

## Ermitteln von Grenzwerten

- Grundbausteine:

- ganzrationale Funktionen:

	Grad gerade	Grad ungerade
Leitkoeffizient $> 0$	$\rightarrow +\infty$ für $x \rightarrow \pm\infty$	$\rightarrow -\infty$ für $x \rightarrow -\infty$ , $\rightarrow +\infty$ für $x \rightarrow +\infty$
Leitkoeffizient $< 0$	$\rightarrow -\infty$ für $x \rightarrow \pm\infty$	$\rightarrow +\infty$ für $x \rightarrow -\infty$ , $\rightarrow -\infty$ für $x \rightarrow$ $+\infty$

- gebrochenrationale Funktionen:

- ZG < NG:  $\rightarrow +0$  für  $x \rightarrow \pm\infty$
    - ZG = NG:  $\rightarrow \frac{a_n}{b_n}$  für  $x \rightarrow \pm\infty$  (für Richtung der Annäherung: PD sinnvoll)
    - ZG > NG:  $\rightarrow +\infty$  oder  $\rightarrow -\infty$  für  $x \rightarrow \pm\infty$  (für genauere Aussagen PD nötig, dann nur noch den ganzrationalen Teil betrachten)

- natürliche Exponentialfunktion:  $\rightarrow 0^+$  für  $x \rightarrow -\infty$ ,  $\rightarrow +\infty$  für  $x \rightarrow +\infty$   
(kurze, aber eigentlich mathematisch unrichtige Schreibweise:  $e^{-\infty} = 0, e^{+\infty} = +\infty$ )

- natürliche Logarithmusfunktion:  $\rightarrow -\infty$  für  $x \rightarrow 0^+$ ,  $\rightarrow +\infty$  für  $x \rightarrow +\infty$   
(kurze, aber eigentlich mathematisch unrichtige Schreibweise:  $\ln(0) = -\infty, \ln(+\infty) = +\infty$ )

- Bausteine zusammensetzen: *alles in mathematisch eigentlich unrichtiger Schreibweise!*

- $\infty \pm c = \infty$  und  $-\infty \pm c = -\infty$  für alle  $c \in \mathbb{R}$ , und auch  $\infty + \infty = \infty$   
Aber:  $\infty - \infty$  ist nicht definiert! Hier kann Ausklammern weiterhelfen.
  - $c \cdot \infty = \infty$  für  $c > 0$ ,  $c \cdot \infty = -\infty$  für  $c < 0$ , und auch  $\infty \cdot \infty = \infty$   
Aber:  $0 \cdot \infty$  ist nicht definiert! Hier kann z. B. „e gewinnt“ oder „ln verliert“ weiterhelfen.
  - $\frac{c}{\infty} = 0$  für alle  $c \in \mathbb{R}$ ,  $\frac{\infty}{c} = \infty$  für  $c > 0$ ,  $\frac{\infty}{c} = -\infty$  für  $c < 0$ ,  $\frac{\infty}{0}$  kann  $\infty$  oder  $-\infty$  sein (VZ Nenner untersuchen!)  
Aber:  $\frac{\infty}{\infty}$  und  $\frac{0}{0}$  sind nicht definiert! Hier kann z. B. „e gewinnt“ oder „ln verliert“ weiterhelfen, oder Ausklammern und Kürzen, oder Substitution und Anwenden der Regeln für gebrochenrationale Funktionen.

- Ergebnis interpretieren:

	lim f(x) = g $\in \mathbb{R}$	lim f(x) = $\pm\infty$
$x \rightarrow x_0 \notin D$	SHD	senkrechte Asymptote: $x = x_0$
$x \rightarrow \pm\infty$	waagrechte Asymptote: $y = g$	evtl. schräge Asymptote, siehe unten

Kann man f(x) schreiben als  $f(x) = mx + t + g(x)$  mit  $g(x) \rightarrow 0$  für  $x \rightarrow \infty$  oder  $x \rightarrow -\infty$ , so hat  $G_f$  die (schräge) Asymptote  $y = mx + t$ . (Bei gebrochenrationalen Funktionen sieht man das einfach in der Asymptotenform!)