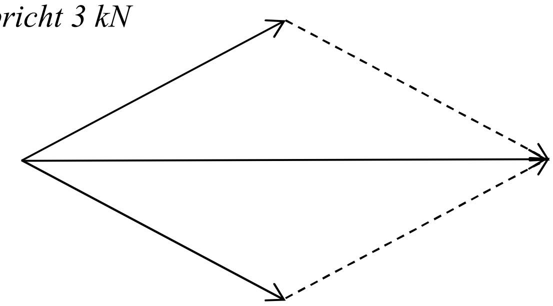
II.1 Zeichnerische Rechenoperationen mit Vektoren

192/1

a) $\overrightarrow{GH}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{LK}$; $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{IJ}$ b) $\overrightarrow{GH}, \overrightarrow{EF}, \overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{LK}, \overrightarrow{IJ}$ c) $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{IJ}, \overrightarrow{EF}$; $\overrightarrow{GH}, \overrightarrow{LK}$

197/1 *Maßstab: 1 cm entspricht 3 kN*

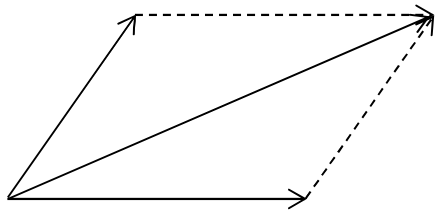
==> etwa 21 kN



197/2 ***Begriff „resultierende Kraft" wird schon in 197/1 verwendet!***

Maßstab: 1 cm entspricht 10 N

==> etwa 62 N



197/3 a) unentschieden b) rot; nein

198/4 nächste Seite!

198/10

a) $\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}$; $\overrightarrow{AG} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$; $\overrightarrow{AH} = \vec{b} + \vec{c}$; $\overrightarrow{HA} = -\vec{b} - \vec{c}$; $\overrightarrow{DF} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$

b) $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$; $\overrightarrow{AS} = \frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$; $\overrightarrow{SE} = -\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$ c) $\overrightarrow{MS} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$

198/13 gelb

199/2

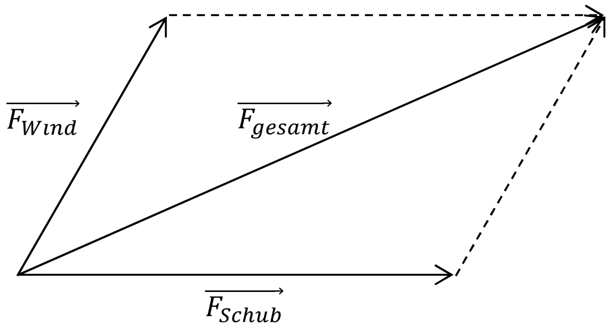
zwei Seiten parallel und gleich lang: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \quad | + \overrightarrow{BD}$

==> $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BD}$

Kommutativgesetz ==> $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC}$ ==> $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

==> Auch die anderen beiden Seiten sind parallel zueinander und gleich lang. ==> Parallelogramm

199/5 a,b) *Koordinatensystem unnötig für Zeichnung! Maßstab: 1 cm entspricht 1 kN*

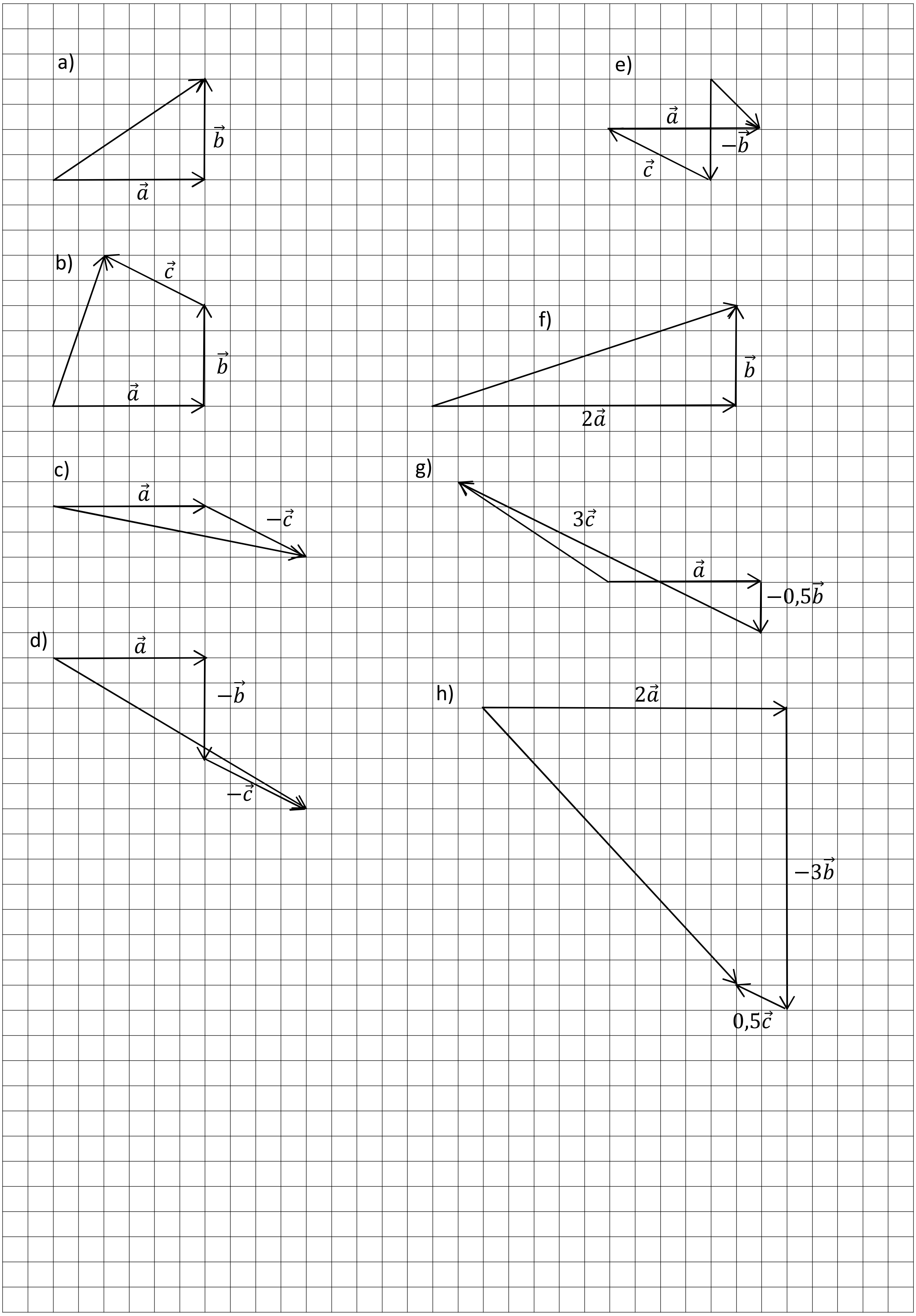


c) etwa 8,5 kN; etwa 24° g) etwa 20°

200/11

a) etwa 439 N; Richtung: siehe Zeichnung?!

b) Winkel werden größer ==> Haltekraft wird kleiner



a)
$\vec{b}$
$\vec{a}$
b)
$\vec{c}$
$\vec{b}$
$\vec{a}$
c)
$\vec{a}$
$-\vec{c}$
d)
$\vec{a}$
$-\vec{b}$
$-\vec{c}$
e)
$\vec{a}$
$-\vec{b}$
$\vec{c}$
f)
$\vec{b}$
$2\vec{a}$
g)
$3\vec{c}$
$\vec{a}$
$-0,5\vec{b}$
h)
$2\vec{a}$
$-3\vec{b}$
$0,5\vec{c}$

<u>208/12</u> $\overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{DB} = -\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{BC}$

<u>208/13</u>
$\overrightarrow{BS} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AS}$; $\overrightarrow{CS} = -\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AS}$; $\overrightarrow{DS} = -\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AS}$; $\overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}$;
$\overrightarrow{DB} = -\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$

Lambacher-Schweizer Geometrie 2:
<u>227/6</u> ohne Zeichnung!
a) $\overrightarrow{PR}$ b) $\overrightarrow{AR}$ c) $\overrightarrow{CB}$ d) $\overrightarrow{RQ}$ e) $\overrightarrow{AC}$ f) $\overrightarrow{DA}$ g) $\overrightarrow{RT}$ h) $\overrightarrow{BA}$ i) $\overrightarrow{AD}$ j) $\overrightarrow{PS}$ k) $\overrightarrow{AD}$ l) $\overrightarrow{AD}$

<u>229/4</u> a) $-\frac{3}{2}\vec{b} + \frac{3}{4}\vec{c}$ b) $6{,}8\vec{a} - 2\vec{c}$ c) $3{,}6\vec{a} - 4{,}5\vec{b}$ d) $\vec{a} - 3{,}3\vec{b}$ e) $8\,\overrightarrow{AB} - 3{,}5\,\overrightarrow{AC}$

<u>229/6</u> $\vec{x} = -\frac{4}{3}\vec{c} + \frac{3}{2}\vec{b}$; $\vec{y} = -\frac{4}{3}\vec{c} + \frac{6}{5}\vec{d}$; $\vec{z} = -\vec{e} + \frac{6}{5}\vec{d}$; $\vec{u} = -\frac{5}{3}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{e}$; $\vec{v} = -\frac{3}{2}\vec{b} + \frac{5}{3}\vec{a}$

<u>230/13</u> a) $4{,}6\vec{a} - 2{,}5\vec{b}$ b) $-0{,}95\vec{a} - 1{,}5\vec{b}$ c) $-1{,}425\vec{a} - 2{,}25\vec{b}$ d) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1{,}2\right)\vec{a} + \left(0{,}5 - 2\sqrt{2}\right)\vec{b}$

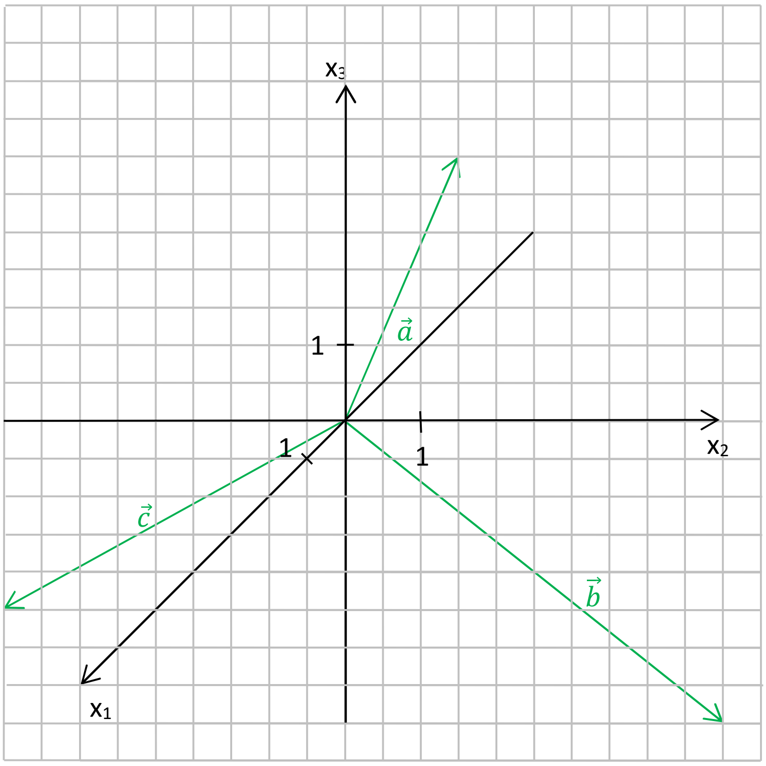
<u>230/14</u> $\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}\right)$; $-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$; $-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$; $-\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}\right)$; $-2\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD}$

<u>II.2 Koordinatendarstellung</u>

<u>189/1</u> a) C(20|25|0); D(0|20|20); E(0|25|0) b) $|\overrightarrow{AB}| = 15\sqrt{2}$; $|\overrightarrow{CD}| = 20$; $|\overrightarrow{AD}| = 30$

<u>189/2</u>
a) A(2|0|0); B(0|2|0); C(–2|0|0); D(0|–2|0); S(0|0|3)
$|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{CD}| = |\overrightarrow{DA}| = 2\sqrt{2}$
$|\overrightarrow{AS}| = |\overrightarrow{BS}| = |\overrightarrow{CS}| = |\overrightarrow{DS}| = \sqrt{13}$
b) *Als Streckzentrum wird der Ursprung verwendet.*
A'(4|0|0); B'(0|4|0); C'(–4|0|0); D'(0|–4|0); S(0|0|6)

<u>192/2</u> a) $|\vec{a}| = \sqrt{77}$ b) $|\vec{b}| = 3\sqrt{5}$ c) $|\vec{c}| = \sqrt{35}$
a,b,c)



192/3 a) $\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 1 \end{pmatrix}$ b) $\overrightarrow{OQ} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ c) $\overrightarrow{OR} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}$

192/4 $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{CA} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$; u = $4\sqrt{2} + \sqrt{17} + 3$

192/5 nein

192/6 a = –3 oder a = 5

192/7 a) C(0|22) b) C(4|11|14)

192/8 $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2{,}5 \\ 2{,}5 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2{,}5 \\ 2{,}5 \\ 5 \end{pmatrix}$; $\vec{c} = \begin{pmatrix} -2{,}5 \\ 2{,}5 \\ -5 \end{pmatrix}$; $\vec{h} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$

198/4

a) $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ f) $\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$ g) $\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix}$ h) $\begin{pmatrix} 5 \\ -5{,}5 \end{pmatrix}$

198/5

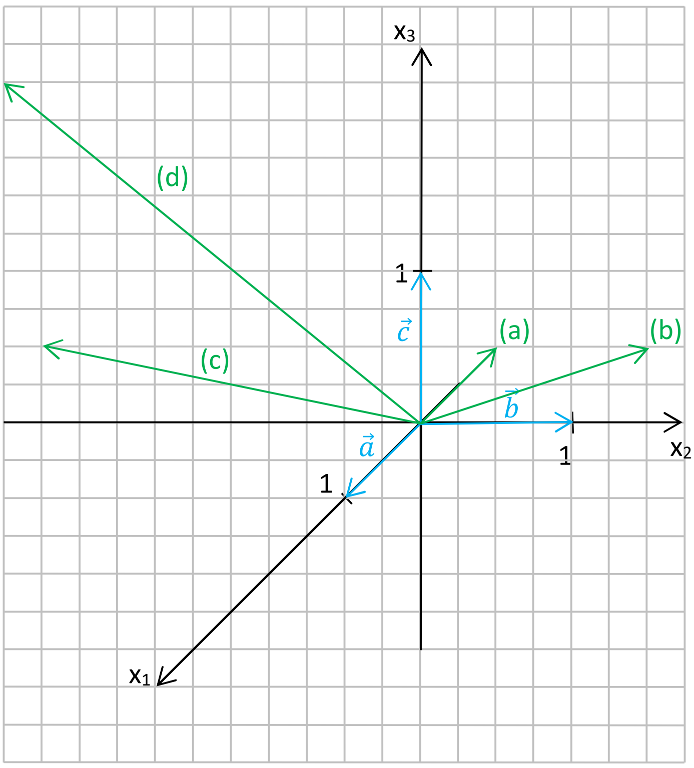
a) $\begin{pmatrix} -0{,}25 \\ 10{,}5 \\ 6 \end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix} -1{,}5 \\ -4{,}25 \\ -4 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 1 \\ 4{,}5 \\ 7 \end{pmatrix}$ f) $\begin{pmatrix} 7/12 \\ -38/3 \\ -2/3 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -24 \end{pmatrix}$ g) $\begin{pmatrix} 2{,}5 \\ 24{,}5 \\ 7 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 1{,}25 \\ 30{,}5 \\ 6 \end{pmatrix}$ h) $\begin{pmatrix} -3{,}5 \\ 22{,}5 \\ -22 \end{pmatrix}$

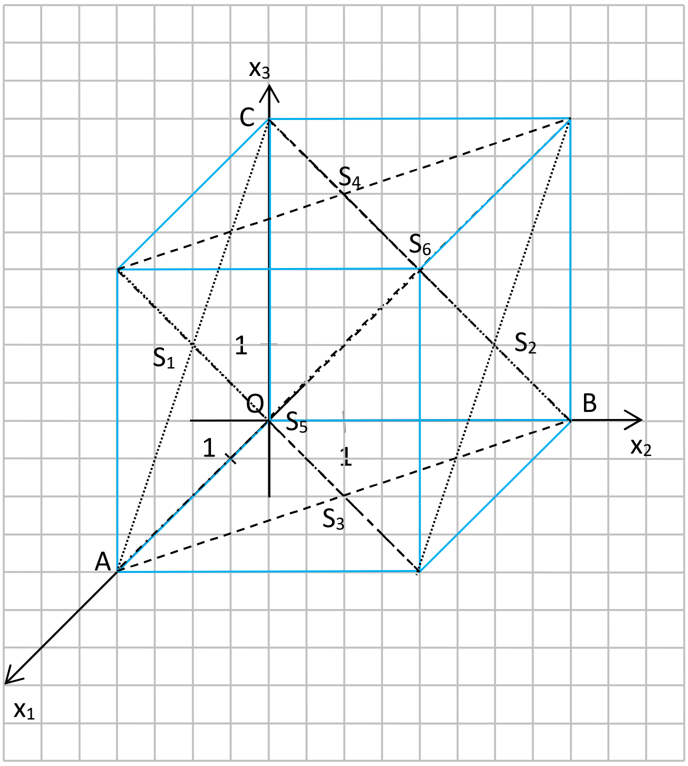
198/6



198/7 M(5|4|6)

198/8

a,b)



$S_1(2|0|2)$; $S_2(2|4|2)$; $S_3(2|2|0)$; $S_4(2|2|4)$; $S_5(4|2|2)$; $S_6(0|2|2)$

198/9 nein

198/11 a) keine Lösung b) keine Lösung c) x = 6 d) keine Lösung

198/12 ***unlösbar!*** $\left|\overrightarrow{PQ} - \overrightarrow{RS}\right| \geq \sqrt{365} > 11$!

199/1 a) $\begin{pmatrix} 28 \\ -5 \\ 13 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} -10{,}9 \\ -9{,}3 \\ -9{,}2 \end{pmatrix}$

199/3

$\overrightarrow{M_{AB}M_{BC}} = \overrightarrow{OM_{BC}} - \overrightarrow{OM_{AB}} = \cdots = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA}\right)$

$\overrightarrow{M_{AD}M_{DC}} = \overrightarrow{OM_{DC}} - \overrightarrow{OM_{AD}} = \cdots = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA}\right)$

d. h., gegenüberliegende Seiten sind parallel und gleich lang ==> Parallelogramm

199/4

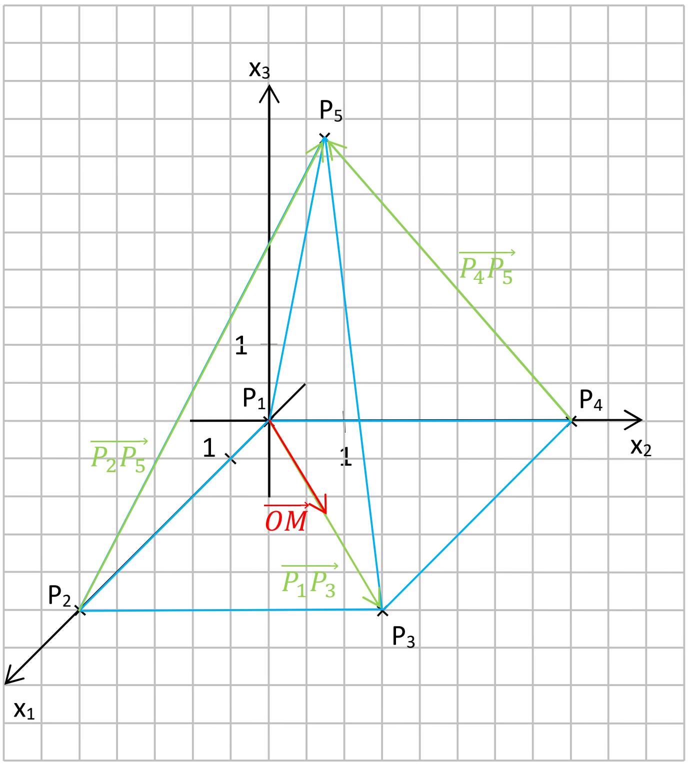
$\overrightarrow{s_a} = \overrightarrow{AM_a} = \overrightarrow{OM_a} - \overrightarrow{OA} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}\right) - \overrightarrow{OA}$

ebenso folgt: $\overrightarrow{s_b} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}\right) - \overrightarrow{OB}$; $\overrightarrow{s_c} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\right) - \overrightarrow{OC}$

Insgesamt ergibt sich damit: $\overrightarrow{s_a} + \overrightarrow{s_b} + \overrightarrow{s_c} = \cdots = \vec{0}$

199/5 d) $\begin{pmatrix}5{,}8\\0\end{pmatrix}$ kN e) $\begin{pmatrix}2\\2\sqrt{3}\end{pmatrix}$ kN f) $\begin{pmatrix}7{,}8\\2\sqrt{3}\end{pmatrix}$ kN ==> $F_{gesamt} = \sqrt{72{,}84}$ kN ≈ 8,5 kN

199/6
a,c,e)



b) $\overrightarrow{P_1P_2} = \begin{pmatrix}5\\0\\0\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{P_2P_3} = \begin{pmatrix}0\\4\\0\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{P_3P_4} = \begin{pmatrix}-5\\0\\0\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{P_4P_5} = \begin{pmatrix}2{,}5\\-2\\5\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{P_1P_3} = \begin{pmatrix}5\\4\\0\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{P_4P_2} = \begin{pmatrix}-5\\-4\\0\end{pmatrix}$

c) $\overrightarrow{P_1P_3}$: eine Diagonale der Grundfläche; $\overrightarrow{P_2P_5}, \overrightarrow{P_4P_5}$: Seitenkanten von Grundfläche zu Spitze

d) $\left|\overrightarrow{P_2P_5}\right| = \sqrt{35{,}25} \approx 5{,}94$ = Länge einer Seitenkante

e) $\overrightarrow{OM} = \begin{pmatrix}4{,}5\\3\\1\end{pmatrix}$ f) 5 g) 20

199/7
a) Linienbreiten: ?
Farben: orange; grün, lila, blau
Linienstile: ? *(ist hier so etwas wie durchgezogen, gestrichelt, gepunktet, ... gemeint?)*
Formen der Linienenden: keine; ausgefüllte Kreise; Pfeilspitzen; ausgefüllte Quadrate
b) Die Linienbreite könnte man z. B. in pt (Punkt) messen; für Farben, Stile und Formen der Enden müsste man jeder Möglichkeit jeweils eine Zahl zuordnen. Dann könnte man die Attribute jeder Linie jeweils als einen vierdimensionalen Vektor angeben.

200/8
zeichnerisch: viel Spaß!
rechnerisch: ≈ 0,306 kN (x1-Achse in Richtung von $\overrightarrow{F_1}$ legen; Komponenten der Kräfte jeweils mit Hilfe von cos und sin ausrechnen; alle addieren; am Schluss den Betrag nehmen)

200/9
Um S zu bestimmen, verwendet man $\overrightarrow{RS} = \frac{1}{2}\overrightarrow{PQ}$, für T verwendet man $\overrightarrow{RT} = \overrightarrow{PR}$, und für U schließlich $\overrightarrow{TU} = \overrightarrow{PQ}$.

Dann sollte man das Zentrum der Streckung festlegen; am einfachsten ist es, wenn man den Ursprung nimmt. Schließlich muss man nur noch die Koordinaten der Punkte bzw. deren Ortsvektoren alle mit 3 multiplizieren.
Endergebnis (neue Punkte):
P'(12|3|6), Q'(12|6|3), R'(7,5|3|6); S'(7,5|4,5|4,5); T'(3|3|6); U'(3 |6|3)

<u>200/10</u>
a) 50 m sollte normalerweise genügen (die höchsten Strommasten Europas sind aber 227 m hoch!)
b) $60 + 100\sqrt{13}$ ≈ 421 (m)
c) Ich habe keine Ahnung, wie schnell so eine Drohne fliegen bzw. auf- und absteigen kann. Recherchieren Sie mal...
d) Machen Sie mal. Für die rechtlichen Aspekte fragen Sie bitte einen anderen Lehrer...

<u>200/12</u> $\overrightarrow{M_bM_a} = \overrightarrow{OM_a} - \overrightarrow{OM_b} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}\right) - \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}\right) = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}\right) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

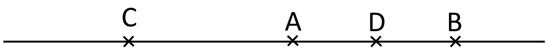
<u>200/13</u>
Die Koordinate zur jeweiligen Achse bleibt jeweils gleich, die anderen beiden ändern jeweils ihr Vorzeichen. ==> $C_1(7|-6|-9)$; $C_2(-7|6|-9)$; $C_3(-7|-6|9)$

<u>209/14</u>
a) C(0|10|5) b) F = 50 c) M(2|5|6,5) d) $S_1(0|0|10)$; $S_2(0|10|10)$
e) $4000\sqrt{5}$ N ≈ 8944 N; 10 000 N

<u>209/15</u> siehe 199/3

<u>209/16</u>
1) $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{OF} - \overrightarrow{OB}$ berechnen
2) $\overrightarrow{FD} = \overrightarrow{BF}$ setzen
3) Ortsvektor von D berechnen: $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OF} + \overrightarrow{FD}$
4) Koordinaten von D ablesen und D hinschreiben

<u>209/17</u>
a) zeige: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ sind kollinear (Vielfache voneinander)
b) nachrechnen: $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \left|\overrightarrow{AC}\right|$



c) D(1|1,5|–0,5)
d) A, B und C liegen auf einer gemeinsamen Gerade, wenn $\overrightarrow{AB}$ und $\overrightarrow{AC}$ kollinear sind.

<u>209/18</u> a) S(2/3|4/3|7/3)
b) $M_c(2,5|0,5|3)$ ➔ $\overrightarrow{CS} = \begin{pmatrix} 11/3 \\ -5/3 \\ 4/3 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{SM_c} = \begin{pmatrix} 11/6 \\ -5/6 \\ 2/3 \end{pmatrix}$ ➔ $\overrightarrow{CS} = 2 \cdot \overrightarrow{SM_c}$ ➔ $|\overrightarrow{CS}| = 2 \cdot |\overrightarrow{SM_c}|$

<u>223/6</u> a) 1 b) $\sqrt{2}$ c) 5 d) 5 e) $5\sqrt{2}$ f) $5\sqrt{2}$

<u>223/7</u> a) $\begin{pmatrix} 2/3 \\ -1/3 \\ 2/3 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 4/3 \\ -2/3 \\ 4/3 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 1 \\ -0,5 \\ 1 \end{pmatrix}$

altes Buch Klasse 12 (winklers-Verlag):

<u>29/2</u> a) $\alpha = 4{,}5; \beta = -\frac{2}{3}$ b) keine Lösung c) keine Lösung d) ∞ viele Lösungen: $\alpha = -2\lambda; \beta = \frac{1}{\lambda}$

Lambacher-Schweizer Geometrie 2 <u>234/5</u>
a) M(4; 4) b) M(1; 1) c) M(–2; 1) d) M(3,5; 5,5; 5) e) M(2; 3; –1,5) f) M(1,25; 0,25; 1,75)

Lambacher-Schweizer Analytische Geometrie:

<u>119/4</u> $\frac{1}{\sqrt{5}}\begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix}$; $\frac{1}{\sqrt{14}}\begin{pmatrix}3\\-2\\1\end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix}0\\-1\\0\end{pmatrix}$; $\frac{1}{3}\begin{pmatrix}2\\2\\1\end{pmatrix}$; $\frac{1}{\sqrt{26}}\begin{pmatrix}3\\1\\4\end{pmatrix}$; $\frac{1}{5}\begin{pmatrix}4\\3\\0\end{pmatrix}$; $\frac{1}{\sqrt{10}}\begin{pmatrix}\sqrt{2}\\\sqrt{3}\\\sqrt{5}\end{pmatrix}$; $\frac{1}{21}\begin{pmatrix}\sqrt{146}\\\sqrt{147}\\\sqrt{148}\end{pmatrix}$

<u>119/5</u> $s_a = 4{,}5$; $s_b = \sqrt{24{,}75} = 1{,}5\sqrt{11} \approx 4{,}97$; $s_c = \sqrt{58{,}5} = 1{,}5\sqrt{26} \approx 7{,}65$

<u>II.3 Lineare (Un)abhängigkeit</u>

<u>208/1</u> a) r = −1; s = 2 b) r = 2; s = 3

<u>208/2</u> a) nein b) ja c) nein d) nein e) ja

<u>208/3</u> a) keines b) komplanar c) komplanar d) komplanar

<u>208/4</u> ..... Das LGS hat unendlich viele Lösungen.

<u>208/5</u> a) a = 0 b) a = 1 c) nicht möglich

<u>208/6</u> nein

<u>208/7</u> *Annahme: Dargestellt ist ein Quader.*
a) $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{FE}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{HG}$; $\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{BF}, \overrightarrow{GC}, \overrightarrow{HD}$; $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{GF}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{EH}$
b) $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{FE}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{HG}, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{BF}, \overrightarrow{GC}, \overrightarrow{HD}$;
$\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{FE}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{HG}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{GF}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{EH}$;
$\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{BF}, \overrightarrow{GC}, \overrightarrow{HD}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{GF}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{EH}$

<u>208/8</u> *gemeint ist wohl: 3 Vektoren, die alle kollinear sind?*
$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ kollinear ==> es gibt Zahlen λ, μ, sodass $\vec{b} = \lambda\vec{a}$, $\vec{c} = \mu\vec{a}$
==> $\vec{b}$ ist als Linearkombinaton von $\vec{a}, \vec{c}$ darstellbar und $\vec{c}$ als Linearkombinaton von $\vec{a}, \vec{b}$:
$\vec{b} = \lambda\vec{a} + 0\vec{c}$ und $\vec{c} = \mu\vec{a} + 0\vec{b}$ ==> $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ sind komplanar

<u>208/9</u> $\begin{pmatrix}1\\6\\-2\\18\end{pmatrix} = -11\begin{pmatrix}1\\2\\0\\3\end{pmatrix} + 5\begin{pmatrix}3\\8\\2\\9\end{pmatrix} - 3\begin{pmatrix}1\\4\\4\\-2\end{pmatrix}$

<u>208/10</u> Für alle a ∈ ℝ hat das LGS unendlich viele Lösungen (Nullzeile in Matrix).

<u>208/11</u>
einige Stichworte: z. B. Geschwindigkeits- und Kraftvektoren, Kräftegleichgewicht
Konkrete Beispiele dazu dürfen Sie sich selbst ausdenken.

<u>212/1</u> linear abhängig

212/2
a) linear unabhängig, also nicht kollinear (nicht parallel)
b) linear abhängig, also komplanar (liegen in derselben Ebene)
c) linear abhängig (liegen alle im $\mathbb{R}^3$)

212/3 linear abhängig für t = –3,4, ansonsten linear unabhängig

212/4 a) linear unabhängig b) linear unabhängig
(Rechenweg jeweils: Gleichung für $\vec{u},\vec{v}$ hinschreiben; gegebene Zusammenhänge mit $\vec{a},\vec{b}$ einsetzen; Klammern auflösen und zusammenfassen; lineare Unabhängigkeit von $\vec{a},\vec{b}$ ausnutzen; 2x2-LGS lösen und damit lineare Unabhängigkeit von $\vec{u},\vec{v}$ zeigen)

212/5
a) $\overrightarrow{EG} = \frac{1}{2}\vec{a} - \vec{c}$; $\overrightarrow{MS} = \frac{1}{6}\vec{a} - \frac{1}{6}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c}$ b) linear unabhängig (Rechenweg: vgl. 212/4)

212/6 a) rot b) grün (wenn $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{EF}$) c) gelb

215/1 (unten) a) nein b) ja c) nein d) nein e) ja f) nein

215/2 a) nein b) ja c) ja

215/3 $\begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ -2 \\ 18 \end{pmatrix} = -14\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + 5\begin{pmatrix} 3 \\ 8 \\ 2 \\ 9 \end{pmatrix} - 3\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}$

215/4 a) a = 0 b) a ∈ $\mathbb{R}$ c) a ∈ $\mathbb{R}$

216/8
a) ≈ 685,4 N; ≈ 455,2 N; ≈ 250,0 N
b) S(1|10/3|10/3); ≈ 1,675 (m)

II.4 Basis und Dimension

a) Begriffe
215/3 (oben) a) k = 0 oder k = –0,5

215/5 (unten) a) k = 1,5

215/4 (oben)
Machen Sie mal. (Die Straßennamen bilden im Prinzip ein kartesisches Koordinatensystem für den $\mathbb{R}^2$ (bzw. eigentlich natürlich nur für den Ausschnitt des $\mathbb{R}^2$, der von Manhattan bedeckt wird), also hat man eine Basis für den $\mathbb{R}^2$.)

215/6
a) wahr (drei linear unabhängige Vektoren bilden eine Basis des $\mathbb{R}^3$, und bezüglich einer Basis kann man jeden Vektor des Raums darstellen)
b) falsch (das muss für *alle* Vektoren gelten, damit man eine Basis hat)
c) wahr (wegen (a))
d) wahr (denn dann ist ein Vektor als Linearkombination der anderen darstellbar)
e) falsch, sie können auch alle in derselben Ebene liegen, z. B. $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
f) wahr (k = l = m = 0)
g) wahr: den Nullvektor kann man immer als Linearkombination von anderen Vektoren schreiben, mit Koeffizienten = 0

Blatt (Lambacher-Schweizer Analytische Geometrie S. 61):

1) a) ja b) nein c) nein

2) a) nein b) ja c) ja d) ja

3) a) a ≠ 1,5 b) a ≠ –1 und a ≠ 2 c) kein a d) a ≠ 10

b) Koordinaten eines Vektors bezüglich einer beliebigen Basis

215/1 (oben) a) unendlich viele Lösungen b) nein

215/2 $\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 9 \end{pmatrix}$

215/3 b) 4,5; –3; 6

215/5 (unten) b) $-\frac{48}{7}$; $\frac{36}{7}$; $-\frac{1}{7}$

216/7

a) rechnerisch zeigen: $\left|\overrightarrow{D_1D_3}\right| = \left|\overrightarrow{D_1G_2}\right| = \left|\overrightarrow{D_3G_2}\right| \left(= 3\sqrt{2}\right)$ ==> Das Dreieck ist gleichseitig, also natürlich auch gleichschenklig.

b) $4{,}5\sqrt{3}$

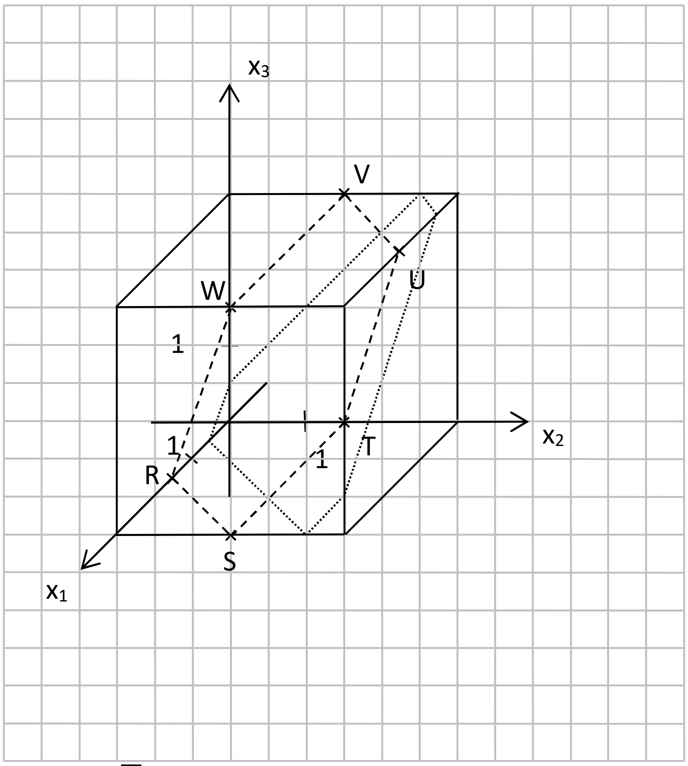
c) 4,5, das sind $16{,}\overline{6}$% des Würfelvolumens

d) A(3|0|2); B(1|0|0); C(0|1|0); D(0|3|2); E(1|3|3); F(3|1|3)

e) $\overrightarrow{AB} = -2\,\overrightarrow{DE}$

f) unendlich viele Lösungen ==> Die Vektoren sind linear abhängig. ==> Die Punkte B,C,D,E liegen in derselben Ebene.

g, i) U(1,5|3|3); V(0|1,5|3); W(0|0|1,5)



h) $6{,}75\sqrt{3}$

j) $\frac{1}{6}$; $-\frac{1}{6}$; 0 bzw. $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{3}$; 0 bzw. $\frac{1}{3}$; $-\frac{1}{6}$; $\frac{1}{6}$

Blatt (Lambacher-Schweizer Analytische Geometrie S. 61):

4) a) $\lambda_1 = 17$; $\lambda_2 = -7$ b) $\lambda_1 = 2$; $\lambda_2 = -5$ c) $\lambda_1 = 2$; $\lambda_2 = -1$ d) $\lambda_1 = -12$; $\lambda_2 = 7$
e) $\lambda_1 = 1$; $\lambda_2 = -8$ f) $\lambda_1 = 0$; $\lambda_2 = 0$ (ohne Rechnung: Vektoren sind l. u.!)

5) a) $\lambda_1 = -1$; $\lambda_2 = 3$; $\lambda_3 = 2$ b) $\lambda_1 = 0{,}5$; $\lambda_2 = 0{,}5$; $\lambda_3 = -0{,}5$ c) $\lambda_1 = 2$; $\lambda_2 = 3$; $\lambda_3 = 4$
d) $\lambda_1 = 1{,}5$; $\lambda_2 = -8{,}5$; $\lambda_3 = 9{,}5$ e) $\lambda_1 = -1$; $\lambda_2 = 3$; $\lambda_3 = 12$ f) $\lambda_1 = 0$; $\lambda_2 = 0$; $\lambda_3 = 0$ (l. u.!)

II.5 Das Skalarprodukt

a) Begriff und Rechengesetze

223/3 a) V b) n.d. c) Z d) V e) Z

223/4
Wenn Vektoren kollinear sind, dann ist der Winkel α zwischen ihnen entweder 0° oder 180°. In beiden Fällen ist |cos α| = 1. Mit der Formel für das Skalarprodukt folgt dann sofort die Behauptung.

223/8 a) + b) + c) 0 d) – e) –   223/10 W ≈ 81,4 J

Übungsblatt:

1) a) 25 bzw. 5 b) 25 bzw. 5 c) 6 bzw. $\sqrt{6}$ d) $2\,(a^2 + 2ab + b^2) = 2\,(a + b)^2$ bzw. $\sqrt{2}\;|a + b|$

2) a) $\vec{p} \circ \vec{q} = 0$ b) $|\vec{p} \circ \vec{q}| = |\vec{p}| \cdot |\vec{q}|$ c) $\overrightarrow{CA} \circ \overrightarrow{CB} = 0$ d) $\overrightarrow{AB} \circ \overrightarrow{AC} = 0$
e) $\overrightarrow{AB} \circ \overrightarrow{AD} = 0$ und $\overrightarrow{BA} \circ \overrightarrow{BC} = 0$ und $\overrightarrow{CB} \circ \overrightarrow{CD} = 0$ f) (e) und zusätzlich $\overrightarrow{AB}^2 = \overrightarrow{BC}^2$

3) a) $6\vec{a}^2 + 11\vec{a} \circ \vec{b} - 35\vec{b}^2$ b) $\vec{a}^2 + \vec{b}^2 + \vec{c}^2 + 2\vec{a} \circ \vec{b} + 2\vec{a} \circ \vec{c} + 2\vec{b} \circ \vec{c}$
c) $2\vec{a}^2 - 3\vec{b}^2 + \vec{a} \circ \vec{b} - \vec{a} \circ \vec{c} + \vec{b} \circ \vec{c}$ d) $3\vec{a}^2 - 2\vec{b}^2 - 10\vec{c}^2 - \vec{a} \circ \vec{b} + \vec{a} \circ \vec{c} + 9\vec{b} \circ \vec{c}$
e) $2(\vec{a} \circ \vec{b})(\vec{b} \circ \vec{c})$ f) $(\vec{a} \circ \vec{b})\vec{c}^2 + 2(\vec{a} \circ \vec{b})(\vec{b} \circ \vec{c})(\vec{a} \circ \vec{c}) + (\vec{b} \circ \vec{c})\vec{a}^2$

4) a) 1 b) r c) –1 d) 2 e) r + s   5) a) 0 b) 1 c) 0 d) 13   6) 1; $\vec{a}_0$; 1; $\vec{a}_0$; 1

b) Berechnung aus den Komponenten

223/1 a) –12 b) –38 c) 14

223/2 ... das Skalarprodukt gegeben ist durch $6 \cdot 12 + 0 \cdot 3 + (-8) \cdot 4 = 40$.

223/5
a) z. B. für $\vec{a} = \vec{b} = \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$ ergibt die linke Seite $\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$, die rechte aber $\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$.
b) $\vec{a}$ und $\vec{c}$ haben im Allgemeinen verschiedene Richtungen, können also im Allgemeinen keine Vielfachen voneinander sein.

228/2 a) gelb

Übungsblatt:

7) a) –3 b) 3 c) –6 d) 8   8) $-3\vec{c} = \begin{pmatrix}-6\\-3\\-3\end{pmatrix}$; $\vec{0}$; $3\vec{b} = \begin{pmatrix}-6\\3\\9\end{pmatrix}$

c) Anwendungen

223/9 $E_{pot} = 1610$ J

227/1 a) ≈ 178,2° b) ≈ 20,0°

227/2 a) ≈ 81,9°; ≈ 37,9°; ≈ 60,3° b) ≈ 142,0°; ≈ 16,3°; ≈ 21,7°

227/3
Kanten unten: ≈ 65,9°; Kanten an der Spitze: ≈ 48,2°; Kanten zur Grundfläche: ≈ 54,7°

227/4 a) nein b) ja c) ja d) nein e) ja

227/5 $\quad \overrightarrow{BA} \circ \overrightarrow{BC} = \cdots = 0$

227/6

$$|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 = |\vec{a} + \vec{b}|^2 \implies |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 = (\vec{a} + \vec{b}) \circ (\vec{a} + \vec{b})$$

$$\implies |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 = \vec{a} \circ \vec{a} + 2\,\vec{a} \circ \vec{b} + \vec{b} \circ \vec{b} \implies |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + 2\,\vec{a} \circ \vec{b} + |\vec{b}|^2$$

$$\implies \vec{a} \circ \vec{b} = 0 \implies \vec{a},\ \vec{b} \text{ sind orthogonal}$$

227/7 $\quad$ z.B.: $\quad$ a) $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\quad$ b) $\begin{pmatrix} 17 \\ 20 \\ -28 \end{pmatrix}$

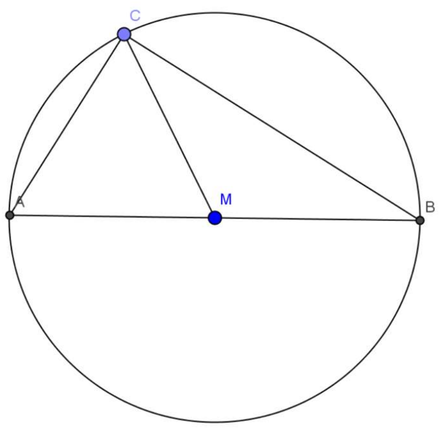
227/8 $\quad$ (jeweils z. B.; vgl. Aufgabe 7!) $\quad$ a) $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\quad$ b) $\begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\quad$ c) $\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}$ $\quad$ d) $\begin{pmatrix} 17 \\ 20 \\ -28 \end{pmatrix}$

227/9 $\quad$ jeweils z. B.; Nachweis jeweils mittels „Skalarprodukt = 0"

$\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ -3 \end{pmatrix};\quad \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 9 \\ 1 \end{pmatrix};\quad \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix};$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix};\quad \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix};\quad \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

227/10 $\quad$ Hier wird der Satz des Thales bewiesen.



M ist Umkreismittelpunkt ==> $|\overrightarrow{MC}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}|$

$\overrightarrow{MC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ ==> $\left|\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}\right| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}|$

quadrieren ==> $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AB} \circ \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC}^2 = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}^2$ ==> $\overrightarrow{AB} \circ \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC}^2 = 0$

==> $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) \circ \overrightarrow{BC} = 0$ ==> $\overrightarrow{AC} \circ \overrightarrow{BC} = 0$ ==> $\overrightarrow{CA} \circ \overrightarrow{CB} = 0$

==> rechter Winkel bei C

227/11

Die Koordinaten von $\vec{b}$ müssen die Gleichung $b_1 + b_2 = |\vec{b}|$ erfüllen. Mögliche Lösungen:

z. B. $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

227/12 $\quad$ a) ≈ 374 kJ $\quad$ b) ≈ 29,7 m/s

228/1 a) 6; ≈ 60,1° b) 65; ≈ 21,0° c) –21; ≈ 126,0°

228/2 b) rot

228/3 ***Hier muss vorausgesetzt werden, dass $\vec{n} \neq \vec{0}$ ist!***
zeichnerische Begründung: Wenn die Vektoren alle senkrecht zu einem gegebenen Vektor $\vec{n}$ stehen, dann haben sie sicher Repräsentanten, die in derselben Ebene liegen. Also sind sie komplanar, also sind sie linear abhängig.

Rechnerisch: Wenn $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ alle orthogonal zu $\vec{n}$ sind, gilt für die Koordinaten von $\vec{n}$ das LGS

$$\begin{aligned} n_1 a_1 + n_2 a_2 + n_3 a_3 &= 0 \quad \text{I} \\ n_1 b_1 + n_2 b_2 + n_3 b_3 &= 0 \quad \text{II} \\ n_1 c_1 + n_2 c_2 + n_3 c_3 &= 0 \quad \text{III}, \end{aligned}$$

in Matrixform:

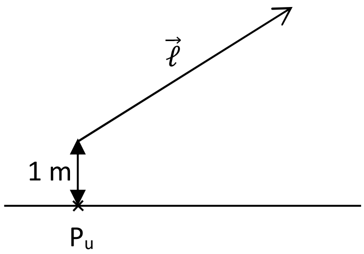
$$\left(\begin{array}{ccc|c} a_1 & a_2 & a_3 & 0 \\ b_1 & b_2 & b_3 & 0 \\ c_1 & c_2 & c_3 & 0 \end{array}\right)$$

Dieses LGS hat sicher die Lösung $\vec{n} = \vec{0}$, das widerspricht aber der Voraussetzung. Also muss das LGS noch andere Lösungen haben, sprich: es hat unendlich viele Lösungen. Durch Addition von Vielfachen der Gleichungen zueinander muss es also möglich sein, eine Nullzeile zu erhalten. Also muss gelten: Es gibt Zahlen r, s, t, die nicht alle = 0 sind, sodass

$$\begin{aligned} r a_1 + s b_1 + t c_1 &= 0 \quad \text{und} \\ r a_2 + s b_2 + t c_2 &= 0 \quad \text{und} \\ r a_3 + s b_3 + t c_3 &= 0 \quad \text{gilt,} \end{aligned}$$

sprich: $r\,\vec{a} + s\,\vec{b} + t\,\vec{c} = \vec{0}$. Nach Definition sind dann $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ linear abhängig.

228/4
a)



b) Beide betragen 9025,2 J.
c) Gemeint ist wohl die Leistung?!? P > 112,2 W
d) $P_o(10|21|9)$

228/5 a) $2\sqrt{5} \approx 4{,}47$ b) ≈ 50,85 kJ

228/6 ***Hangabtriebskraft in 228/4 benötigt, hier erst erklärt...***
a) $F_N \approx 181{,}3$ N; $F_N \approx 84{,}5$ N b) ja

228/7 Nein, die Grundfläche ist zu klein.

Übungsblatt:

9) a) -1 b) $\frac{2}{3}$ c) -4

10)

a) $\alpha \approx 160{,}5°$; $\beta \approx 8{,}0°$; $\gamma \approx 11{,}4°$ b) $\alpha \approx 49{,}7°$; $\beta \approx 106{,}9°$; $\gamma \approx 23{,}5°$ c) $\alpha \approx 38{,}4°$; $\beta \approx 84{,}2°$; $\gamma \approx 57{,}4°$

11) a) $r_c = 0{,}18$; $F_c(1{,}18;\ 3{,}26)$; $r_a = \frac{41}{61}$; $F_a(\approx -2{,}03;\ \approx 5{,}64)$; $r_b = \frac{20}{29}$; $F_b(\approx -0{,}55;\ \approx 2{,}62)$

b) $r_c = \frac{20}{38}$; $F_c(\approx 7{,}16;\ \approx 2{,}53;\ \approx -0{,}47)$; $r_a = \frac{3}{7}$; $F_a(\approx 8{,}29;\ \approx 5{,}13;\ \approx 0{,}43)$; $r_b = \frac{6}{11}$;
$F_b(\approx 4{,}91;\ \approx 4{,}74;\ \approx -0{,}09)$

II.6 Das Vektorprodukt

a) Begriff und Rechenregeln

234/1

a) $\begin{pmatrix}-13\\-26\\26\end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix}13\\26\\-26\end{pmatrix}$; $\sqrt{65}$; $\sqrt{26}$; 39

b) $\begin{pmatrix}-80\\-86\\-107\end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix}80\\86\\107\end{pmatrix}$; $\sqrt{134}$; $3\sqrt{21}$; $3\sqrt{2805}$

c) $\begin{pmatrix}22\\-20\\-81\end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix}-22\\20\\81\end{pmatrix}$; 13; $3\sqrt{6}$; $\sqrt{7445}$

d) $\begin{pmatrix}96\\-54\\24\end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix}-96\\54\\-24\end{pmatrix}$; $\sqrt{109}$; $3\sqrt{17}$; $6\sqrt{353}$

234/2 $\vec{0}$; $\vec{0}$

234/4 Stures Nachrechnen, viel Spaß!

z. B. ist $\left(\vec{a} \times \vec{b}\right) \times \vec{c} = \cdots = \begin{pmatrix}-a_1b_2c_2 - a_1b_3c_3 + a_2b_1c_2 + a_3b_1c_3\\ a_1b_2c_1 - a_2b_1c_1 - a_2b_3c_3 + a_3b_2c_3\\ a_1b_2c_1 + a_2b_3c_2 - a_3b_1c_1 - a_3b_2c_2\end{pmatrix}$ .... usw.

239/8

a) falsch; sieht man schon am einfachen Beispiel $r = 2, \vec{u} = \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, \vec{v} = \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$

(richtig ist $r\ (\vec{u} \times \vec{v}) = (r\,\vec{u}) \times \vec{v} = \vec{u} \times (r\,\vec{v})$)

b) falsch; sieht man schon am einfachen Beispiel $r = s = 1, \vec{u} = \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, \vec{v} = \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$

c,d) richtig; folgt beides mit Distributiv- und Anti-Kommutativgesetz

239/9

a) $a = \frac{11}{6}$; $b = \frac{11}{3}$; $c = -\frac{23}{18}$ b) $a = -2$; $b = 2$; $c = -2$ oder $a = 1$; $b = -1$; $c = 1$

240/1 a) $\vec{n} = \vec{u} \times \vec{v} = \begin{pmatrix}1\\-12\\-5\end{pmatrix}$ b) hier ist $\vec{u} \times \vec{v} = \begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$; wähle z. B. $\vec{n} = \begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix}$

240/2 $\vec{n} = \pm\frac{1}{\sqrt{65}}\begin{pmatrix}-10\\4\\12\end{pmatrix}$

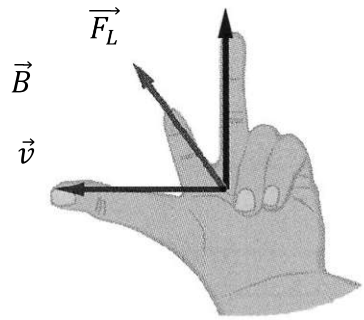
240/7 a) sinnlos b) f c) w d) nicht entscheidbar e) w

240/8 parallel zu $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 16 \end{pmatrix}$ 240/11 $\vec{v} \parallel \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

240/10
a) Beim Kreuzprodukt gilt ein Anti-Kommutativgesetz, nicht das übliche Kommutativgesetz.
b) Links steht in der Klammer ein Skalar, mit dem kann man kein Kreuzprodukt berechnen. Außerdem wurde hier anscheinend das Assoziativgesetz der Multiplikation mit dem Distribu-tivgesetz durcheinandergebracht.
c,f) siehe (a)
d) Links steht ein Vektor, rechts ein Skalar, das kann unmöglich gleich sein.
e) ??? Wie kommt man darauf? Ergibt keinerlei Sinn, wieso sollte das gleich sein?
altes Buch 12. Klasse (winklers-Verlag):
47/3 $a_3 = 7$; $b_3 = -6$ 47/4 $b_1 = 14$ oder $b_1 = -17{,}5$

b) Anwendungen
234/3 a) nicht kollinear b) kollinear
$\vec{r} \times \vec{s} = \vec{0}$ gilt genau dann, wenn $\vec{r}, \vec{s}$ kollinear sind.

234/5
a) Die Lorentzkraft steht senkrecht auf der Bewegungsrichtung $\vec{v}$ des Elektrons und der Richtung $\vec{B}$ des magnetischen Feldes, und zwar so, dass die drei Vektoren $\vec{v}, \vec{B}, \vec{F_L}$ wie Daumen, Zeigefinger und Mittelfinger der linken Hand orientiert sind:



b) $\vec{F_L} = \begin{pmatrix} -1{,}6 \cdot 10^{-1}\ N \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

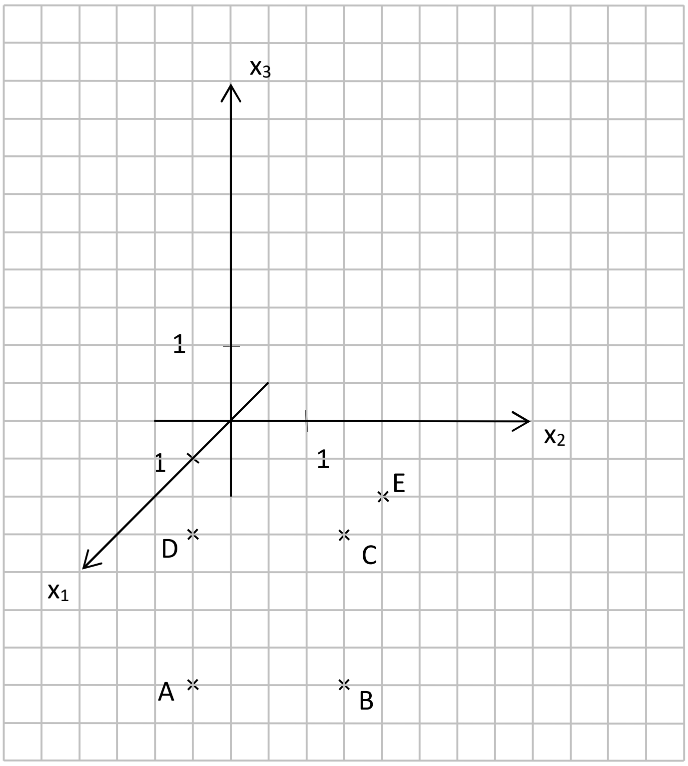
239/1
$F = \frac{\sqrt{769}}{2} \approx 13{,}87$; $a = \sqrt{41} \approx 6{,}40$; $b = \sqrt{34} \approx 5{,}83$; $c = 5$;
$h_a = \sqrt{\frac{769}{41}} \approx 4{,}33$; $h_b = \sqrt{\frac{769}{34}} \approx 4{,}76$; $h_c = \frac{\sqrt{769}}{5} \approx 5{,}55$

239/2 ***Stoff Klasse 12!***

239/3 $O \approx 27{,}80$; V: ***Stoff Klasse 12!***

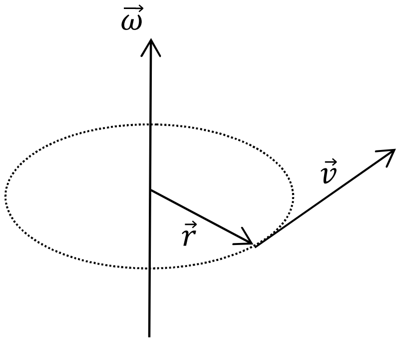
239/4 ***Stoff Klasse 12!*** *steht aber sowieso schon auf S. 238...*

239/5 V: ***Stoff Klasse 12!***



239/6

Bewegt sich ein Körper mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega = \frac{2\pi}{T}$ (T: Umdrehungszeit) um eine Achse, so definiert man den Winkelgeschwindigkeitsvektor $\vec{\omega}$ so, dass sein Betrag gleich ω ist und er so in Richtung der Drehachse zeigt, dass er diese gegen den Uhrzeigersinn umläuft. Ist dann $\vec{r}$ ein Vektor von der Drehachse zum momentanen Ort des Körpers, dann ist sein momentaner Geschwindigkeitsvektor gegeben durch $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$.



239/7 a) F = 50 b) V = 3,36

240/3 $\vec{a}, \vec{b}$ parallel ==> sin α = 0 ==> $|\vec{a} \times \vec{b}| = 0$ ==> $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$

240/4, 5 ***Stoff Klasse 12!***

240/6 15 (m^2); $\sqrt{122} \approx 11{,}05$ (m); $3\sqrt{2} \approx 4{,}24$ (m)

240/9 G = 25; $F_{Seite} = 2{,}5\sqrt{31{,}25} \approx 13{,}98$; V = $\frac{125}{3}$

altes Buch 12. Klasse (winklers-Verlag):
47/6 a) $a_1 = 4$ oder $a_1 = 2$ b) $b_1 = -1$ oder $b_1 = -8{,}2$