline{CD}| = |\overline{DA}| = 2\sqrt{2}$

$|\overline{AS}| = |\overline{BS}| = |\overline{CS}| = |\overline{DS}| = \sqrt{13}$

b) *Als Streckzentrum wird der Ursprung verwendet.*

A'(4|0|0);   B'(0|4|0);   C'(–4|0|0);   D'(0|–4|0);   S(0|0|6)