

Ermitteln von Grenzwerten

- Grundbausteine:

- ganzrationale Funktionen:

	Grad gerade	Grad ungerade
Leitkoeffizient > 0	$\rightarrow +\infty$ für $x \rightarrow \pm\infty$	$\rightarrow -\infty$ für $x \rightarrow -\infty$, $\rightarrow +\infty$ für $x \rightarrow +\infty$
Leitkoeffizient < 0	$\rightarrow -\infty$ für $x \rightarrow \pm\infty$	$\rightarrow +\infty$ für $x \rightarrow -\infty$, $\rightarrow -\infty$ für $x \rightarrow +\infty$

- gebrochenrationale Funktionen:

- ZG < NG: $\rightarrow +0$ für $x \rightarrow \pm\infty$
 - ZG = NG: $\rightarrow \frac{a_n}{b_n}$ für $x \rightarrow \pm\infty$ (für Richtung der Annäherung: PD sinnvoll)
 - ZG > NG: $\rightarrow +\infty$ oder $\rightarrow -\infty$ für $x \rightarrow \pm\infty$ (für genauere Aussagen PD nötig, dann nur noch den ganzrationalen Teil betrachten)

- natürliche Exponentialfunktion: $\rightarrow 0^+$ für $x \rightarrow -\infty$, $\rightarrow +\infty$ für $x \rightarrow +\infty$
(kurze, aber eigentlich mathematisch unrichtige Schreibweise: $e^{-\infty} = 0, e^{+\infty} = +\infty$)

- natürliche Logarithmusfunktion: $\rightarrow -\infty$ für $x \rightarrow 0^+$, $\rightarrow +\infty$ für $x \rightarrow +\infty$
(kurze, aber eigentlich mathematisch unrichtige Schreibweise: $\ln(0) = -\infty, \ln(+\infty) = +\infty$)

- Bausteine zusammensetzen: *alles in mathematisch eigentlich unrichtiger Schreibweise!*

- $\infty \pm c = \infty$ und $-\infty \pm c = -\infty$ für alle $c \in \mathbb{R}$, und auch $\infty + \infty = \infty$
Aber: $\infty - \infty$ ist nicht definiert! Hier kann Ausklammern weiterhelfen (oder evtl. auch „e gewinnt“ oder „ln verliert“).
 - $c \cdot \infty = \infty$ für $c > 0$, $c \cdot \infty = -\infty$ für $c < 0$, und auch $\infty \cdot \infty = \infty$
Aber: $0 \cdot \infty$ ist nicht definiert! Hier kann z. B. „e gewinnt“ oder „ln verliert“ weiterhelfen.
 - $\frac{c}{\infty} = 0$ für alle $c \in \mathbb{R}$, $\frac{\infty}{c} = \infty$ für $c > 0$, $\frac{\infty}{c} = -\infty$ für $c < 0$, $\frac{\infty}{0}$ kann ∞ oder $-\infty$ sein (VZ Nenner untersuchen!)
Aber: $\frac{\infty}{\infty}$ und $\frac{0}{0}$ sind nicht definiert! Hier kann z. B. „e gewinnt“ oder „ln verliert“ weiterhelfen, oder Ausklammern und Kürzen, oder Substitution und Anwenden der Regeln für gebrochenrationale Funktionen.

- Ergebnis interpretieren:

	$\lim f(x) = g \in \mathbb{R}$	$\lim f(x) = \pm\infty$
$x \rightarrow x_0 \notin D$	SHD	senkrechte Asymptote: $x = x_0$
$x \rightarrow \pm\infty$	waagrechte Asymptote: $y = g$	evtl. schräge Asymptote, siehe unten

Kann man $f(x)$ schreiben als $f(x) = mx + t + g(x)$ mit $g(x) \rightarrow 0$ für $x \rightarrow \infty$ oder $x \rightarrow -\infty$, so hat G_f die (schräge) Asymptote $y = mx + t$. (Bei gebrochenrationalen Funktionen sieht man das einfach in der Asymptotenform!)