IV.1 Monotonie und Extrempunkte

a) Monotonieintervalle:
141/3 (T) bzw. 137/3 (NT)
a) G_f ist sms in $]-\infty; \frac{1}{3}]$, smf in $[\frac{1}{3}; \infty[$
b) G_f ist sms in $]-\infty; 0]$ und $[\frac{1}{4}; \infty[$, smf in $[0; \frac{1}{4}]$
c) G_f ist smf in $]-\infty; -2]$ und $[2; \infty[$, sms in $[-2; 2]$
d) G_f ist sms in $\mathbb{R}$
e) G_f ist smf in $]-\infty; 1]$ und $[2; \infty[$, sms in $[1; 2]$
f) G_f ist smf in $]-\infty; 0]$ und $[0; 12]$, sms in $[12; \infty[$
(hier wäre auch „smf in $]-\infty; 12]$" richtig – aber nicht empfehlenswert)

altes Buch (Bildungsverlag EINS):
254/5 f '(x) = 0 darf höchstens eine Lösung haben, also $D \leq 0$ a) $-1 \leq a \leq 1$ b) a = 0

b) Extrem- und Terrassenpunkte:
141/1 (T) bzw. 137/1 (NT)
unklar, was hier mit „rechnerisch" gemeint ist; VZT? graphisch lösen ist einfacher!

a) TiP$(-2|-11)$
b) HoP(1|5)
c) TiP$(4|-8)$
d) HoP(2|12)
e) HoP$\left(-1\middle|\frac{2}{3}\right)$, TiP$\left(1\middle|-\frac{2}{3}\right)$
f) HoP$(-4|32)$, TiP(0|0)
g) keine ExP (nur TeP!)
h) HoP$\left(1\middle|\frac{16}{3}\right)$, TiP(3|0)
i) $TiP_1(-5|-256)$, HoP$(-1|64)$, $TiP_2(2|-84{,}5)$
j) $TiP_1(-2|0)$, HoP(2|32), $TiP_2(6|0)$
k) HoP(0|60)
l) TiP(0|0)

141/2 (T) bzw. 137/2 (NT)
a) Min.st.: $x_1 = 0{,}5$
b) Max.st.: $x_1 = 0$
c) Min.st.: $x_1 = 1{,}5$
d) Max.st.: $x_1 = -3$; Min. st.: $x_2 = 1$
e) Max.st.: $x_1 = -1$; Min. St.: $x_2 = 1$
f) Min.st.: $x_1 = -4$; Max. St.: $x_2 = 4$
g) Max.st.: $x_1 = 0{,}5$; Min. St.: $x_2 = 2{,}5$
h) Max.st.: $x_1 = 0$; Min. St.: $x_{2,3} = \pm\sqrt{3}$
i) Min. St.: $x_1 = 2$
j) Max.st.: $x_1 = 0$; Min. St.: $x_{2,3} = \pm 2$
k) Max.st.: $x_1 = -\sqrt{2}$; Min. St.: $x_2 = \sqrt{2}$
l) Min. St.: $x_1 = 0$

141/4 (T) bzw. 137/4 (NT) grün

141/5 (T) bzw. 137/5 (NT) a) f b) g c) f d) h

141/6 (T) bzw. 137/6 (NT)
a) Max.st. $x_1 = -3$, $x_2 = 6$; Min.st.: $x_3 = 3$
b) ***Stoff Klasse 12!***
HoP bei –3 ist der höchste Punkt auf dem gesamten Definitionsbereich, HoP bei 6 nicht;
TiP bei 3 ist nicht der tiefste Punkt auf dem gesamten Definitionsbereich
c) ***Stoff Klasse 12!***
grün: nur noch Max.st. $x_1 = -3$ (höchster Punkt auf D_f); Min.st.: $x_2 = 3$ (tiefster Punkt auf D_f)
rot: keine Änderung bei der Lage; TiP ist jetzt aber tiefster Punkt auf D_f
gelb: nur noch Max.st. $x_1 = 6$ (höchster Punkt auf D_f); Min.st.: $x_2 = 3$ (tiefster Punkt auf D_f)

132/9 (T) bzw. 128/9 (NT)
a) wahr
b) falsch; richtig ist: „... an dieser Stelle kleiner als 0."
c) wahr
d) falsch; richtig ist: „... das Steigungsverhalten nicht."
altes Buch (Bildungsverlag EINS):

254/6
a) falsch (f ' ist eine quadratische Funktion, kann also auch eine doppelte oder gar keine Nullstelle haben; dann hat f keinen Extrempunkt!)
b) falsch (f ' ist eine Funktion dritten Grades; diese wechselt mindestens einmal das Vorzeichen; also hat f mindestens zwei unterschiedliche Monotonieintervalle)
c) richtig (f ' ist eine quadratisch Funktion; wenn diese eine einfache Nullstelle hat, bei der das VZ von + zu – wechselt, dann hat sie auch eine einfache Nullstelle, bei der das VZ von – zu + wechselt; also hat f auch ein relatives Minimum)

154/9 (nur T) ***teilweise Stoff Klasse 12***
Begründungen: Monotonie, ExP, TeP, Symmetrie verwenden
a) 1 b) 3 c) 4 d) 2

IV.2 Krümmung und Wendepunkte

a) Krümmungsintervalle
148/2 (T) bzw. 144/2 (NT)
a) G_f ist RK in $]-\infty; -1]$, LK in $[-1; \infty[$
b) G_f ist LK in $]-\infty; 0]$, RK in $[0; \infty[$
c) G_f ist RK in $]-\infty; 0]$, LK in $[0; \infty[$
d) G_f ist LK in $]-\infty; -3]$, RK in $[-3; \infty[$
e) G_f ist RK in $]-\infty; 3]$, LK in $[3; \infty[$
f) G_f ist LK in $]-\infty; 5]$, RK in $[5; \infty[$
g) G_f ist LK in $]-\infty; -2]$ und $[2; \infty[$, RK in $[-2; 2]$
h) G_f ist LK in $]-\infty; 1]$ und $[3; \infty[$, RK in $[1; 3]$
i) G_f ist RK in $]-\infty; 0]$, LK in $[0; \infty[$

153/7 (T) bzw. 156/10 (NT) grün ***eher Stoff 12. Klasse...***

b) Wendepunkte:
148/1 (T) bzw. 144/1 (NT)
a) (1) $x_1 = 1$ (2) L --> R (3) 3 (4) nein
b) (1) $x_1 = -2$ (2) R --> L (3) 0 (4) ja
c) (1) $x_1 = 0$, $x_{2,3} \approx \pm 3{,}5$ (2) L --> R bzw. R --> L (3) 0 bzw. ≈ -6 (4) ja bzw. nein

148/2 (T) bzw. 144/2 (NT)

a) WeP(−1|2)	d) WeP(−3|−6)	g) $WeP_{1,2}(\pm 2 \mid -10)$
b) WeP(0|8,1)	e) WeP(3|8)	h) $WeP_1(1 \mid 2{,}75)$; $WeP_2(3 \mid 6{,}75)$
c) WeP(0|0)	f) WeP(5|2)	i) WeP(0|0)

148/3 (T) bzw. 144/3 (NT) b); e); h) WeP_2; i)

148/4 (T) bzw. 144/4 (NT)

a) $y = -3x - 1$	d) $y = 3x + 3$	g) $y = -8x + 6$; $y = 8x + 6$
b) $y = 8{,}1$	e) $y = 8$	h) $y = 4x - 1{,}25$; $y = 6{,}75$
c) $y = -4x$	f) $y = 5{,}4x - 25$	i) $y = 0$

148/5 (T) bzw. 144/5 (NT) ja

148/6 (T) bzw. 144/6 (NT)
a) $WeP_1(1 \mid 11/6)$ b) Symmetrie zur y-Achse ==> $WeP_2(-1 \mid 11/6)$ c) $y = \frac{4}{3}x + \frac{1}{2}$, $y = -\frac{4}{3}x + \frac{1}{2}$

IV.3 Nochmal: Extrempunkte

151/2 (T) bzw. 147/2 (NT)
a) keine Extremstellen (f '' liefert keine Aussage)
b) Maximalstelle: $x_1 = 4/3$, Minimalstelle: $x_2 = 4$
c) Maximalstelle: $x_1 = 1$, Minimalstelle: $x_2 = 3$
d) keine Extremstellen (f '' liefert keine Aussage)
e) Minimalstelle: $x_1 = 0$ (f '' liefert keine Aussage)
f) Maximalstelle: $x_1 \approx 2{,}35$, Minimalst.: $x_2 = 3$, $x_3 \approx -0{,}85$
g) Maximalstelle: $x_1 = -1$, Minimalst.: $x_2 = 2$, $x_3 = -2$
h) Maximalstelle: $x_1 = -3$, Minimalstelle: $x_2 = 3$ (f '' liefert keine Aussage)
i) Maximalstelle: $x_1 = 0$, Minimalstelle: $x_2 = 64$ (f '' liefert keine Aussage)

154/10 (nur T) ***Stoff Klasse 12, vor allem c und d!***
i. F. jeweils: $a \in \mathbb{R}^+, c \in \mathbb{R}$
a) f(x) = $a\left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 6x\right) + c$
b) f(x) = $a\left(\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 3x\right) + c$
c) f(x) = $-a\,(x-4)^2 + c$
d) f(x) = $a \cdot x^2 \cdot (x-2)^2 + c$

154/11 (nur T) ***Stoff Klasse 12!***
Seitenlängen a, b ==> A = ab; u = 2a + 2b = 20 (m)
aus u: b = 10 – a; einsetzen in A ==> A(a) = $-a^2 + 10a$
Die Funktion A hat ihr globales Maximum bei a = 5 (Monotonie verwenden, oder Scheitelpunkt berechnen, z. B. mit quadratischer Ergänzung).
==> b = 5 ==> Rechteck ist Quadrat

154/12 (nur T)
a) Man kann die 1. Ableitung verwenden, oder der Scheitelpunkt mit quadratischer Ergänzung o.ä. berechnen. Ergebnis: h = 8500,11
b) etwa 50° bzw. etwa (–)42°

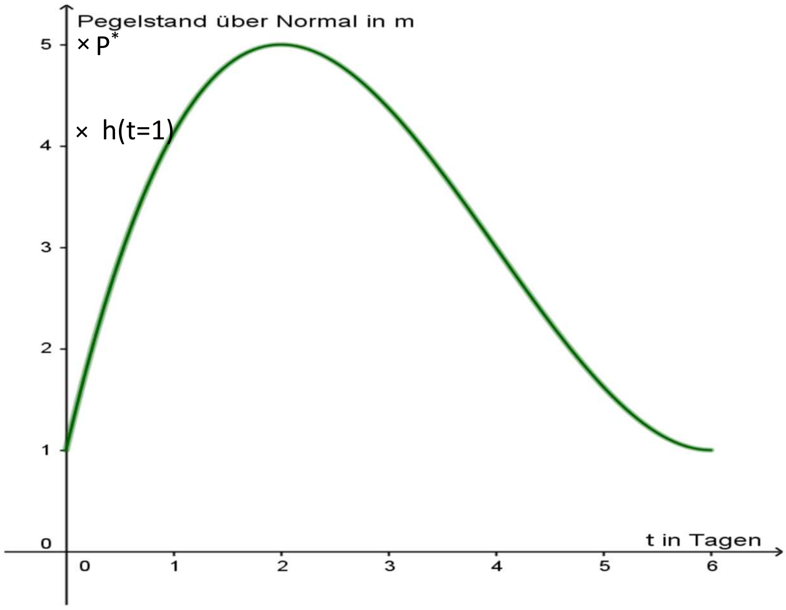
IV.4 Nochmal: Wendepunkte

148/7 (T) bzw. 144/7 (NT) ***Stoff Klasse 12!***
n = 4; K(4) = 560

151/2 (T) bzw. 147/2 (NT)
a) Wendestelle: $x_1 = 0$
b) Wendestelle: $x_1 = 8/3$
c) Wendestelle: $x_1 = 2$
d) Wendestelle: $x_1 = 1$
e) keine Wendestellen (f ''' liefert keine Aussage)
f) Wendest.: $x_1 \approx 0{,}31$, $x_2 \approx 2{,}69$
g) Wendest.: $x_1 \approx -1{,}54$, $x_2 \approx 0{,}87$
h) Wendestellen: $x_1 = 0$; $x_{2,3} = \pm 1{,}5\sqrt{2}$
i) Wendestellen: nur $x_2 = 48$ (f ''' liefert keine Aussage bei $x_1 = 0$)

152/1 (T) bzw. 154/1 (NT)
a) Hoch- und Tiefpunkt im angegebenen Bereich bestimmen...... $x_{max} = 2{,}1$, $x_{min} = 3{,}3$
b) bei 27 km; Höhe: 1193,5 m ***Stoff 12. Klasse!***

152/2 (T) bzw. 154/2 (NT)
a) 1 m über Normal
b) etwa 2,891 m bzw. etwa 4,962 m
c) 4,125 m ==> Pegelstand ist in der 2. Tageshälfte langsamer gestiegen
d) $h_{max} = 5$ für $t = 2$
e) t = 4 ***Stoff 12. Klasse!***
f)

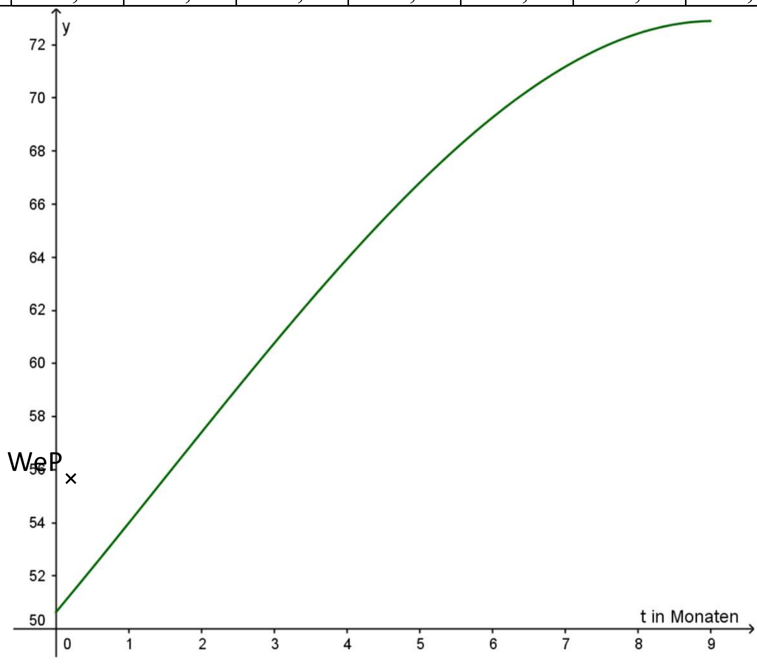


g) ausgelöst nach etwa 0,536 Tagen (knapp 13 h); aufgehoben nach 4 Tagen

152/3 (T) bzw. 154/3 (NT)
a) bis zum Gipfel 768 m hinauf (dahinter wieder 133,5 m hinunter)
b) 634,5 m c) etwa 5 km; Rechnung: x = 5
d) bei x = 6 am steilsten (und bei x = 0!); Steigung: 19,2%; 504 m hoch ***Stoff 12. Klasse!***
e) bei x = 2 am flachsten (und bei x = 8!); Steigung 0%; 120 m hoch ***Stoff 12. Klasse!***
f) 9,6% bzw. 7,05% g) x = 6, siehe (d)
h) 0 bis 3 km und 6 bis 9 km: 4,35%; 3 bis 6 km: 12,45%

162/2 (T) bzw. 153/2 (NT)
a) *Funktionswerte gerundet auf eine Dezimale*

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
g(t)	50,6	54,0	57,4	60,8	63,9	66,8	69,3	71,2	72,4	72,9



zunächst schnelles Wachstum, dann immer langsamer (bei 9 Monaten eigentlich praktisch gar nicht mehr...)
b) (TiP$(\approx -6{,}05| \approx 38{,}47)$, HoP$(\approx 9{,}05| \approx 72{,}90)$ beide nicht im Definitionsbereich!)
WeP(1,5|55,6875)
c) Nach t = 1,5 Monaten erfolgt ein Wechsel von immer schneller werdendem Wachstum zu immer langsamer werdendem Wachstum.
d) Nach dem HoP bei t ≈ 9,05 nimmt g wieder ab, das Kind wächst aber natürlich weiter.

IV.5 Kurvendiskussion

151/1 (T) bzw. 147/1 (NT)
Monotonie bzw. Krümmungsintervalle ermitteln, oder direkt VZW von f ' bzw. f " beachten
a) Maximalstelle: $x_1 = 0$; keine Wendestellen
b) Minimalstelle: $x_1 = -2$; keine Wendestellen
c) Maximalstelle: $x_1 = -4$, Minimalstelle: $x_2 = 2$; Wendestelle: $x_3 = -1$
d) keine Extremstellen; Wendestelle: $x_1 = -1$ (Terrassenstelle)
e) keine Extremstellen; Wendestelle: $x_1 = -1$
f) Maximalstelle: $x_1 = 3$, Minimalstellen: $x_2 = 0$, $x_3 = 6$; Wendestellen: $x_4 \approx 1{,}25$, $x_5 \approx 4{,}75$

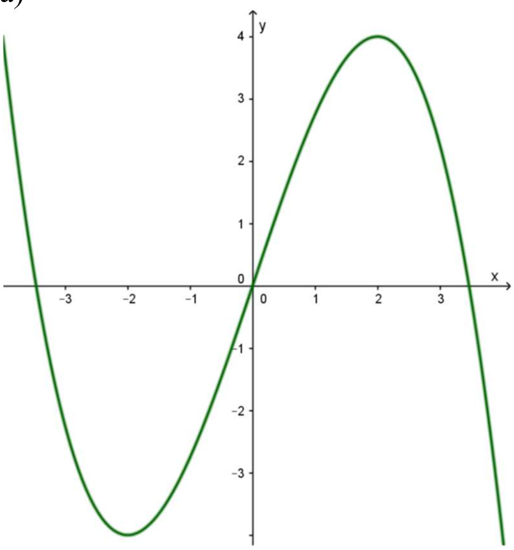
153/4 (T) bzw. 156/7 (NT)

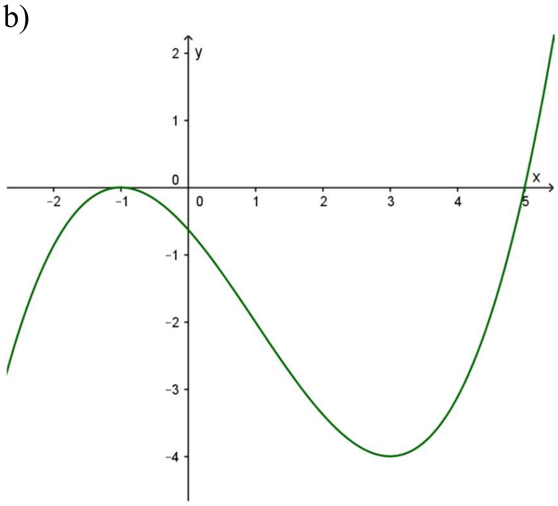
a) wahr	b) falsch	c) wahr	d) wahr
e) wahr	f) wahr	g) wahr	h) falsch

153/5 (T) bzw. 156/8 (NT)
keine allgemeine Lösung angebbar - machen Sie selbst mal!

153/6 (T) bzw. 156/9 (NT)

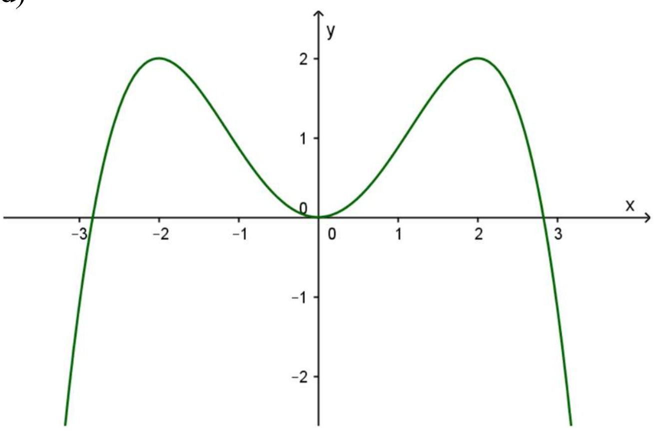
a) falsch	b) wahr	c) falsch	d) falsch
e) wahr	f) wahr	g) falsch	h) wahr
i) falsch	j) falsch		

153/8 (T) bzw. 156/11 (NT)   ***zumindest teilweise eher Stoff 12. Klasse...***
a)


b)


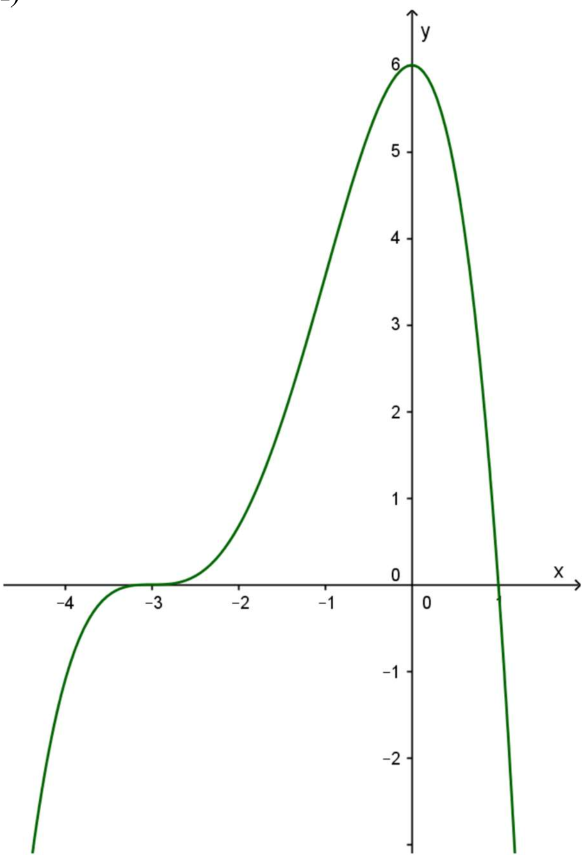
c) Wegen der Symmetrie müsste es noch einen zweiten Wendepunkt $(-4|-3)$ geben; da die Funktion den Grad 3 hat, kann es aber nur einen Wendepunkt geben.

d)



e) f ' ist vom Grad 3 und kann deswegen nicht genau zwei einfache Nullstellen haben (Globalverhalten beachten!). Deshalb kann f nicht genau zwei Extremstellen haben.

f)



162/1 (T) bzw. 153/1 (NT)

a) symmetrisch zum Ursprung; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$; $S_y(0|0)$; $N_1 = S_y$, $N_{2,3}(\pm\sqrt{3}|0)$

G_f ist sms in $]-\infty; 1]$ und $[-1; +\infty[$, smf in $[-1; 1]$; HoP$(1|-\frac{2}{3})$, TiP$(-1|\frac{2}{3})$

G_f ist RK in $]-\infty; 0]$, LK in $[0; +\infty[$; WeP$(0|0)$

b) keine Symmetrie zum KS; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$; $S_y(0|0)$; $N_1 = S_y$, $N_2(-9|0)$, $N_3(15|0)$

G_f ist smf in $]-\infty; -5]$ und $[9; +\infty[$, sms in $[-5; 9]$; HoP$(9|972)$, TiP$(-5|-400)$

G_f ist LK in $]-\infty; 2]$, RK in $[2; +\infty[$; WeP$(2|286)$

c) keine Symmetrie zum KS; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$; $S_y(0|0)$; $N = S_y$;

G_f ist sms in $]-\infty; +\infty[= \mathbb{R}$; keine ExP

G_f ist RK in $]-\infty; -1]$, LK in $[-1; +\infty[$; WeP$(-1|-\frac{4}{3})$

d) keine Symmetrie zum KS; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$; $S_y(0|0)$; $N = S_y$

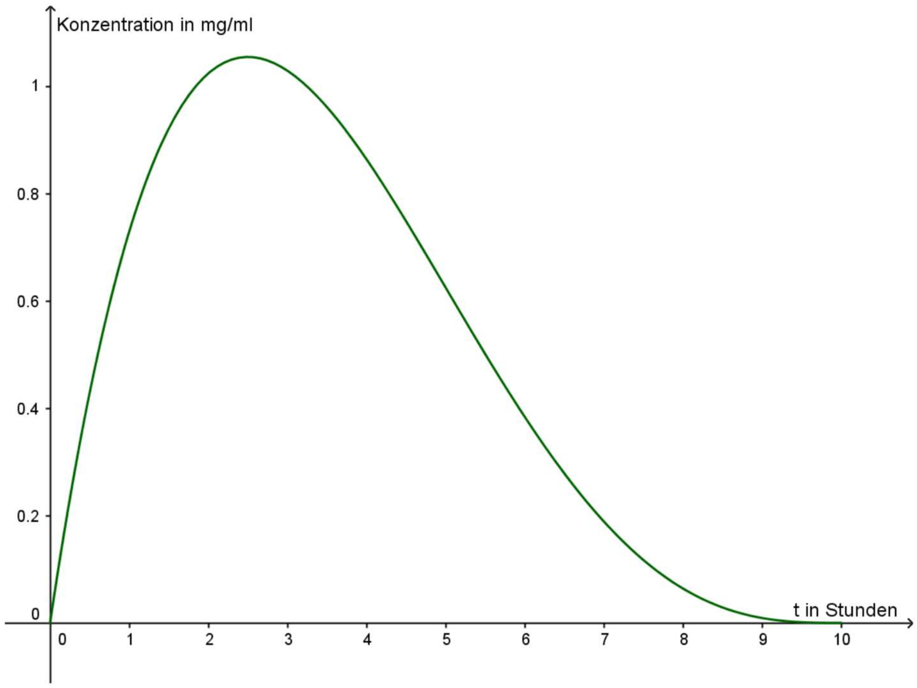
G_f ist sms in$]-\infty; -2]$ und $[-2; +\infty[$ (also in ganz $\mathbb{R}$); keine ExP

G_f ist RK in $]-\infty; -2]$, LK in $[2; +\infty[$; WeP$(-2|-\frac{4}{3})$ = TeP

e) keine Symmetrie zum KS; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$; $S_y(0|0)$; $N_{1,2} = S_y$; $N_3(\frac{3}{8}|0)$
G_f ist sms in $]-\infty;0]$ und $[\frac{1}{4};+\infty[$, smf in $[0;\frac{1}{4}]$; $HoP(0|0) = N_{1,2} = S_y$, $TiP(\frac{1}{4}|-\frac{1}{48})$
G_f ist RK in $\left]-\infty;\frac{1}{8}\right]$, LK in $\left[\frac{1}{8};+\infty\right[$; $WeP(\frac{1}{8}|-\frac{1}{96})$
f) symmetrisch zur y-Achse; $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = +\infty$; $S_y(0|-20)$; $N_{1,2}(\pm 2|0)$
G_f ist smf in $]-\infty;0]$, sms in $[0;+\infty[$; $TiP = S_y$
G_f ist LK in $]-\infty;+\infty[= \mathbb{R}$; keine WeP
g) keine Symmetrie zum KS; $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = +\infty$; $S_y(0|3)$; $N_1(-1|0)$
G_f ist smf in $]-\infty;-1]$, sms in $[-1;+\infty[$; $TiP = N_1$
G_f ist LK in $]-\infty;+\infty[= \mathbb{R}$; keine WeP
h) keine Symmetrie zum KS; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$; $S_y(0|-2)$; $N_1(-2|0)$, $N_{2,3}(\pm\sqrt{5}-1|0)$
G_f ist sms in $\left]-\infty;-\frac{8}{3}\right]$ und $[0;+\infty[$, smf in $\left[-\frac{8}{3};0\right]$; $TiP = S_y$, $HoP(-\frac{8}{3}|\frac{10}{27})$
G_f ist RK in $]-\infty;-\frac{4}{3}]$, LK in $[-\frac{4}{3};+\infty[$; $WeP(-\frac{4}{3}|-\frac{22}{27})$
i) keine Symmetrie zum KS; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$; $S_y(0|\frac{16}{3})$; $N_1(-2|0)$, $N_2(4|0)$
G_f ist smf in $]-\infty;-2]$ und $[2;+\infty[$, sms in $[-2;2]$; $TiP = N_1$, $HoP(2|\frac{32}{3})$
G_f ist LK in $]-\infty;0]$, RK in $[0;+\infty[$; $WeP = S_y$
j) keine Symmetrie zum KS; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$; $S_y(0|-4)$; $N_1(2|0)$, $N_2(0{,}5|0)$
G_f ist sms in $]-\infty;1]$ und $[2;+\infty[$, smf in $[1;2]$; $TiP = N_1$, $HoP(1|1)$
G_f ist RK in $]-\infty;1{,}5]$, LK in $[1{,}5;+\infty[$; $WeP(1{,}5|0{,}5)$
k) keine Symmetrie zum KS; $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = -\infty$; $S_y(0|-4)$; $N(2|0)$
G_f ist sms in $]-\infty;2]$, smf in $[2;+\infty[$; $HoP = N$
G_f ist RK in $]-\infty;0]$ und $[\frac{5}{4};+\infty[$, LK in $[0;\frac{5}{4}]$; $WeP_1 = S_y$, $WeP_2(\frac{5}{4}|-\frac{783}{512})$
l) symmetrisch zur y-Achse; $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = -\infty$; $S_y(0|0)$; $N_1 = S_y$, $N_{2,3}(\pm\sqrt{6}|0)$
G_f ist sms in $]-\infty;-\sqrt{3}]$ und $[0;+\sqrt{3}]$, smf in $[-\sqrt{3};0]$ und $[+\sqrt{3};+\infty[$; $TiP = S_y$; $HoP_{1,2}(\pm\sqrt{3}|4{,}5)$
G_f ist RK in $]-\infty;-1]$ und $[1;+\infty[$, LK in $[-1;1]$; $WeP_{1,2}(\pm 1|2{,}5)$
m) keine Symmetrie zum KS; $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = -\infty$; $S_y(0|0{,}5)$; $N_1(3|0)$, $N_2(-1|0)$
G_f ist sms in $]-\infty;-1]$ und $[-1;2]$, smf in $[2;+\infty[$; $HoP(2|4{,}5)$
G_f ist RK in $]-\infty;-1]$ und $[1;+\infty[$, LK in $[-1;1]$; $WeP_1 = N_2 = TeP$, $WeP_2(1|3)$
n) keine Symmetrie zum KS; $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = +\infty$; $S_y(0|-4)$; $N_1 = S_y$, $N_2(2|0)$
G_f ist smf in $]-\infty;0]$ und $[1;2]$, sms in $[0;1]$ und $[2;+\infty[$; $TiP_1 = S_y$, $TiP_2 = N_2$, $HoP(1|\frac{1}{4})$
G_f ist LK in $]-\infty;1-\frac{\sqrt{3}}{3}]$ und $[1+\frac{\sqrt{3}}{3};+\infty[$, RK in $[1-\frac{\sqrt{3}}{3};1+\frac{\sqrt{3}}{3}]$; $WeP_{1,2}(1\pm\frac{\sqrt{3}}{3}|\frac{1}{9})$
o) symmetrisch zur y-Achse; $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = +\infty$; $S_y(0|0)$; $N_1 = S_y$, $N_{2,3}(\pm 3|0)$
G_f ist smf in $]-\infty;-\frac{3}{2}\sqrt{2}]$ und $[0;+\frac{3}{2}\sqrt{2}]$, sms in $[-\frac{3}{2}\sqrt{2};0]$ und $[+\frac{3}{2}\sqrt{2};+\infty[$; $HoP = N_1$, $TiP_{1,2}(\pm\frac{3}{2}\sqrt{2}|-\frac{27}{4})$
G_f ist LK in $]-\infty;-\frac{\sqrt{6}}{2}]$ und $[+\frac{\sqrt{6}}{2};+\infty[$, RK in $[-\frac{\sqrt{6}}{2};+\frac{\sqrt{6}}{2}]$; $WeP_{1,2}(\pm\frac{\sqrt{6}}{2}|-\frac{15}{4})$

162/3 (T) bzw. 153/3 (NT)

a)



b) Die Konzentration steigt zunächst recht schnell an, erreicht nach etwa 2,5 Stunden ihr Maximum und nimmt dann recht schnell wieder ab. Nach etwa 5 Stunden ist die Abnahmegeschwindigkeit am höchsten und wird dann immer langsamer. Nach etwa 10 Stunden befindet sich nichts mehr vom Medikament im Blut.

c) größte Konzentration, nämlich etwa 1,05 mg/ml, nach 2,5 Stunden

d) Konzentration nimmt zu bzw. ab

e) 0,486, d. h. die momentane Zunahmegeschwindigkeit bzw. -rate der Konzentration beträgt zu diesem Zeitpunkt 0,486 mg pro ml pro Stunde

f) zwischen t = 0 und t = 10, siehe Zeichnung

g) abschätzen aus dem Graph (rechnerisch praktisch unmöglich zu lösen!): zwischen $t \approx 0{,}3$ und $t \approx 6{,}4$

162/4 (T) bzw. 153/4 (NT)

a) keine Symmetrie zum KS (f ist eine Funktion 4. Grades; deren Graph könnte nur dann symmetrisch zum KS sein, nämlich zur y-Achse, wenn die Steigung bei x = 0 gleich 0 wäre.)

$\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = +\infty$; TiP bei -1 und bei $\approx 1{,}2$, HoP bei $\approx -0{,}2$; WeP bei $\approx \pm\frac{2}{3}$

b) Nachteile: Abszissen können nur grob abgeschätzt werden; Ordinaten können nicht bestimmt werden, also auch nicht S_y und N; Argumentation für Globalverhalten ist schwieriger; Symmetrie zur y-Achse kann bestimmt werden (ist aber schwieriger), Symmetrie zum Ursprung nicht.

Vorteil: Man muss nichts rechnen.

166/1 (nur T)

a) a = 0: $x_{1,2,3,4} = 0$ vierfach; $a \neq 0$: $x_{1,2,3} = 0$ dreifach, $x_4 = -4a$ einfach

b) $-1 < a < 1$: $x_1 = 0$ einfach; a = 1: $x_1 = 0$ einfach, $x_{2,3} = -1$ doppelt; a = 1: $x_1 = 0$ einfach, $x_{2,3} = 1$ doppelt; $a < -1$ oder $a > 1$: $x_1 = 0$; $x_{2,3} = -a \pm \sqrt{a^2 - 1}$ alle einfach

c) a = 0: $x_{1,2,3,4} = 0$ vierfach; a > 0: $x_{1,2} = 0$ doppelt; a < 0: $x_{1,2} = 0$ doppelt, $x_{3,4} = \pm\sqrt{-2a}$ beide einfach

d) $x_1 = 0$; $x_{2,3} = -2a \pm \sqrt{4a^2 + 5}$ alle einfach

166/2 (nur T)

a) $a \geq 0$: keine Extremstellen; a < 0: $x_{1,2} = \pm\sqrt{-\frac{a}{3}}$

b) $x_{1,2} = -a \pm \sqrt{a^2 + 3}$

c) $a \leq 0$: keine Extremstellen; a > 0: $x_{1,2} = \pm\sqrt[4]{a}$

d) $a \leq -\frac{9}{16}$: keine Extremstellen; $a > -\frac{9}{16}$ (und $\neq 0$): $x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9+16a}}{2a}$

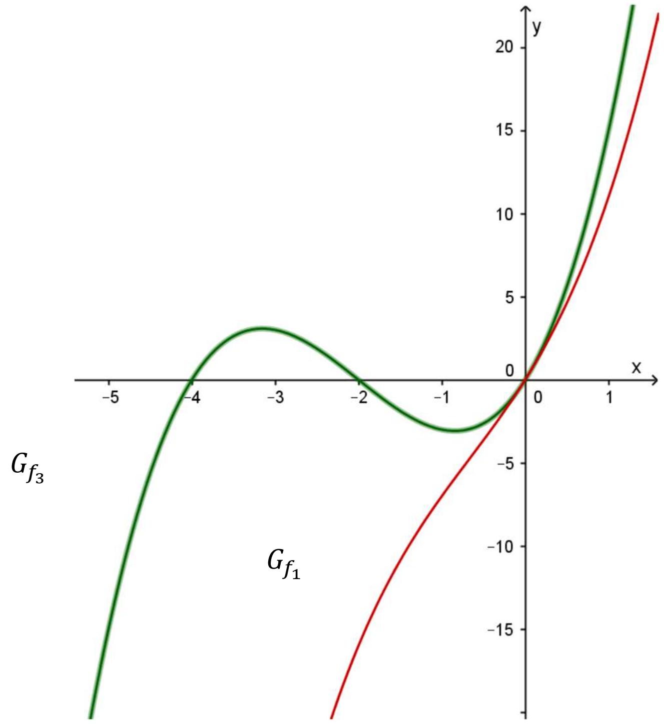
166/3 (nur T)

a) $a \leq 0$: keine Wendestellen; $a > 0$: $x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{2a}{3}}$

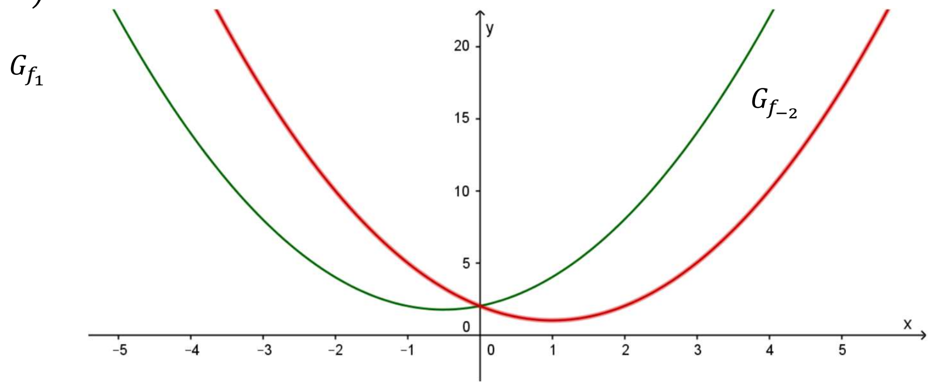
b) $a = 0$: keine Wendestellen; $a \neq 0$: $x_1 = 0$; $x_2 = -0{,}5a$
c) $a \leq 0$: keine Wendestellen; $a > 0$: $x_{1,2} = \pm\sqrt{1{,}2a}$

d) $a < 0$: keine Wendestellen; $a > 0$: $x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{2}{a}}$

166/4 (nur T)
$\lim\limits_{x\to-\infty} f_a(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f_a(x) = +\infty$; $S_y(0|0)$
$-2\sqrt{2} < a < 2\sqrt{2}$: N(0|0); $a = -2\sqrt{2}$: $N_1(0|0)$; $N_2(-2\sqrt{2}|0)$; $a = 2\sqrt{2}$: $N_1(0|0)$; $N_2(2\sqrt{2}|0)$;
$a < -2\sqrt{2}$ oder $a > 2\sqrt{2}$: $N_1(0|0)$; $N_{2,3}(-a \pm \sqrt{a^2-8}|0)$
$-\sqrt{6} \leq a \leq \sqrt{6}$: keine Extremstellen; $a < -\sqrt{6}$ oder $a > \sqrt{6}$: $x_{1,2} = \frac{-2a\pm2\sqrt{a^2-6}}{3}$
WeP$\left(-\frac{2a}{3}\middle|\frac{16}{27}{}^{3}-\frac{16}{3}\right)$



166/5 (nur T)
a) $a = 0$: symmetrisch zur y-Achse; $a \neq 0$: keine Symmetrie zum KS
$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f_a(x) = +\infty$; $S_y(0|2)$
$-2\sqrt{2} < a < 2\sqrt{2}$: keine Nullstellen; $a = -2\sqrt{2}$: $N(2\sqrt{2}|0)$; $a = 2\sqrt{2}$: $N(-2\sqrt{2}|0)$;
$a < -2\sqrt{2}$ oder $a > 2\sqrt{2}$: $N_{1,2}\left(\frac{-a\pm\sqrt{a^2-8}}{2}\middle|0\right)$
TiP$\left(-\frac{a}{2}\middle|-\frac{a^2}{4}+2\right)$; keine WeP

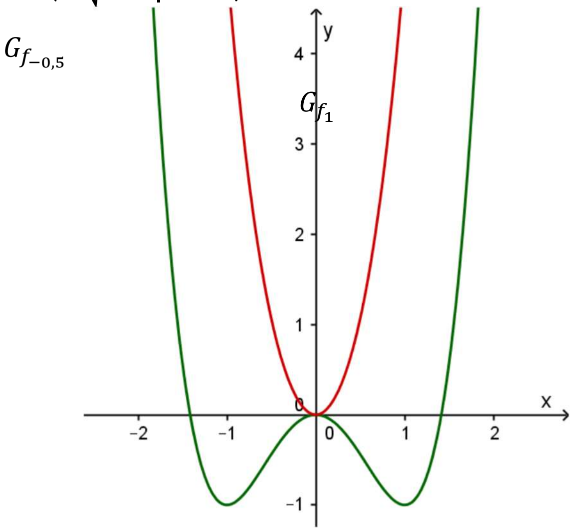


b) symmetrisch zur y-Achse; $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f_a(x) = +\infty$; $S_y(0|0)$

$a \geq 0$: N(0|0); $a < 0$: $N_1(0|0)$; $N_{2,3}(\pm 2\sqrt{-a}|0)$

Extremstellen: $a > 0$: $x_1 = 0$; $a = 0$: $x_{1,2,3} = 0$; $a < 0$: $x_1 = 0$, $x_{2,3} = \pm\sqrt{-2a}$

$a \geq 0$: keine WeP; $a < 0$: $WeP_{1,2}\left(\pm\sqrt{-\frac{2a}{3}}\,\middle|\,-\frac{20}{9}a^2\right)$



<u>166/6</u> (nur T) $a = \frac{1}{8}$

<u>166/7</u> (nur T)

$f_a'(x) = 0$ hat für alle a die doppelte Lösung $x_{1,2} = 3a$ ==> kein VZW von f_a' ==> TeP von G_{f_a}

<u>166/9</u> (nur T)
Die Vorzeichentabelle stimmt nur für $a > 0$; für $a = -1$ kommt zuerst $x_1 = 0$, dann $x_2 = 2$.
Außerdem sind die Vorzeichen in der Tabelle für $a = -1$ genau andersherum (Parabel nach unten geöffnet!)
Die beiden Fehler heben sich teilweise gegenseitig auf, sodass die ExP (HoP bei 0, TiP bei 2) dann wieder stimmen.

<u>167/1</u> (T) bzw. <u>155/4</u> (NT)
Zugang: 4/3 m; Sitzbank: nicht berechenbar, da man keine Informationen über den rechten unteren Punkt hat; Querung: 2 m; Steg 1: 7/3 m; Steg 2: 3 m; Weg 1: 12 m; Weg 2: 16/3 m
kürzeste Querung: ≈ 1,88 m

<u>167/2</u> (T) bzw. <u>155/5</u> (NT)
a) wahr: ExP = Scheitelpunkt
b) wahr (f ''(x) = 0 ist immer eine lineare Gleichung, hat also immer genau eine einfache Lösung ==> genau ein VZW von f '' ==> genau eine Wendestelle)
c) falsch (Gegenbeispiel: $f(x) = x^4$ hat nur einen ExP); richtig ist: „höchstens 3 ExP"
d) wahr bei ganzrationalen Funktionen (im Allgemeinen nicht!): zwischen zwei Nullstellen von f ' mit VZW muss immer eine Extremstelle von f ' liegen
e) falsch (Es gibt Funktionen, bei denen die Ableitung nur zwei doppelte Nullstellen hat, z. B. $f'(x) = x^2 (x + 1)^2$ ==> G_f hat nur zwei TeP, also zwei WeP, aber keine ExP.)
f) wahr (z. B. $f(x) = x^3$)
g) falsch (f ''(x) = 0 ist eine Gleichung 3. Grades, kann also keine 4 Lösungen haben); richtig ist: „höchstens 3 WeP"
h) falsch; richtig ist: „..., so liegt eine Flachstelle vor" bzw. „Gilt $f'(x_E) = 0$ mit VZW, ..."
i) falsch (Gegenbeispiel: $f(x) = x^3 + x + 1$ ==> WeP(0|1)); richtig ist: „„auf der y-Achse"

<u>167/3</u> (T) bzw. <u>155/6</u> (NT)

a) keine weiteren ExP (nur ein TeP)

b) AB: y = $-\frac{17}{60}x+\frac{221}{60}$; $|\overline{AB}| \approx 3{,}12$

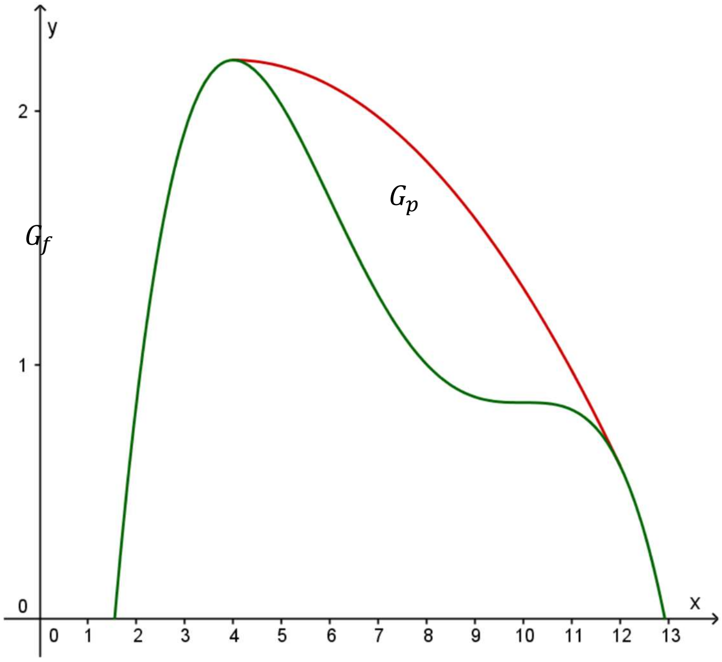
c) $P_1(6|1{,}5)$ bzw. $P_2(8|1)$ ***eigentlich Stoff der 12. Klasse!***

d) einsetzen, nachrechnen... Interpretation: Die Flugbahn berührt den Hang im Punkt G, d. h. der Flieger startet am Gipfel waagrecht.

e) L(12|0,6)

f) einsetzen, nachrechnen... Interpretation: Die Flugbahn berührt den Hang im Punkt L, d. h. der Flieger bewegt sich bei der Landung parallel zum Boden.

g)



<u>168/4</u> (nur T)

Internetrecherche: bei „biphasischem Fieber" sollte das erste Maximum eigentlich nur kurz sein, das zweite dann länger, die Temperaturen aber sehr ähnlich... passt nicht so ganz zu den Diagrammen!

a) zwei Maxima (nach 2 und nach 10 Tagen), dazwischen ein Minimum, zweites Maximum kleiner als erstes, nach 12 Tagen wieder Normaltemperatur bzw. sogar darunter

1) Minimum nach 7 Tagen, Anfangstemperatur etwa kleiner, Endtemperatur deutlich kleiner, Minimum fast bei Normaltemperatur

2) Minimum nach 6 Tagen, deutlich höher. 2 Maximum höher

„Begriffsbildung": ???

b) $\lim\limits_{t\to\pm\infty} \vartheta(t) = -\infty$ bei allen drei Vorschlägen

ϑ_1: $HoP_1(2|39{,}9)$; $TiP(6|37{,}98)$; $HoP_2(10|39{,}9)$; $WeP_1(\approx 3{,}69|\approx 39{,}05)$; $WeP_2(\approx 8{,}31|\approx 39{,}05)$

==> passt zu wohl biphasischem Fieber (zwei HoP, dazwischen ein TiP mit fast Normaltemperatur); allerdings ist das zweite Maximum gleich groß wie das erste statt kleiner wie in den Diagrammen, und der TiP liegt etwas hoch

ϑ_2: HoP(3|39,8); TeP(9|38,72)=WeP_1; $WeP_2(5|39{,}36)$

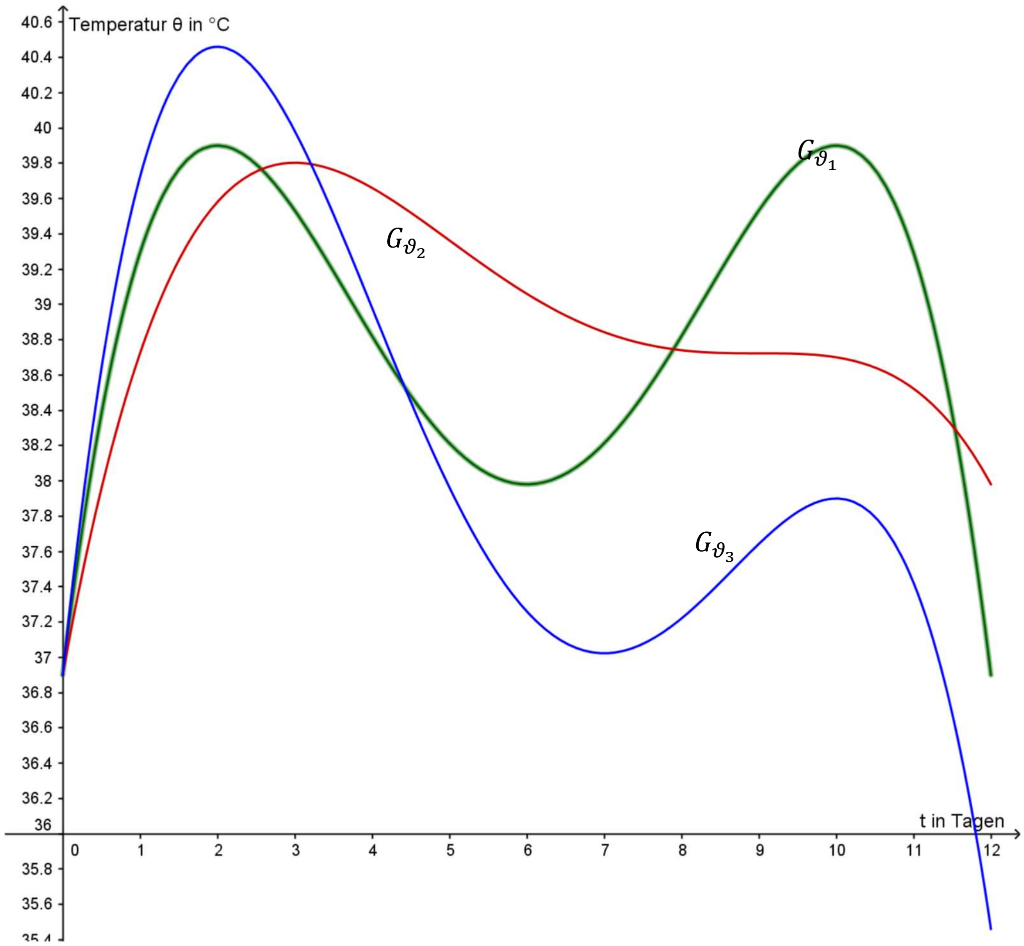
==> passt nicht zu biphasischem Fieber (nur ein HoP)

ϑ_3: $HoP_1(2|40{,}46)$; $TiP(7|37{,}02)$; $HoP_2(10|37{,}9)$; $WeP_1(4|38{,}98)$; $WeP_2(26/3|37{,}50)$

==> passt zu biphasischem Fieber (zwei HoP, dazwischen ein TiP mit Normaltemperatur)

c) ϑ_3 passt großenteils zu Diagramm 1, wie man sowohl an den Graphen als auch an den Koordinaten der ExP sieht, allerdings fällt die Kurve nach dem zweiten HoP zu schnell ab

Graphen: nur die drei ϑ-Funktionen; die beiden Diagramme kann sich jeder selbst dazu einzeichnen (außerdem wird mir das sonst zu unübersichtlich)



d) bei t = 10 ist der letzte HoP ==> danach muss der Graph fallen
2. Möglichkeit: ? (evtl. einfach Differenzen ausrechnen?)

168/5 (nur T)

a) a > 0: Graph verläuft von links unten nach rechts oben

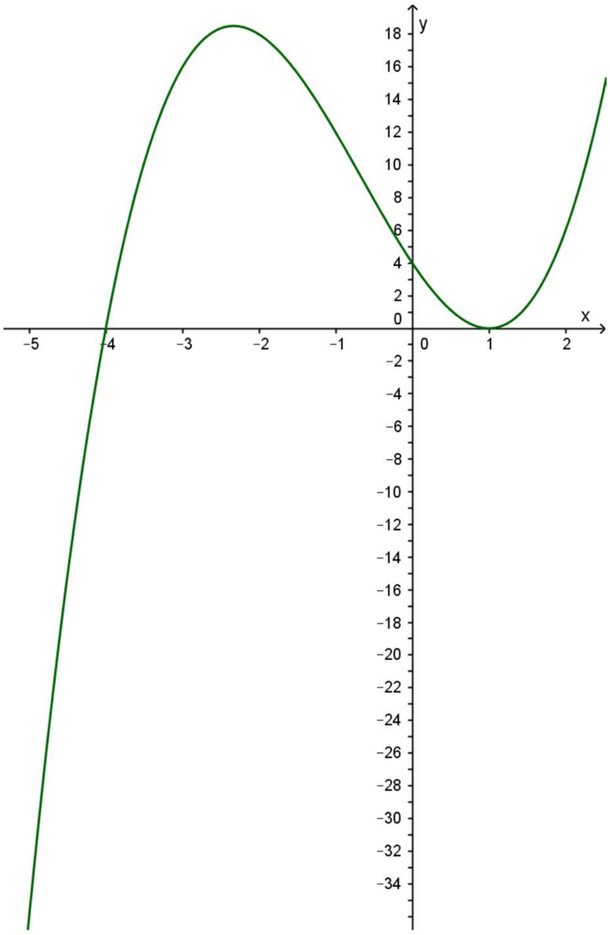
a < 0: Graph verläuft von links oben nach rechts unten

b) $x_{1,2} = 0$ doppelt, $x_3 = -4$ einfach für alle a; $p_a(x) = a\,(x-1)^2\,(x+4)$

c) G_{p_a} ist sms in $\left]-\infty;\ -\frac{7}{3}\right]$ und $[1; \infty[$, smf in $\left[-\frac{7}{3}; 1\right]$ für alle a; $\text{HoP}\left(-\frac{7}{3}\middle|\frac{500}{27}a\right)$; TiP(1|0)

d) G_{p_a} ist rechtsgekrümmt in $\left]-\infty;\ -\frac{2}{3}\right]$, linksgekrümmt in $\left[-\frac{2}{3}; \infty\right[$ für alle a; $\text{WeP}\left(-\frac{2}{3}\middle|\frac{250}{27}a\right)$

e)



168/6 (nur T)

a) k = 0: symmetrisch zum Ursprung; k > 0: keine Symmetrie zum KS

b) Graph verläuft von links unten nach rechts oben

c) k = 0: $x_{1,2,3} = 0$; k > 0: $x_1 = 0$, $x_{2,3} = k$

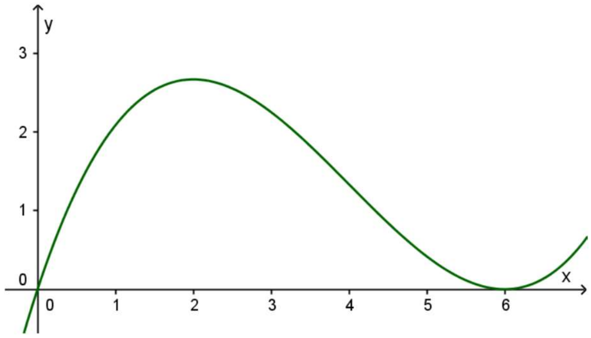
d) k = 0: G_{f_k} ist sms in $]-\infty;\ 0]$ und $[0; \infty[$; keine ExP

k > 0: G_{f_k} ist sms in $\left]-\infty;\ \frac{k}{3}\right]$ und $[k; \infty[$, smf in $\left[\frac{k}{3}; k\right]$; $\text{HoP}\left(\frac{k}{3}\middle|\frac{1}{81}k^3\right)$; TiP(k|0)

e) $\text{WeP}\left(4\middle|\frac{4}{3}\right)$ ***(12. Klasse!)***

f) t_w: $y = -x + \frac{16}{3}$

g)



168/7 (nur T)

G_f ist smf in $\left]-\infty;\ -a\sqrt{3}\right]$ und $\left[0; a\sqrt{3}\right]$, sms in $\left[-a\sqrt{3}; 0\right]$ und $\left[a\sqrt{3}; \infty\right[$

G_f ist linksgekrümmt in $]-\infty;\ -a]$ und $[a; \infty[$, rechtsgekrümmt in $[-a; a]$

f(x) = $c \cdot \left(\frac{1}{12}x^4 - \frac{1}{2}a^2x^2 + e\right)$ mit $c \in \mathbb{R}^+, e \in \mathbb{R}$