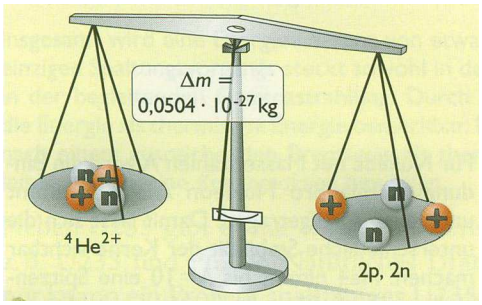
Energie bei Kernreaktionen

Zunächst zur Energieeinheit:
In der Atom- und Kernphysik verwendet man fast ausschließlich die Einheit 1 eV (*Elektronenvolt*; dies ist die Energiemenge, die ein Elektron beim Durchlaufen einer Spannungsdifferenz von 1 Volt aufnimmt); dabei ist 1 eV = $1{,}6022 \cdot 10^{-19}$ J. In der Kernphysik sind die Energien typisch um einen Faktor von 1 Million größer als in der Atomphysik, typische Energien sind hier also 1 MeV = $1{,}6022 \cdot 10^{-13}$ J.

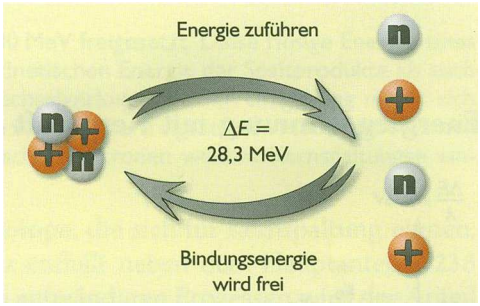
Massendefekt und Bindungsenergie:
Ein Nuklid ${}^{A}_{Z}X$ besteht bekanntlich aus Z Protonen und N = A – Z Neutronen. Also sollte man erwarten, dass für die Masse eines Nuklids immer

$$m = Z \cdot m_p + (A - Z) \cdot m_n$$

gilt. Genaue Messungen zeigen aber, dass die tatsächlichen Massen alle kleiner sind! Beispielsweise gilt für einen He4-Kern: $m = 6{,}6446 \cdot 10^{-27}$ kg, aber $2 \cdot m_p + 2 \cdot m_n = 6{,}6950 \cdot 10^{-27}$ kg, also ist der He4-Kern um $\Delta m = m_{Bestandteile} - m_{He} = 5{,}04 \cdot 10^{-29}$ kg leichter als seine Bestandteile. Man spricht hier vom Massendefekt.



Andererseits stellt man fest: um einen He4-Kern in seine Bestandteile zu zerlegen, muss man die Energie $E_B = 4{,}54 \cdot 10^{-12}$ J aufwenden; dies bezeichnet man als die Bindungsenergie des Kerns.



Untersucht man dies auch bei anderen Kernen und vergleicht jeweils mit dem He4-Kern, so stellt man fest, dass $E_B \sim \Delta m$ ist; genauer:

$$E_B = \Delta m \cdot 9 \cdot 10^{16}\ m^2/s^2;$$

das kann auch geschrieben werden als:

$$E_B = \Delta m \cdot (3 \cdot 10^8\ m/s)^2$$

Die Geschwindigkeit in Klammern ist aber gerade die Lichtgeschwindigkeit c! Also:

$$E_B = \Delta m\ c^2$$

Diese Formel kommt einem sicher irgendwie bekannt vor... normalerweise aber eher in der Form

$$E = m\ c^2$$

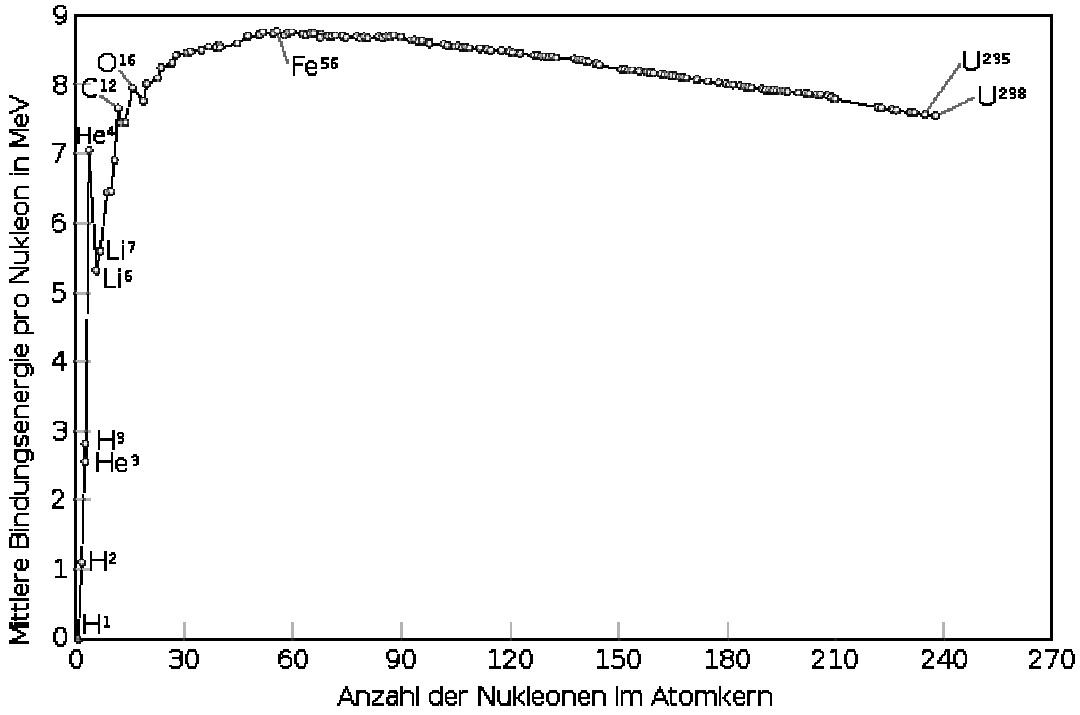
(**Albert Einstein**, 1905). Die Formel sagt allgemein aus, dass auch Masse letztlich nichts anderes ist als eine Form von Energie. Finden sich Nukleonen zu einem Nuklid zusammen, so ist wegen der Anziehung der Nukleonen die gesamte Energie dann kleiner, als wenn die Nukleonen getrennt voneinander sind. Da die gesamte Energie kleiner ist, ist nach Einsteins Formel also auch die Masse des Nuklids kleiner als die Massen der einzelnen Bestandteile! Für die Masse eines Nuklids gilt also immer:

$$m = Z \cdot m_p + (A - Z) \cdot m_n - E_B/c^2$$

Man stellt fest, dass die gesamte Bindungsenergie eines Nuklids in etwa proportional zur Anzahl A der Nukleonen ist; deshalb betrachtet man meistens die Bindungsenergie pro Nukleon, also E_B/A. Für die gesamte (Massen-)Energie E in einem Nuklid ${}^{A}_{Z}X$ hat man also

$$E = Z \cdot m_p \cdot c^2 + (A - Z) \cdot m_n \cdot c^2 - (E_B/A) \cdot A,$$

wobei der Faktor E_B/A zwar grob konstant ist, aber doch von A abhängt:



Diese Tatsache, dass E_B/A von A abhängt, macht es letztlich möglich, bei Kernreaktionen Energie zu gewinnen, und ermöglicht dadurch nicht nur Kernkraftwerke, sondern beispielsweise auch die Sonnenstrahlung.

Dabei gibt es prinzipiell zwei Möglichkeiten:

- Ein schwerer Kern spaltet sich in leichtere Kerne auf (*Kernspaltung* oder auch *Fission*; dies wird in allen bisherigen Kernkraftwerken und auch bei „Atom"bomben benutzt, siehe später). Ein Spezialfall hiervon ist der schon bekannte α-Zerfall.
- Leichte Atomkerne verschmelzen miteinander ((*Kern-)Fusion*; dies geschieht in unserer Sonne und auch in allen anderen Sternen, ist in Kraftwerken noch nicht wirtschaftlich machbar, wird aber bei Wasserstoff-Bomben benutzt). Dabei entstehen meist instabile bzw. angeregte Kerne, die ihrerseits wieder zerfallen und β- oder γ-Strahlung abgeben.

Energie bei Kernreaktionen – Berechnung mittels der Bindungsenergien:

1) Kernspaltung

In der Natur kommen unter anderem U235-Isotope vor. Diese können sich spontan in zwei (etwa gleich große) Bruchstücke aufspalten (typisch: Kr89 und Ba144); außerdem werden einige Neutronen und γ-Strahlung frei. Die Energiebilanz sieht folgendermaßen aus:

- vor dem Zerfall: ein ${}^{235}_{92}U$-Kern; für A = 235 ist E_B/A = 7,5 MeV (aus dem Diagramm abgeschätzt), also ist die Gesamtenergie $E = 92 \cdot m_p \cdot c^2 + 143 \cdot m_n \cdot c^2$ a – 1800 MeV
- danach:
  - ein ${}^{89}_{36}Kr$-Kern (A = 89 ➔ E_B/A = 8,7 MeV, also $E = 36 \cdot m_p \cdot c^2 + 53 \cdot m_n \cdot c^2$ – 800 MeV)
  - ein ${}^{144}_{56}Ba$-Kern (A = 144 ➔ E_B/A = 8,3 MeV, also $E = 56 \cdot m_p \cdot c^2 + 88 \cdot m_n \cdot c^2$ – 1200 MeV)
  - 2 Neutronen ($E = 2\, m_n\, c^2$)
  - also insgesamt $E = 92 \cdot m_p \cdot c^2 + 143 \cdot m_n \cdot c^2$ – 2000 MeV

- die Endprodukte haben also eine Energie, die um etwa 200 MeV geringer ist als die Energie des Kerns am Anfang; die übrig bleibende Energie wird teilweise als kinetische Energie der entstehenden Kerne und Neutronen, teilweise aber auch als γ-Strahlung frei

2) Kernfusion
In Sternen, die deutlich schwerer sind als unsere Sonne, ist die Temperatur und Dichte im Inneren groß genug, dass trotz der elektrischen Abstoßung sich jeweils drei He4-Atomkerne so nahe kommen können, dass sie zu einem C12-Atomkern verschmelzen („Tripel-Alpha-Prozess"; auf diese Weise ist praktisch aller Kohlenstoff im Universum entstanden!). Die Energiebilanz sieht folgendermaßen aus:

- vorher: drei He4-Atomkerne; für A = 4 ist E_B/A = 7,1 MeV, also ist die Gesamtenergie aller drei Kerne vorher $E = 6 \cdot m_p \cdot c^2 + 6 \cdot m_n \cdot c^2 - 85$ MeV
- danach: ein C12-Atomkern mit A = 12 ➔ E_B/A = 7,7 MeV ➔ $E = 6 \cdot m_p \cdot c^2 + 6 \cdot m_n \cdot c^2 - 92$ MeV
- das Endprodukt hat also eine Energie, die um 7 MeV geringer ist als die Energie der Kerne am Anfang; die übrig bleibende Energie wird in Form von γ-Strahlung frei

Allgemein kann man sich leicht überlegen, dass die Atomkerne mit der höchsten Bindungsenergie pro Nukleon (größter Wert von E_B/A) die stabilsten sind: bei diesen kann weder durch Fission noch durch Fusion Energie frei gesetzt werden. Aus dem Diagramm sieht man, dass das stabilste Element also Eisen ist. Dies hat beispielsweise auf die Entwicklung von Sternen großen Einfluss.

Energie bei Kernreaktionen – Berechnung mittels der Atommassen:
Bei den obigen Rechnungen sieht man direkt, dass die frei werdende Energie letztlich aus der Bindungsenergie der Nuklide stammt. Deutlich einfacher ist es aber, direkt mit den Massen der einzelnen Nuklide bzw. Atome zu rechnen. Dabei ist folgende Umrechnung hilfreich: Einer Masse von 1 u = $1{,}6605519 \cdot 10^{-27}$ kg entspricht eine Energie von $1{,}4924296 \cdot 10^{-10}$ J = 931,48772 MeV. Damit lassen sich die Beispiele von oben nun einfacher (und genauer!) rechnen:

1) spontane Spaltung von U235:
   - vor dem Zerfall: ein $^{235}_{92}\mathrm{U}$ -Atom mit einer Masse von m = 235,043925 u
   - danach:
     - ein $^{89}_{36}\mathrm{Kr}$ -Atom: m = 88,91757 u
     - ein $^{144}_{56}\mathrm{Ba}$ -Atom: m = 143,92267 u
     - 2 Neutronen: jeweils m = 1,0086650 u
     - also insgesamt: m = 234,85757 u
   - es ergibt sich: die Endprodukte haben eine Gesamtmasse, die um 0,186355 u geringer ist als die Masse des Atoms am Anfang – also wird eine Energie von rund 174 MeV frei

2) Fusion von drei He4-Kernen:
   - vorher: drei He4-Atome: jeweils m = 4,0026033 u, also insgesamt m = 12,0078099 u
   - danach: ein C12-Atom: m = 12,000000 u
   - es ergibt sich: das Endprodukt hat eine Masse, die um 0,0078099 u geringer ist als die Gesamtmasse der Kerne am Anfang – also wird eine Energie von rund 7,3 MeV frei