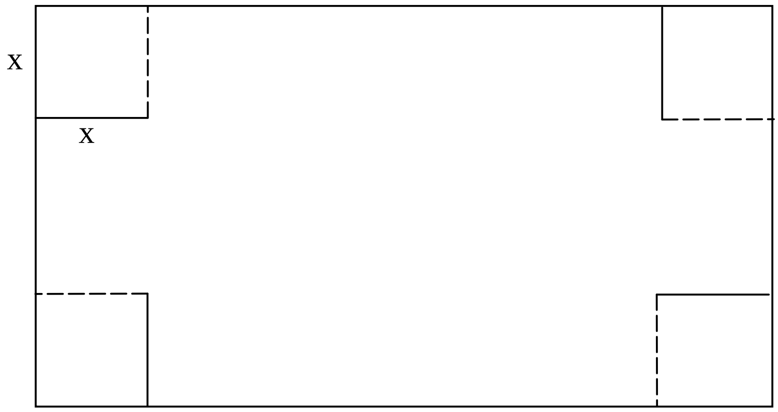
# Einfache Extremwertaufgaben

1.0 Aus einem rechteckigen Blatt Papier (Länge 24 cm, Breite 18 cm; Einheiten können im Folgenden ignoriert werden) soll eine oben offene Schachtel gebastelt werden. Dafür wird an allen vier Ecken im Abstand x cm von der Ecke jeweils um x cm eingeschnitten, die Seitenteile hochgeklappt und mit den quadratischen Laschen verklebt:




1.1 Stellen Sie Terme l(x), b(x) und h(x) für die Länge, Breite und Höhe der entstehenden Schachtel auf und bilden Sie daraus einen Term V(x) für das Volumen der Schachtel. Multiplizieren Sie die Klammern aus. Geben Sie eine im Zusammenhang der Aufgabenstellung sinnvolle Definitionsmenge $\mathbb{D}_V$ an.

1.2 Bestimmen Sie den Wert von x, für den das Volumen am größten ist; runden Sie auf zwei Dezimalen.

2.0 Ein Unternehmen für Elektrogeräte stellt Computerbildschirme her. Werden pro Tag x Bildschirme produziert, so entstehen die Kosten k(x) (in €). Diese Kosten werden durch die Funktion

$$k(x) = 0{,}001\, x^3 - 0{,}9\, x^2 + 300\, x + 18\,000$$

näherungsweise beschrieben. Die Bildschirme werden dann zum Preis von 250 € pro Stück an die Händler verkauft. Beim Verkauf von x Geräten erzielt das Unternehmen die Einnahmen e(x) (in €).

2.1 Ermitteln Sie den Funktionsterm der Gewinnfunktion g(x), welche den Gewinn angibt, den das Unternehmen mit der Herstellung und dem Verkauf von x Bildschirmen erzielt. Geben Sie eine im Zusammenhang der Aufgabenstellung sinnvolle Definitionsmenge $\mathbb{D}_g$ an.

2.2 Ermitteln Sie, für welche Produktionsmenge x (auf eine ganze Zahl gerundet) der größte Gewinn erwirtschaftet wird.

1.1 $h = x$; $l = 24 - 2x$; $b = 18 - 2x$; $V = l \cdot b \cdot h = (24 - 2x)(18 - 2x)\,x = 4x^3 - 84x^2 + 432x$

$x > 0$ und $x <$ halbe Breite ➔ $\mathbb{D}_V = ]0;9[$ (oder mit Nullstellen)

1.2 $V'(x) = 12x^2 - 168x + 432$; $V''(x) = 24x - 168$

Stellen mit waagrechter Tangente: $V'(x) = 0$ ➔ $x^2 - 14x + 36 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{14 \pm \sqrt{(-14)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36}}{2 \cdot 1} = \frac{14 \pm \sqrt{52}}{2} \;(= 7 \pm \sqrt{13}) \Rightarrow x_1 \approx 3{,}39 \;(x_2 \approx 10{,}61 \notin \mathbb{D}_V)$$

$V''(3{,}39) = -86{,}64 < 0$ ➔ relatives Maximum

$V(3{,}39) \approx 655$; Randwerte: $V(0) = 0$; $V(9) = 0$ ➔ (absolut) größtes Volumen für $x \approx 3{,}39$

2.1 Gewinn = Einnahmen – Kosten = Stückpreis · Anzahl – Kosten, also:

$g(x) = 250 \cdot x - k(x) = -0{,}001\,x^3 + 0{,}9\,x^2 - 50\,x - 18\,000$

$x \geq 0$ ➔ $\mathbb{D}_g = [0;\infty[$ (bzw. $\mathbb{N}$, wenn man nur ganze Stückzahlen pro Tag will)

2.2 $g'(x) = -0{,}003\,x^2 + 1{,}8\,x - 50$; $g''(x) = -0{,}006\,x + 1{,}8$

Stellen mit waagrechter Tangente: $g'(x) = 0$

$$x_{1,2} = \frac{-1{,}8 \pm \sqrt{1{,}8^2 - 4 \cdot (-0{,}003) \cdot (-50)}}{2 \cdot (-0{,}003)} = \frac{-1{,}8 \pm \sqrt{2{,}64}}{-0{,}006} \Rightarrow x_1 \approx 29;\; x_2 \approx 571$$

$g''(29) = 1{,}626 > 0$ ➔ relatives Minimum; $g''(571) = -1{,}626$ ➔ relatives Maximum

$g(571) \approx 60717$

Randwerte: $g(0) = -18\,000$; $\lim\limits_{x \to \infty} g(x) = -\infty$ ➔ (absolut) größter Gewinn für $x \approx 571$