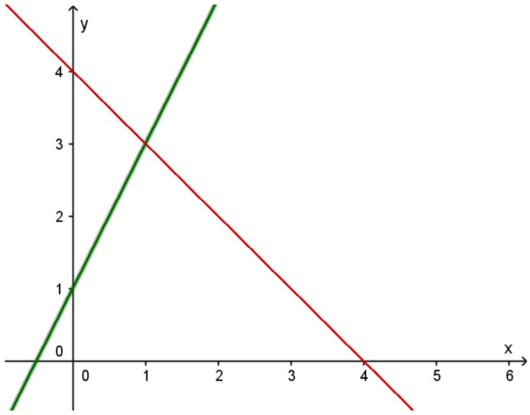
I.0 Wiederholung

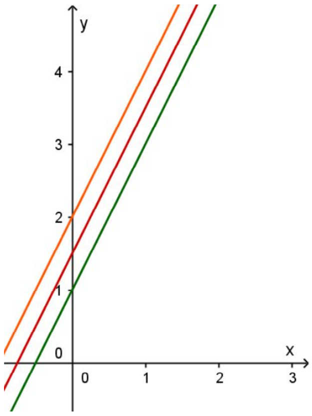
184/11

a) y = 2x + 1;   y = –x + 4



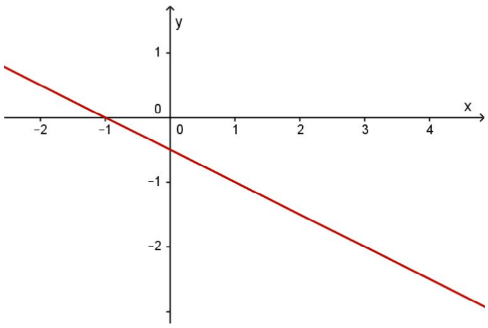
$L = \{(1; 3)\}$ (Geraden schneiden sich in einem Punkt)

b) y = 2x + 1;   y = 2x + 1,5;   y = 2x + 2



$L = \{\ \}$ (Geraden echt parallel)

c) y = –0,5x – 0,5;   y = –0,5x – 0,5



$L = \{(\lambda; -0{,}5\lambda - 0{,}5) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$ (Geraden sind identisch, liegen aufeinander)

184/12   a) grün   b) rot

272/1   G: Gleichsetzungsverfahren; E: Einsetzungsverfahren; A: Additionsverfahren

a) $L = \{(0{,}2;\ 0{,}4)\}$; A
b) $L = \{(0{,}5;\ -2)\}$; E
c) $L = \{(2;\ 5)\}$; E / G
d) $L = \{(0; 2)\}$; E / G
e) $L = \{(2;\ 4)\}$; A
f) $L = \{(0{,}5;\ 0{,}25)\}$; A
g) $L = \{(5;\ 3)\}$; A
h) $L = \{(1;\ -1)\}$; A
i) $L = \{(-2;\ -5)\}$; A
j) $L = \{(0{,}8;\ 1{,}2)\}$; A
k) $L = \{(8;\ 6)\}$; A
l) $L = \{(-1;\ 3)\}$; A
m) $L = \{(3;\ -2)\}$; A

I.1 Stufenform und Gauß-Verfahren

176/3

a) a = 500;   b = 400;   c = 800

b) x = 1;   y = 0;   z = 0

c) $x_1 = -1$; $x_2 = -2$; $x_3 = -2$

176/4   a) $L = \{(-1;\ 5)\}$ b) $L = \{(4;\ -3; 1)\}$

176/5

a) a = 505/3;   b = –71/3;   c = –56/3

b) q = 1;   r = –1;   s = 2;   t = 3

c) $x_1 = 13/3$; $x_2 = 4$; $x_3 = 3$; $x_4 = 7/3$; $x_5 = 4/3$

d_1) a = –5;   b = 4;   c = 1

d_2) a = –6;   b = 5;   c = 3

d_3) a = –3;   b = 2;   c = –3

d_4) a = –2;   b = 1;   c = –5

180/1   Gauß-Verfahren führt auf falsche Aussage (links Nullen, rechts nicht)

180/2   Gauß-Verfahren führt auf wahre Aussage (Nullzeile)

180/5   *jeweils z. B.!*

a) $x + y + z = -1$; $2x + 2x + z = -2$; $x - y + z = -3$

b) $x + y + z = 8$; $2x + y - z = 8$; $-x - y + z = -6$

c) $x + y + z = 7$; $x - y + z = 7$; $2x - 3y + 5z = 35$

180/6   *jeweils z. B.!*

a) $x + y + z = 0$; $2x + 3x + 4z = 0$; $x + 4y + 5z = 0$

b) $x + y + z = 0$; $2x + 3y + 4z = 0$; $3x + 4y + 5z = 1$

c) $x + y + z = 0$; $2x + 3y + 4z = 0$; $3x + 4y + 5z = 0$

183/1

a) $L = \{(-15;\ -9; 5)\}$

b) $L = \{(-39;\ -21; 17)\}$

c) $L = \{(0;\ -1{,}5 + 0{,}5\lambda; \lambda) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$

d) $L = \{(7;\ -4; 1)\}$

e) $L = \left\{\left(-\frac{23}{11};\ -\frac{10}{11}; -\frac{28}{11}\right)\right\}$

f) $L = \{\,\}$

g) $L = \{(-1;\ 2; -4)\}$

h) $L = \{(0{,}8 - 0{,}4\lambda;\ -3{,}8 - 1{,}1\lambda; \lambda) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$

i) $L = \{(2;\ 2; 2)\}$

272/2   x = 1; y = 2; z = 3

273

a) $L = \{(0{,}5;\ -2; 1{,}5)\}$

b) So, wie es dran steht, gibt es unendlich viele Lösungen. Falls in III noch +c steht, ist $L = \{(0;\ 2; 0)\}$.

c)) $L = \{(2; -7{,}5; 3)\}$

I.2 Matrizen

175/1

a) $L = \{(2;\ -3; 5)\}$
b) $L = \{(-11;\ 5;\ -3)\}$
c) $L = \{(-7;\ 7;\ 7)\}$
d) $L = \{(0;\ 3)\}$
e) $L = \{(0;\ 0{,}5; 0)\}$
f) $L = \{(1;\ -2;\ -1; 4)\}$

175/2

a) $\left(\begin{array}{cc|c} 2 & 5 & 3 \\ 0 & 10 & 0 \end{array}\right)$ ==> $L = \{(1{,}5;\ 0)\}$

b) $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 4 & 8 \\ 0 & 0 & -2 & 4 \end{array}\right)$ ==> $L = \{(2;\ 2; -2)\}$

c) $\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{array}\right)$ ==> $L = \{(2;\ 1; -0{,}5)\}$

d) $\left(\begin{array}{cc|c} 2 & 3 & 10 \\ 0 & -1 & 2 \end{array}\right)$ ==> $L = \{(18;\ -2)\}$

e) $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 5 & 7 & 1 \\ 0 & 15 & 7 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{array}\right)$ ==> $L = \{(2{,}5;\ 0{,}6; -1)\}$

f) Ist im Prinzip schon in Dreiecksform, man könnte höchstens noch Zeilen bzw. Spalten vertauschen.
$L = \{(-5;\ 3; -2)\}$

180/3 $L = \{(0; 0; 0)\}$, also offensichtlich eindeutig lösbar

180/7

a) Die 2. Zeile ist gleich dem 3. Zeile mal –2, aus diesen beiden ergibt sich also eine Nullzeile. Außerdem ergibt sich nirgends eine falsche Aussage.
b) Die 4. Zeile fehlt, kann also durch eine Nullzeile ergänzt werden. Außerdem ergibt sich nirgends eine falsche Aussage.

180/8

a) unendlich viele Lösungen: $L = \{(2 + \lambda;\ 4 - 2\lambda; \lambda) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$
b) unendlich viele Lösungen: $L = \{(5 - 9\lambda + 2\mu;\ \lambda; \mu) \mid \lambda, \mu \in \mathbb{R}\}$
c) unendlich viele Lösungen: $L = \{(-0{,}4 - 3{,}2\lambda;\ \lambda;\ -0{,}6 - 0{,}8\lambda) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$
d) keine Lösung

I.3 Unter- und überbestimmte LGS

180/9

a) unterbestimmt; $L = \{(2 - \lambda;\ \lambda - 1; \lambda) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$
b) unterbestimmt; $L = \{(\lambda;\ \lambda;\ \lambda;\ \lambda) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$
c) überbestimmt; $L = \{\,\}$
d) überbestimmt; $L = \{(0;\ 0)\}$

altes Buch 12. Klasse (winklers-Verlag):
81/2 a) (–1 – λ; 1; λ) oder (λ; 1; –1 – λ) b) (31 – 2λ; λ; 20) oder (λ; 15,5 + λ/2; 20) d) keine Lösung

altes Buch 11.Klasse (Bildungsverlag EINS) 299f/5

a) keine Lösung b) (–2; 0) c) (0,5; 1,5) d) ($\sqrt{2}$; 1)
e) (λ; 1 – 2,4λ; 1 + 0,2λ) oder ($\frac{5}{12} - \frac{5}{12}\lambda$; λ; $\frac{13}{12} - \frac{1}{12}\lambda$) oder (–5 + 5λ; 13 – 12λ; λ)
f) (λ; $\frac{5}{58} - \frac{12}{29}\lambda$; $\frac{1}{29} - \frac{1}{29}\lambda$) oder ($\frac{5}{24} - \frac{29}{12}\lambda$; λ; $\frac{1}{24} - \frac{1}{12}\lambda$) oder (–1 + 29λ; 0,5 – 12λ; λ)

I.4 Anwendungen

176/6 a) $a = -7/3$; $c = -19/6$ b) $a = -1$; $c = 4$

176/7 a) $f(x) = x^2 - 2x - 2$ b) $f(x) = \frac{11}{12}x^2 + \frac{1}{3}x + 3$

176/8 a) 10 Schweine, 4 Gänse b) falsch

176/9 Jonas ist 10 Jahre alt, seine Mutter 42.

176/10
V bzw. P bzw. L: Preis eines Veggie- bzw. eines Premium- bzw. eines Luxusburgers
==> $4V = P + 2L$ und $L = P + 2$
==> a) wahr b) falsch

176/11
Alle 22 Parabeln verlaufen sogar jeweils durch genau 3 der Punkte. Es ist sinnvoll, die Parabeln in 3 Gruppen aufzuteilen – den Grund sieht man, wenn man die Parabeln zeichnet. (Machen Sie mal!)

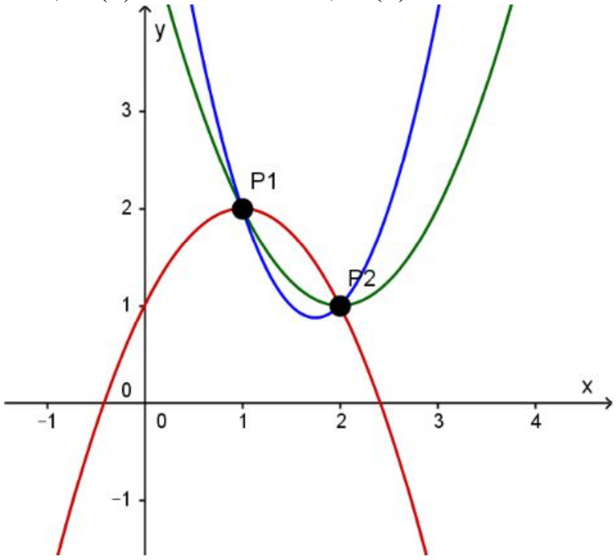
$f(x) = x^2 - 4x + 6$
$f(x) = x^2 - 4x + 5$
$f(x) = 2x^2 - 8x + 9$
$f(x) = -x^2 + 4x - 1$
$f(x) = -x^2 + 4x - 2$
$f(x) = -2x^2 + 8x - 5$

$f(x) = 0{,}5x^2 - 1{,}5x + 2$
$f(x) = 0{,}5x^2 - 1{,}5x + 3$
$f(x) = x^2 - 3x + 3$
$f(x) = 0{,}5x^2 - 2{,}5x + 4$
$f(x) = 0{,}5x^2 - 2{,}5x + 5$
$f(x) = x^2 - 5x + 7$
$f(x) = -0{,}5x^2 + 1{,}5x + 1$
$f(x) = -0{,}5x^2 + 1{,}5x + 2$
$f(x) = -x^2 + 3x + 1$
$f(x) = -0{,}5x^2 + 2{,}5x$
$f(x) = -0{,}5x^2 + 2{,}5x - 1$
$f(x) = -x^2 + 5x - 3$

$f(x) = 1{,}5x^2 - 5{,}5x + 6$
$f(x) = 1{,}5x^2 - 6{,}5x + 8$
$f(x) = -1{,}5x^2 + 5{,}5x - 2$
$f(x) = -1{,}5x^2 + 6{,}5x - 4$

180/4 2 Filzplatten und 2 Perlen

180/10 z. B.: $f(x) = x^2 - 4x + 5$; $f(x) = -x^2 + 2x + 1$; $f(x) = 2x^2 - 7x + 7$



183/3 0,79 €; 13,34 €; 0,90 €

183/4 ***gefragt ist hier selbstverständlich die kleinste <u>natürliche</u> Lösung!***
$x_1 = 6$; $x_2 = 4$; $x_3 = 2$; $x_4 = 3$

183/5 ***siehe 183/4***
$x_1 = 4$; $x_2 = 11$; $x_3 = 2$; $x_4 = 8$

183/6 *alle Stromstärken in A*
a) $I_1 = 1$; $I_2 = 3$; $I_3 = 4$
b) $I_1 = 24$; $I_2 = 16$; $I_3 = 8$; $I_4 = 16$; $I_5 = 8$; $I_6 = 24$

184/7
a) Messen wir von allen Säften jeweils Portionen von 100 ml ab und nennen die Anzahlen der Portionen O(range), K(irsch), B(anane). Pro Portion Kirschsaft haben wir 19 mg Vitamin C, insgesamt also 19·K mg; vom Bananensaft haben wir entsprechend 8·B mg Vitamin C. Insgesamt brauchen die kleinen Kinder 60 mg Vitamin C, also muss gelten:

$$19K + 8B = 60$$

Außerdem soll der Saft insgesamt 200 ml haben, also 2 Portionen enthalten; es muss also gelten:

$$K + B = 2$$

b) $K + B = 4$ und $19K + 8B = 60$
$\Longrightarrow K = 28/11$; $B = 16/11$
c) Beim LGS in (a) erhält man eine Lösung mit $B < 0$, es ist also nicht möglich, so einen Saft zu mischen. Der Saft in (b) ist dagegen prinzipiell möglich, es ist aber natürlich praktisch unmöglich, die Elftel genau abzumessen.
d) $O + K + B = 4$ und $30O + 19K + 8B = 100$
Es gibt unendlich viele Lösungen: $O = 24/11 + \lambda$; $K = 20/11 - 2\lambda$; $B = \lambda \in \mathbb{R}$
Damit alle Zahlen positiv sind, muss zusätzlich gelten: $0 < \lambda < \frac{10}{11}$

184/8 213

184/9 2; 1; 2

184/10 130; 125; 248

274
Ich weiß nicht, was hier als Lösung eigentlich gedacht ist (und ob das überhaupt mit einem LGS gelöst werden soll), aber ich würde das Pizza-Party-Blech bestellen – ist zwar angeblich für 6 Personen, aber das schafft man sicher auch zu fünft... Oder man hat noch was übrig für den nächsten Morgen. ;-)

I.5 LGS mit Parameter

182/1
a) $L = \{(-16; -5; 7)\}$
b) s = –2: $L = \{\,\}$; $s \neq -2$: $L = \left\{\left(\frac{-30s-4}{s+2}; \frac{-12s+4}{s+2}; \frac{28}{s+2}\right)\right\}$

182/2
a) a = 0 oder a = –2: keine Lösung
a = 2: unendlich viele Lösungen
sonst: genau eine Lösung

b) a = 2: keine Lösung; $a \neq 2$: genaue eine Lösung

c) a = –2: keine Lösung; $a \neq -2$: genaue eine Lösung

d) a = 0 oder a = –1 oder a = 4: genau eine Lösung
sonst: keine Lösung
(Tipp: zuerst III betrachten, dann I!)

182/3
$L = \{(2 - r; 1; 10)\}$
z. B.: r = 0: $L = \{(2; 1; 10)\}$; r = 2: $L = \{(0; 1; 10)\}$

182/4 a) c = 0 b) c = 10 oder c = –1

182/5 a = –2; b = 1; c = 1

183/2
a) a = 0: unendlich viele; $a \neq 0$: genau eine
b) a = 0: unendlich viele; a = 2: keine; sonst: genau eine

184/12 c) alles richtig

altes Buch 12. Klasse (winklers-Verlag):
85/4 a) $a = \pm\sqrt{2}$ b) a = –6 oder a = 1,5

85/5 a) z.B.: $(a - 3 - (4+3a)\lambda; 1 + (1+a)\lambda; \lambda)$ b) z.B.: $(6a - 11 - 0{,}5a\lambda; 4 - 2a; \lambda)$