

## Die Eulersche Zahl

Beispiel: Eine Aktie ist ursprünglich 10 € wert und nimmt innerhalb eines Jahres um 100% im Wert zu. Ist sie danach genauso viel wert, wie wenn sie innerhalb je eines halben Jahres um jeweils 50% im Wert zugenommen hätte?

- 1) in einem Jahr um 100%: nach einem Jahr hat man
- 2) pro Halbjahr um 50%: nach einem Jahr hat man

Im zweiten Fall ist die Aktie also ( ).

Wie sieht's aus, wenn sie pro Vierteljahr um 25% zunimmt?

→

Kann man den Wert nach einem Jahr beliebig hoch machen, wenn man immer kürzere Bruchteile eines Jahres betrachtet (also Zeitabschnitte: ein Jahr / n), und in diesen die Aktie jeweils um 100%/n zunimmt?

→ gesucht: Grenzwert („stetige Verzinsung“)

Satz: Der Grenzwert  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$  existiert und ist eine irrationale Zahl, die Eulersche Zahl  $e = 2,71828\dots$

(Der Beweis dazu ist kompliziert. Das wurde wohl erstmals 1689 vom Schweizer Mathematiker und Physiker Jakob I Bernoulli (1655–1705) untersucht.)

Definition: Die Exponentialfunktion zur Basis e, also  $f(x) = e^x$ , heißt natürliche Exponentialfunktion; man schreibt für sie auch  $\exp(x)$ . Der Logarithmus zur Basis e, also  $\log_e x$ , heißt natürliche Logarithmusfunktion; man schreibt dafür meist  $\ln x$ .

(Diese Definitionen stammen anscheinend vom Schweizer Mathematiker und Physiker Leonhard Euler (1707–1783) aus dem Jahr 1736. Er hat die Zahl aber sicher nicht selbst nach sich benannt, und es ist auch reiner Zufall, dass sein Nachname mit demselben Buchstaben anfängt.)

Jakob I Bernoulli



Leonhard Euler



(Quelle: Wikipedia; CC BY-SA 4.0 bzw. gemeinfrei)